ACADÉMIE D'AIX-MARSEILLE
Liberté
Égalité
Fraternité

ÉDUCATION PRIORITAIRE

Enseigner explicitement la résolution de problème

L'enseignement explicite de la résolution de problème de l'élémentaire au lycée : quels enjeux, quels éclairages par la recherche, quelles (dis)continuités dans les pratiques et quelles pistes de mise en œuvre ?

Sommaire

1. Enseigner plus explicitement
a. une référence incontournable

« ENSEIGNER PLUS EXPLICITEMENT »

UN DOSSIER RESSOURCE

Ce dossier regroupe tous les articles concernant la question de l'explicitation, publiés sur le site du centre Alain-Savary (http://centre-alain-savary.ens-lyon.fr/CAS/)

N'hésitez pas à nous contacter (cas.ife@ens-lyon.fr) si vous avez des questions à propos de ce texte et pour partager vos retours d'expérience et suggestions d'amélioration.

« Enseigner plus explicitement est un processus qui se joue à plusieurs niveaux, dans le but de permettre aux élèves d'accéder par **le langage aux manières de résoudre les tâches scolaires, aux catégorisations de situations et à la mise en discipline progressive des savoirs**. »

http://centre-alain-savary.ens-lyon.fr/CAS/documents/publications/docs-enseignement-plus-explicite/dossier-ressource-explicite

1. Enseigner plus explicitement
b. Quelques postulats

- **Enseignement explicite** VS Instruction directe
  - => **Explicitation des malentendus scolaires**
- **Quelques postulats :**
  - On ne peut/doit pas tout expliciter dans une situation didactique
  - « **Réussir n'est pas comprendre** » (Cèbe, Picard, 2009, Rochex, 2014)
    - ✓ « Il est très compliqué [pour un enseignant] de comprendre ce que les élèves ne comprennent pas […] surtout lorsque le résultat donné par l'élève est correct » (Bonnery, 2007)
    - ✓ Mais il faut être vigilent face aux « **différenciations actives et passives** » (Rochex&Crinon, 2001), qui peuvent contribuer à creuser les inégalités scolaires entre les élèves (« le système scolaire sélectionne les élèves pour une large part sur ce qu'il ne leur enseigne pas »).
    - ✓ « **La seule confrontation régulière à des situation de résolution de problème ne suffit pas à faire progresser les élèves** […] Il y a très souvent des exercices dont on postule qu'à force d'en faire ils [les élèves] vont extraire les procédures [...]. Ce dont on s'est aperçu, c'est que c'est vrai pour le littéral (pour restituer des connaissances littérales), mais dès lors qu'il y a de l'inférentiel, alors tous les élèves n'arrivent pas à extraire la procédure qui permet de le faire […]. On les [les élèves] laisse tâtonner, explorer, découvrir les meilleures manières de faire, sans, parfois, leur expliquer comment on fait pour bien faire. » (Cèbe, 2016)

1. Enseigner plus explicitement
b. Quelques postulats

➢Quelques postulats :

- **Le processus de « secondarisation »** (Bautier&Goigoux, 2004) des savoirs doit être enseigné/accompagné :
  - ✓« Les élèves peuvent ne pas percevoir que le faire n'est qu'une étape pour accéder au comprendre, que la phase qui suit, où l'on tire le sens de l'expérience, est la phase la plus importante. Ils peuvent se réfugier dans les tâches faciles et mécaniques qui leur permettent de trouver une place dans la classe, et passent ainsi à côté des activités intellectuelles plus exigeantes » (Rochex&Crinon, 2001)
- **Les discontinuités de « contrats didactiques »** (Brousseau, 1998) entre l'école et le collège, le collège et le lycée, génèrent des **« malentendus socio-cognitifs »** (Bautier&Rochex, 1997) qui impactent fortement le parcours des élèves fragiles.
  - ✓Ces discontinuités peuvent se réduire par le **travail collectif et inter-catégoriel** (P. Rayou, 2012)

1. Enseigner plus explicitement
c. Qui, quoi, à qui, quand, pour quoi, comment ?

Qui ? Avec Qui ?	Quoi ?	Quand ?	Comment ?
▪ L'enseignant à lui-même (le métier) ▪ L'enseignant aux élèves ▪ L'élève à lui-même et à l'enseignant ▪ L'élève aux autres élèves	Un scénario d'enseignement/ apprentissages qui comprend : ▪ Les contenus d'enseignement ▪ Les apprentissages visés (pourquoi) ▪ Le but de la tâche proposée Les procédures (comment) ▪ Les apprentissages réalisés (institutionnalisation) ▪ Les apprentissages réels (évaluation) ▪ Les liens avec les autres apprentissages contenus et/ou procédures (la mémoire didactique)	▪ Avant la séance : le temps de la préparation ▪ Au début de la séance : avant l'entrée en tâche/ situation. La clarté cognitive. ▪ Pendant la séance : la réalisation de la ou des tâches. La pluralité des démarches. ▪ À la fin de la séance: l'institutionnalisation ▪ Après la séance : l'analyse des résultats ou le tissage entre une séance et la suivante	▪ Par des dispositifs et des outils qui aident les élèves à se distancier de la tâche demandée ▪ Par des questionnements et des sollicitations de l'enseignant ▪ Par des organisations qui provoquent des interactions entre élèves ▪ Par des traces qui permettent de fixer et de conserver le savoir construit ▪ …

1. Enseigner plus explicitement
c. Qui, quoi, à qui, quand, pour quoi, comment ?

- **L'enseignant explicite aux élèves** :
  - Explicitation du **pourquoi** : explicitation des apprentissages visés
  - Explicitation du **comment** : explicitation du but, des procédures, stratégies ou connaissances à mobiliser pour traiter la tâche mais aussi des « règles du jeu » (des critères de réussite, des contraintes objectives)
  - Explicitation du **quoi** (institutionnalisation) : explicitation de ce qu'il faut retenir de la tâche (décontextualisation) et de ses liens avec les apprentissages antérieurs (amalgamation)
- **L'élève s'explicite à lui-même et au collectif d'étude** (pairs, enseignants): « Comment fais-tu ? » et « pourquoi fais-tu comme ça ? »
  - « il est important que les élèves soient conscients que l'explicitation des procédures rend leurs activités bien plus efficaces et que du coup ces procédures conscientisées sont transférables » (Cèbe, 2016)

1. Enseigner plus explicitement
c. Qui, quoi, à qui, quand, pour quoi, comment ?

- **Pour quoi ?**
  - Développer **l'autonomie** des élèves dans la démarche de résolution de problème.
- **Comment ?**
  - En travaillant sur la mobilisation et la reconnaissance des structures des problèmes et des procédures, on peut développer chez les élèves :
    - l'aptitude à **identifier** :
      - des **classes de problèmes**,
      - les **savoirs/techniques mobilisables** pour les résoudre
      - et les **conditions** dans lesquelles ses savoirs/techniques sont mobilisables
    - L'aptitude à **transférer** des procédures à d'autres situations relevant de la même typologie

    => L'aptitude à résoudre un problème lorsque toute autonomie leur est laissée

2. Flexibilité cognitive « espace sémantique » VS « espace effectif »

- Résolution de problème et flexibilité cognitive : « La résolution de problème est l'activité la plus intégrée de l'être humain : elle implique les différentes fonctions, perception, mémoire, compréhension, raisonnement, mais surtout elle est la seule dans laquelle s'exerce véritablement la fonction de contrôle, puisqu'en fonction des résultats de l'action, elle exige de réorienter les buts, mais également les interprétations » (Richard, 2009)

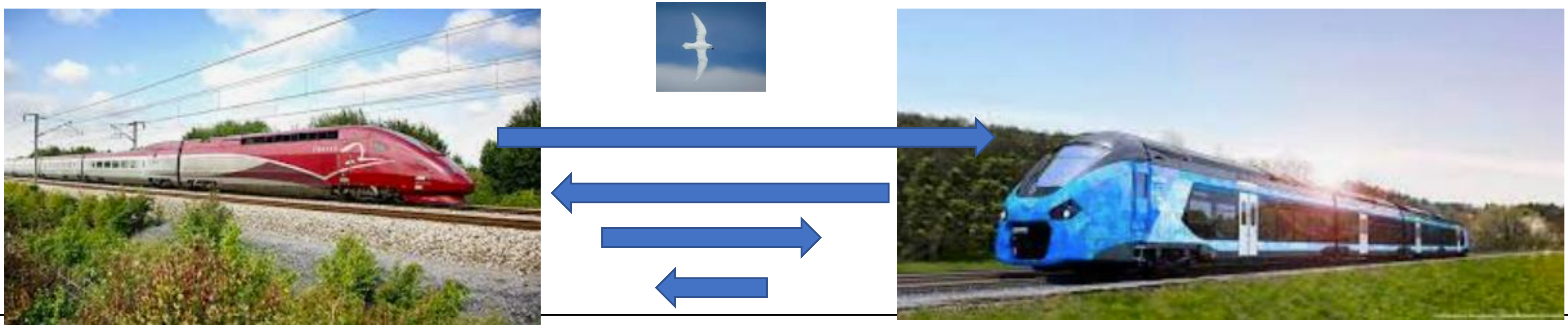
- « Espace sémantique » (modélisation de l'espace interprétatif) VS « espace effectif » (Clément&Richard, 2002)
  - Des problèmes isomorphes peuvent être de difficulté très diverses : Les problèmes les plus difficiles sont ceux qui nécessitent un changement de point de vue sur l'action
  - « Résoudre un problème, c'est passer de l'espace sémantique, construit à partir des connaissances qu'évoque la situation, à l'espace effectif du problème dans lequel se trouve la solution » (E. Clément, 2016)
  - Exemple :

2. Flexibilité cognitive « espace sémantique » VS « espace effectif »

PROBLEME DES TRAINS ET DE L'OISEAU (POSNER, 1973, CITE PAR CLEMENT, 2009)
Deux gares ferroviaires sont distantes de cinquante miles. Un samedi, à deux heures de l'après-midi, deux trains partent chacun d'une des gares, à la rencontre l'un de l'autre. Au moment où les trains quittent les gares, un oiseau surgit des airs et se place devant le premier train. Il vole jusqu'au deuxième train, et quand il l'atteint il retourne vers le premier train. L'oiseau continue ses allers-retours jusqu'à ce que les deux trains se rencontrent. Sachant que les deux trains roulent à vingt-cinq miles par heure et que l'oiseau vole à cent miles par heure, combien de miles l'oiseau va-t-il parcourir jusqu'à ce que les trains se rencontrent ?

2. Flexibilité cognitive
« espace sémantique » VS « espace effectif »

PROBLEME DES TRAINS ET DE L'OISEAU (POSNER, 1973, CITE PAR CLEMENT, 2009)
Deux gares ferroviaires sont distantes de cinquante miles. Un samedi, à deux heures de l'après-midi, deux trains partent chacun d'une des gares, à la rencontre l'un de l'autre. Au moment où les trains quittent les gares, un oiseau surgit des airs et se place devant le premier train. Il vole jusqu'au deuxième train, et quand il l'atteint il retourne vers le premier train. L'oiseau continue ses allers-retours jusqu'à ce que les deux trains se rencontrent. Sachant que les deux trains roulent à vingt-cinq miles par heure et que l'oiseau vole à cent miles par heure, combien de miles l'oiseau va-t-il parcourir jusqu'à ce que les trains se rencontrent ?



2. Flexibilité cognitive « espace sémantique » VS « espace effectif »

Probleme des trains et de l'oiseau (Posner, 1973, cite par Clement, 2009)

Deux gares ferroviaires sont distantes de cinquante miles. Un samedi, à deux heures de l'après-midi, deux trains partent chacun d'une des gares, à la rencontre l'un de l'autre. Au moment où les trains quittent les gares, un oiseau surgit des airs et se place devant le premier train. Il vole jusqu'au deuxième train, et quand il l'atteint il retourne vers le premier train. L'oiseau continue ses allers-retours jusqu'à ce que les deux trains se rencontrent. Sachant que les deux trains roulent à vingt-cinq miles par heure et que l'oiseau vole à cent miles par heure, combien de miles l'oiseau va-t-il parcourir jusqu'à ce que les trains se rencontrent ?

50 miles

25 miles/h

100 miles/h

25 miles/h

1 h

100 miles

2. Flexibilité cognitive « espace sémantique » VS « espace effectif »

- Les « **événements critiques pertinents** » de la résolution de problème :
  - **Le « codage des propriétés du but »** : les contraintes qui concernent les « interprétations de la situation et de la consigne, essentiellement l'interprétation des actions permises, des heuristiques générales de résolution de problème et enfin les buts du sujet » (Richard, 1999)
  - **« L'atteinte de sous-buts »**
  - **« Situation d'impasse »** : « inadéquation de l'espace sémantique avec les contraintes réelle de la tâche » = « en principe le moyen de se rendre compte que quelque chose est erroné dans la représentation que l'on se fait de la situation »
  - **Impacts émotionnels et flexibilité cognitive** (Clément&Duvallet, 2011)
  - Nécessité dans certaines situations, de changer de représentation et d'envisager la résolution du problème d'un nouveau point de vue pour trouver la solution = **ré-encodage** = « l'abandon de contraintes inadéquates » et de « l'identification des contraintes pertinentes négligées », c'est-à-dire de « la prise en compte des informations obtenues en cours de résolution » (Richard, 2004).

2. Flexibilité cognitive « espace sémantique » VS « espace effectif »

- **Un 1er enjeu de l'explicitation** : faciliter la convergence entre l'espace effectif et l'espace sémantique, de manière à ce que l'espace sémantique soit inclus dans l'espace effectif, et permettre le changement de point de vue et la découverte de solution (Richard, 2004).

- **3 premières pistes à explorer** – des **conditions nécessaires** au développement de la flexibilité cognitive
  1. **Le travail des automatismes :** outils indispensables pour pouvoir reconnaître les caractéristiques mathématiquement pertinentes d'un problème
     - ➢ **La compréhension des « propriétés conceptuelles » des nombres et des opérations**
  2. **Statut et traitement de l'erreur**
  3. **La manipulation**

3. Les « analogies intuitives » (Sander, 2020)

- En situation de résolution de problème :
    a. **Intrication de connaissances extra-scolaires, scolaires langagières, scolaires mathématiques**
    b. **Les élèves utilisent des « analogies intuitives »** facilitatrices ou obstructives de 3 types (« cadre A-S3 » (Sander, 2020)) pour catégoriser le problème et trouver des stratégies de résolution.

3.a. Savoirs extrascolaires VS savoirs scolaires (Sander, 2020)

Elèves de CP

(i)Il y a 5 oiseaux et 3 vers. Combien y a-t-il d'oiseaux de plus que de vers ?

(ii)Il y a 5 oiseaux et 3 vers. Combien d'oiseaux n'auront pas de vers ?

3.a. Savoirs extrascolaires VS savoirs scolaires (Sander, 2020)

Elèves de CP

(i)Il y a 5 oiseaux et 3 vers. Combien y a-t-il d'oiseaux de plus que de vers ? [25% de réussite]

(ii)Il y a 5 oiseaux et 3 vers. Combien d'oiseaux n'auront pas de vers ? [96% de réussite]

3.b. Les « analogies intuitives » (Sander, 2020)

- En situation de résolution de problème :
  b. **Les élèves utilisent des « analogies intuitives »** facilitatrices ou obstructives de 3 types (« cadre A-S3 » (Sander, 2020)) pour catégoriser le problème et trouver des stratégies de résolution.
  - ✓ **Analogie de substitution** : soustraire c'est enlever, perdre, retirer
    - « **L'abus de l'analogie** » (Brousseau, 1998) => le sens extra-mathématique prend le dessus sur le sens mathématique
  - ✓ **Analogie de scénario** : des scénarios du quotidien robustes qui impactent l'interprétation de la situation
  - ✓ **Analogie de simulation mentale de la situation :** « toute résolution de problèmes commence par une simulation mentale de la situation décrite dans l'énoncé » (Brissiaud & Sander, 2010 ; Thevenot & Barrouillet, 2015)

3.b. « Analogies de substitution » (Sander, 2020)

« Paul a 7 billes dans sa poche. Il en donne 3 à Jean. Combien lui reste-t-il de billes ? »

« Paul a 7 billes. Jean a 3 billes. Combien Jean a-t-il de billes de moins que Paul ? »

Deux années scolaires séparent ces problèmes en termes de réussite.

Tableau 6.1 - Types de problèmes et proportions de réussite en fonction du niveau scolaire (d'après Riley, Greeno et Heller, ibid.).

TYPES DE PROBLEME	TAUX DE REUSSITE			
	Mat.	CP	CE1	CE2
Changement				
1- X avait 3 billes. Puis Y lui a donné 5 billes. Combien de billes a maintenant X?	.87	1.00	1.00	1.00
2- X avait 8 billes. Puis il a donné 5 billes à Y. Combien de billes a maintenant X?	1.00	1.00	1.00	1.00
3- X avait 3 billes. Y lui en a donné. X a maintenant 8 billes. Combien de billes Y a-t-il donné à X?	.61	.56	1.00	1.00
4- X avait 8 billes. Il en a donné à Y. Maintenant X a 3 billes. Combien a-t-il donné de billes à Y?	.91	.78	1.00	1.00
5- X avait des billes. Y lui en a donné 5 de plus. Maintenant X a 8 billes. Combien Y lui en a-t-il donné?	.09	.28	.80	.95
6- X avait des billes. Il en a donné 5 à Y. Maintenant X a 3 billes. Combien avait-il de billes?	.22	.39	.70	.80
Combinaison				
7- X a 3 billes. Y a 5 billes: Combien X et Y ont-ils de billes ensemble?	1.00	1.00	1.00	1.00
8- X et Y ont ensemble 8 billes. X a 3 billes. Combien Y a-t-il de billes?	.22	.39	.70	1.00
Comparaison				
9- X a 8 billes. Y a 5 billes. Combien X a-t-il de billes de plus que Y?	.17	.28	.85	1.00
10- X a 8 billes. Y a 5 billes. Combien Y a-t-il de billes de moins que X?	.04	.22	.75	1.00
11- X a 3 billes: Y a 5 billes de plus que X. Combien de billes a Y?	.13	.17	.80	1.00
12- X a 8 billes. Y a 5 billes de moins. Combien de billes a Y?	.17	.28	.90	.95
13- X a 8 billes. Il a 5 billes de plus que Y. Combien de billes a Y?	.17	.11	.65	.75
14- X a 3 billes. Il a 5 billes de moins que Y Combien de billes a Y?	.00	.06	.35	.75
Egalisation				
15- X a 3 billes. Y a 8 billes. Que doit faire X pour avoir autant de billes que Y?	.	.	.	.
16- X a 8 billes. Y a 3 billes: Que doit faire X				

Paul a 8 billes. Il en perd 3 pendant la récréation. Combien lui en reste-t-il ?

Paul a 3 billes de moins que Mathieu. Mathieu a 8 billes. Combien de billes Paul a-t-il ?

Paul a 8 billes. Il en perd pendant la récréation. Il lui en reste 3. Combien de billes Paul a-t-il perdu ?

Paul avait des billes en allant à l'école. Il en gagne 3 pendant la récréation et maintenant il en a 8. Combien de billes Paul avait-il avant la récréation ?

Paul a 3 billes. Mathieu a 8 billes. Combien de billes manque-t-il à Paul pour qu'il en ait autant que Mathieu ?

Paul a 3 billes. Mathieu a 8 billes. Combien Mathieu a-t-il de billes de plus que Paul ?

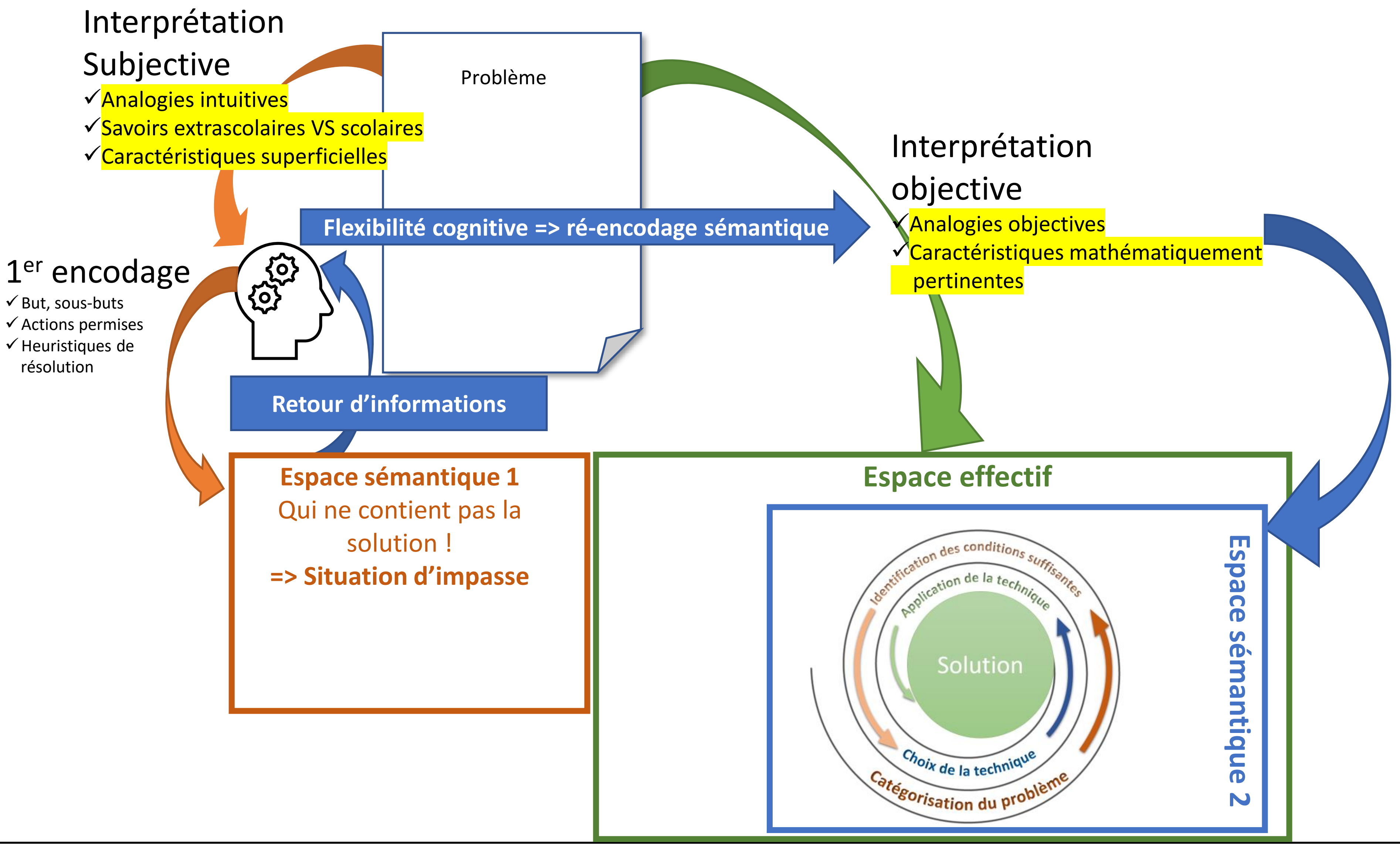
Paul a 3 billes. Il en gagne pendant la

3.b. « Analogies de simulation » (Sander, 2020)

Pb 1 : Nicolas va en récréation avec 27 billes. Pendant la récréation, il gagne des billes et maintenant il en a 31.
Combien de billes Nicolas a-t-il gagnées ?

Pb 2 : Nicolas va en récréation avec 31 billes. Pendant la récréation, il perd 27 billes.
Combien de billes lui reste-t-il ?

En synthèse…


Interprétation Subjective
✓Analogies intuitives
✓Savoirs extrascolaires VS scolaires
✓Caractéristiques superficielles
Problème
1er encodage
✓ But, sous-buts
✓ Actions permises
✓ Heuristiques de résolution
Flexibilité cognitive => ré-encodage sémantique
Interprétation objective
✓Analogies objectives
✓Caractéristiques mathématiquement pertinentes
Retour d'informations
Espace sémantique 1
Qui ne contient pas la solution !
=> Situation d'impasse
Espace effectif
Espace sémantique 2
Identification des conditions suffisantes
Application de la technique
Solution
Choix de la technique
Catégorisation du problème

4. Mettre les analogies au service des apprentissages
Expliciter pour faciliter la catégorisation, quels leviers ?

a. **Anticiper** : analyse didactique fine et rigoureuse :

- Des organisations mathématiques à enseigner
- Des énoncés proposés aux élèves et de leur conformité ou non aux « analogies intuitives »

4.a. Anticiper : analyser les énoncés

Item 1 : Sur une carte, 1 cm représente 4 km dans la réalité. Trouver la distance dans la réalité d'un segment de 10 cm sur le plan.

- Conformité aux analogies ?

Item 7 : Une voiture roule à vitesse constante. Elle parcourt 80 km en une heure.

Quelle distance parcourt-elle en un quart d'heure ?

- Conformité aux analogies ?

4.a. Anticiper : analyser les énoncés

Item 1 : Sur une carte, 1 cm représente 4 km dans la réalité. Trouver la distance dans la réalité d'un segment de 10

cm sur le plan.

- Conformité aux analogies de substitution (réitération), de simulation et de scénario (relation fonctionnelle de l'échelle)

Item 7 : Une voiture roule à vitesse constante. Elle parcourt 80 km en une heure.

Quelle distance parcourt-elle en un quart d'heure ?

- Pas de conformité à l'analogie de scénario (recherche d'une distance parcourue connaissant la distance parcourue unitaire et le temps = multiplication alors que là une division va devoir s'opérer), conformité possible à celles de substitution ou simulation mais cela nécessite que soient automatisées les correspondances/décompositions : 1h = 4×1/4h et 80 = 4×20.

4.a. Anticiper : analyser les énoncés

J'ai 3 paquets de 10 gâteaux. Combien ai-je de gâteaux en tout ?

- Conformité aux analogies ?

J'ai 4 oranges. Je reçois 5 pommes en échange de chaque orange. Combien aurai-je de pommes ?

- Conformité aux analogies ?

Si 1 m^3 de sable coûte 86,50 €, combien coûte 0,22 m^3 de sable ?

- Conformité aux analogies ?

4.a. Anticiper : analyser les énoncés

J'ai 3 paquets de 10 gâteaux. Combien ai-je de gâteaux en tout ?

- Conformité aux analogies de substitution (réitération), de simulation et de scénario (relation fonctionnelle de contenance)

J'ai 4 oranges. Je reçois 5 pommes en échange de chaque orange. Combien aurai-je de pommes ?

- Conformité à l'analogie de substitution (réitération) et simulation mais pas à celle de scénario (collatéraux d'une même catégorie)

Si 1 m^3 de sable coûte 86,50 €, combien coûte 0,22 m^3 de sable ?

- Conformité à l'analogie de scénario (recherche d'un prix payé connaissant le prix unitaire et la quantité) mais pas à celle de substitution (pas de réitération) ou de simulation.

4.a. Anticiper : analyser les énoncés

P1 : Si tous les élèves inscrits étaient venus, la sortie en autocar aurait coûté 25 € par personne. Mais il y a eu 3 absents et chaque participant a dû payer un supplément de 1,50 €. Combien y avait-il d'inscrits ?

- Conformité aux analogies ?

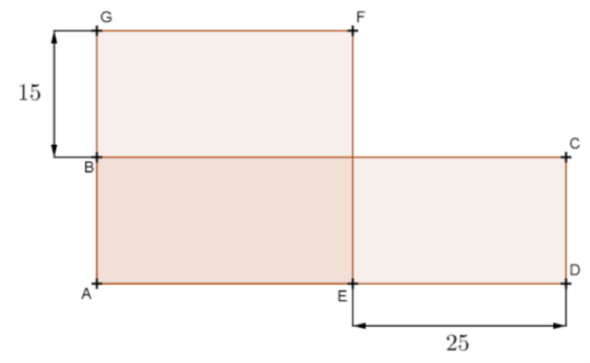
P2 :

ABCD est un rectangle.

E est un point du segment [AD], B est un point du segment [AG].

AEFG est un carré.
ED = 25 et BG = 15.

Déterminer les dimensions du carré AEFG et du rectangle ABCD afin qu'ils aient la même aire.



- Conformité aux analogies ?

4.a. Anticiper : analyser les énoncés

P1 : Si tous les élèves inscrits étaient venus, la sortie en autocar aurait coûté 25 € par personne. Mais il y a eu 3 absents et chaque participant a dû payer un supplément de 1,50 €. Combien y avait-il d'inscrits ?

- Conformité aux analogies de substitution (réitération, addition = augmenter), de simulation (instrumentée) mais pas à celle de simulation mentale ni de scénario (utilisation de l'inconnue pour trouver sa valeur)

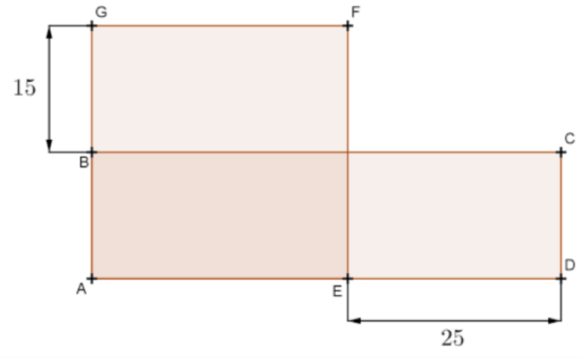
P2 :

ABCD est un rectangle.

E est un point du segment [AD], B est un point du segment [AG].

AEFG est un carré.
ED = 25 et BG = 15.

Déterminer les dimensions du carré AEFG et du rectangle ABCD afin qu'ils aient la même aire.



- Conformité partielle aux analogies de substitution (soustraction = retrancher, aire = produit ; problème = une inconnue et pas plusieurs), pas à celle de simulation (aspect dynamique de la figure non intuitif), ni à celle de scénario (calcul d'aire = géométrie et pas algèbre et choix à faire sur l'inconnue et nécessité d'exprimer des inconnues en fonction d'une inconnue fixée)

4. Mettre les analogies au service des apprentissages Expliciter pour faciliter la catégorisation, quels leviers ?

b. Planifier :

- ✓Prise en compte des catégories de problèmes et des analogies intuitives pour concevoir une progression des apprentissages mathématiques
- ✓Améliorer le « tissage » :
  - ✓le concept de « **Parcours d'études et de Recherche** » (Chevallard, 2009)
  - ✓Les **évaluations diagnostiques/tests d'entrée** dans une séquence

ACADÉMIE D'AIX-MARSEILLE
Liberté Égalité Fraternité
ÉDUCATION PRIORITAIRE

4.b. Planifier : tissage et progression

Progression 3ème				
Séquences – P1	Séquences – P2	Séquences – P3	Séquences – P4	Séquences – P5
(PER-Algèbre-partie 1) **Etude des programmes de calculs – 1ère partie** **Appliquer et remonter des programmes de calculs avec des nombres rationnels** (Calcul fractionnaire)	**(PER-Algèbre-2)** **Etude des programmes de calculs – 2ème partie** **Comment comparer des programmes de calculs du 1er degré** (Développement sans IR Equations et inéquations du 1er degré.)	**(PER-Algèbre-3)** **Etude des programmes de calculs – 3ème partie** **Comment comparer des programmes de calculs du 2nd degré ?** (développement et factorisation avec IR Equations produits)	**(PER-Algèbre-4)** **Etude des programmes de calculs – 4ème partie** **Quelle est la meilleure représentation pour comparer des programmes de calculs ?** (notion de fonction)	**(PER-PS3 – Prendre des décisions)** **3ème partie :** **Comment comparer plusieurs séries de données pour prendre des décisions ?** (statistiques)
(PER-Géométrie grandeurs-partie 1) **Calculer des grandeurs inaccessibles – 1ère partie** **Peut-on calculer une longueur inaccessible ?** (Reprise de l'étude du théorème de Pythagore Triangles semblables Configuration de Thalès-sens direct)	**(PER-Géométrie grandeurs-partie 2)** **Calculer des grandeurs inaccessibles – 2ème partie** **Peut-on calculer une longueur inaccessible ?** (Reprise de l'étude des transformations du plan. Homothéties.)	**(PER-PS1 – Prendre des décisions)** **1ère partie :** **Comment prendre des décisions face au hasard ?** (Expériences aléatoire à une épreuve)	**(PER-Géométrie grandeurs-partie 4)** **Calculer des grandeurs inaccessibles – 3ème partie** **Calculer une longueur, un angle** **A.E.R. co-disciplinaire sur la mesure de la Terre par Eratosthène** (Relations trigonométriques) Réinvestissement géométrie dans l'espace Pythagore	**(PER-Algèbre-6)** **Etude des programmes de calculs – 6ème partie** **Peut-on déterminer un programme de calcul à partir de sa représentation graphique ?** (Déterminer des fonctions affines et linéaires)
(PER-Algèbre-partie 2) **Etude des programmes de calculs – 1ère partie** **Appliquer et remonter des programmes de calculs avec des puissances** (Puissances et racines carrées)	**Comment trouver un multiple ou un diviseur commun à plusieurs nombres ?** (arithmétique – nombres premiers)	**(PER-Géométrie grandeurs-partie 3)** **Calculer des grandeurs inaccessibles – 3ème partie** **Utiliser les agrandissements et les réductions pour calculer une longueur, une aire, un volume inaccessibles** (Géométrie dans l'espace 1 Aire, volume, patrons, sections planes (sauf sphère et boule). + réinvestissement Pythagore et Thalès.)	**(PER-Algèbre-5)** **Etude des programmes de calculs – 5ème partie** **Peut-on prévoir la forme de la représentation graphique d'un programme de calcul ?** (Fonctions affines et linéaires - représentations)	**(PER-Géométrie grandeurs-partie 5)** **Calculer des grandeurs inaccessibles – 4ème partie** **Peut-on utiliser les agrandissements et les réductions pour calculer une longueur, une aire, un volume inaccessibles ?** (Géométrie dans l'espace 2ème partie, repérage dans l'espace et section plane d'une sphère.)
(PER-Géométrie- positions- partie 1) **Comment étudier la position de 2 droites ?** **Comment montrer que 2 droites sont parallèles ?** (réciproque et contraposée du théorème de Thalès)	**(PER-Géométrie- positions- partie 2) Comment étudier la position de 2 droites ?** **Comment montrer que 2 droites sont parallèles ?** (Reprise de l'étude des transformations du plan - homothéties)		**(PER-PS2 – Prendre des décisions)** **2ème partie :** **Comment prendre des décisions face au hasard ?** (Expériences aléatoire à 2 épreuves)	**(PER-Algèbre-7)** **Etude des programmes de calculs – 7ème partie** **Comment modéliser une augmentation ou une réduction ?** (Pourcentages, augmentation, réduction et fonctions linéaires)

4. Mettre les analogies au service des apprentissages
Expliciter pour faciliter la catégorisation, quels leviers ?

c. Faciliter le « recodage sémantique » :

i. Confronter les élèves fréquemment à des situations dans lesquelles les analogies intuitives obstructrices n'opèrent pas et **travailler explicitement avec l'élève sur des analogies non intuitives** qui, elles, vont **favoriser une décontextualisation et une montée en abstraction orientée par la pertinence mathématique**.

ii. Une activité explicite et régulière de **comparaison entre problèmes => transfert**

4. Mettre les analogies au service des apprentissages Expliciter pour faciliter la catégorisation, quels leviers ?

c. Faciliter le « recodage sémantique » :

iii. Les automatismes : un outillage indispensable au « recodage sémantique » :

- ✓ « le calcul mental est un domaine privilégié pour permettre aux élèves de s'approprier les connaissances conceptuelles qui sont indispensables à la résolution de problèmes arithmétiques » (Brissiaud, 2014)

4.c.iii. Faciliter le « recodage sémantique » : automatismes et fluence

- **Fluence en mathématiques VS fluence en lecture**
  - **Convergences**

    ⇒**Recherche d'automatisation pour alléger la charge cognitive dans des tâches plus complexes : résolution de problème/compréhension en lecture**
  - **Divergences**

    ⇒ Derrière la numération et le calcul se cachent des objets abstraits et des « propriétés conceptuelles » (relations/décompositions, commutativité, associativité, réversibilité…) qui forment l'interface entre calcul mental et résolution de problème (Brissiaud, 2014)

4.c.iii. Faciliter le « recodage sémantique » : automatismes et fluence

- **Fluence en mathématiques, des pistes à explorer :**
  - ✓ **Comprendre un nombre c'est** « pouvoir le **comparer** avec d'autres, le suivre dans ses **transformations**, le **saisir** et le **mesurer**, le **composer** et le **décomposer** à volonté » (Buisson, 1880)

  => « **Comprendre un nombre, c'est savoir comment on peut le former à l'aide de nombres plus petits que lui et c'est savoir l'utiliser pour en créer de plus grands.** » (Brissiaud, 2014)

    - ➢ « écrire les nombres suivants 3 060 » VS « entourer toutes les représentations du nombre 3 060 : 3 000 + 60 / 3 000 + 3×20 / 1 020 × 3 / la moitié de 6 120 / 3 unités de mille et 6 dizaines / 30 centaines et 6 dizaines / 306 dizaines »

  - ✓ Enseigner les propriétés conceptuelles des opérations via le calcul mental :
    - ⇒ « 6 + 4 = … » VS « Combien faut-il ajouter à 6 pour obtenir 10 ? », « Combien faut-il soustraire à 10 pour obtenir 6 ? », « 10 c'est combien de plus que 6 ? », « 6 c'est combien de moins que 10 ? »
    - ⇒ « 7×4 = ? » **VS** « 28 c'est combien de fois plus grand que 7 ? », « 4 c'est combien de fois plus petit que 28 ? »

4.c.iv. Faciliter le « recodage sémantique » : la manipulation

c. Faciliter le « recodage sémantique » :

iv. La manipulation :

- ✓Rétroaction du milieu => « **Le retour d'information** » et « **les signaux d'erreurs** » (Deheane, 2015)
- ✓**Passage progressif à l'abstraction**

Réglettes « cuisenaires »

Projet KLASMA : http://mathiereapenser.fr/klasma.html

4.c.v. Faciliter le « recodage sémantique » : le traitement de l'erreur

c. Faciliter le « recodage sémantique » :

v. Le traitement de l'erreur, quelques pistes à ritualiser ?

- ✓ **L'usage du tableau** et **les interactions orales d'animation** : des ostensibles forts…
- ✓ **Laisser l'élève aller au bout de sa démarche et lui donner le temps d'expliciter sa démarche** => « la tyrannie de l'heure » (Matheron&Noirfalise, 2007)=> arbitrages/compromis

4.c.v. Faciliter le « recodage sémantique » : le traitement de l'erreur

c. Faciliter le « recodage sémantique » :

v. Le traitement de l'erreur, quelques pistes à ritualiser ?

✓ **Aider l'élève/la classe à contrôler sa démarche** => expliciter les outils de contrôle que l'élève pourra mobiliser progressivement en semi-autonomie puis autonomie : « espace sémantique » => « espace effectif »

➢ **Outils pour vérifier que j'ai bien compris la consigne/l'énoncé** :

- **Reformuler**, « se faire le fim »
- Le **but** (« que cherches-tu/dois-tu trouver ? »)
- Les **critères/indicateurs de réussite** (« à quoi pourrait ressembler la réponse à ce problème ? » et « pourquoi ? »)
- Les **« règles du jeu »** (« quelles données sont utiles pour résoudre ce problème ? », « sont-elles toutes présentes dans l'énoncé ? », « que peut-on faire ? », « qu'est-ce qu'on ne peut pas faire ? »)

4.c.v. Faciliter le « recodage sémantique » : le traitement de l'erreur

c. Faciliter le « recodage sémantique » :

v. Le traitement de l'erreur, quelques pistes à ritualiser ?

✓ **Aider l'élève/la classe à contrôler sa démarche** => expliciter les outils de contrôle que l'élève pourra mobiliser progressivement en semi-autonomie puis autonomie : « espace sémantique » => « espace effectif »

- **Outils pour vérifier que le modèle mathématique choisi est le bon** : expliciter les « **caractéristiques pertinentes** » permettant de catégoriser le problème **=> transfert**
- **Outils pour vérifier la validité de l'application des techniques** :
  - Outils mathématiques de contrôle des techniques à automatiser (symétrisation des opérations, ordres de grandeur, simulation, construction, substitution…)
  - Outils pour vérifier la vraisemblance/cohérence du résultat : situation => modèle, traitement => retour à la situation => confrontation avec le but et les critères/indicateurs de réussite
  - Confrontation aux ressources institutionnalisées

4.c.v. Faciliter le « recodage sémantique » : le traitement de l'erreur

c. Faciliter le « recodage sémantique » :

v. Le traitement de l'erreur, quelques pistes à ritualiser ?

- ✓**Accompagner l'élève/la classe dans le traitement de l'erreur** (s'appuyer sur les caractéristiques pertinentes identifiées et les ressources/bilans…)
- ✓**Faire une synthèse de ce qu'il faut retenir** : « qu'est-ce qui nous a permis d'aboutir à une réponse juste et complète à partir d'une réponse qui était fausse et/ou incomplète ? » (outils de contrôle, savoirs, méthodes…)

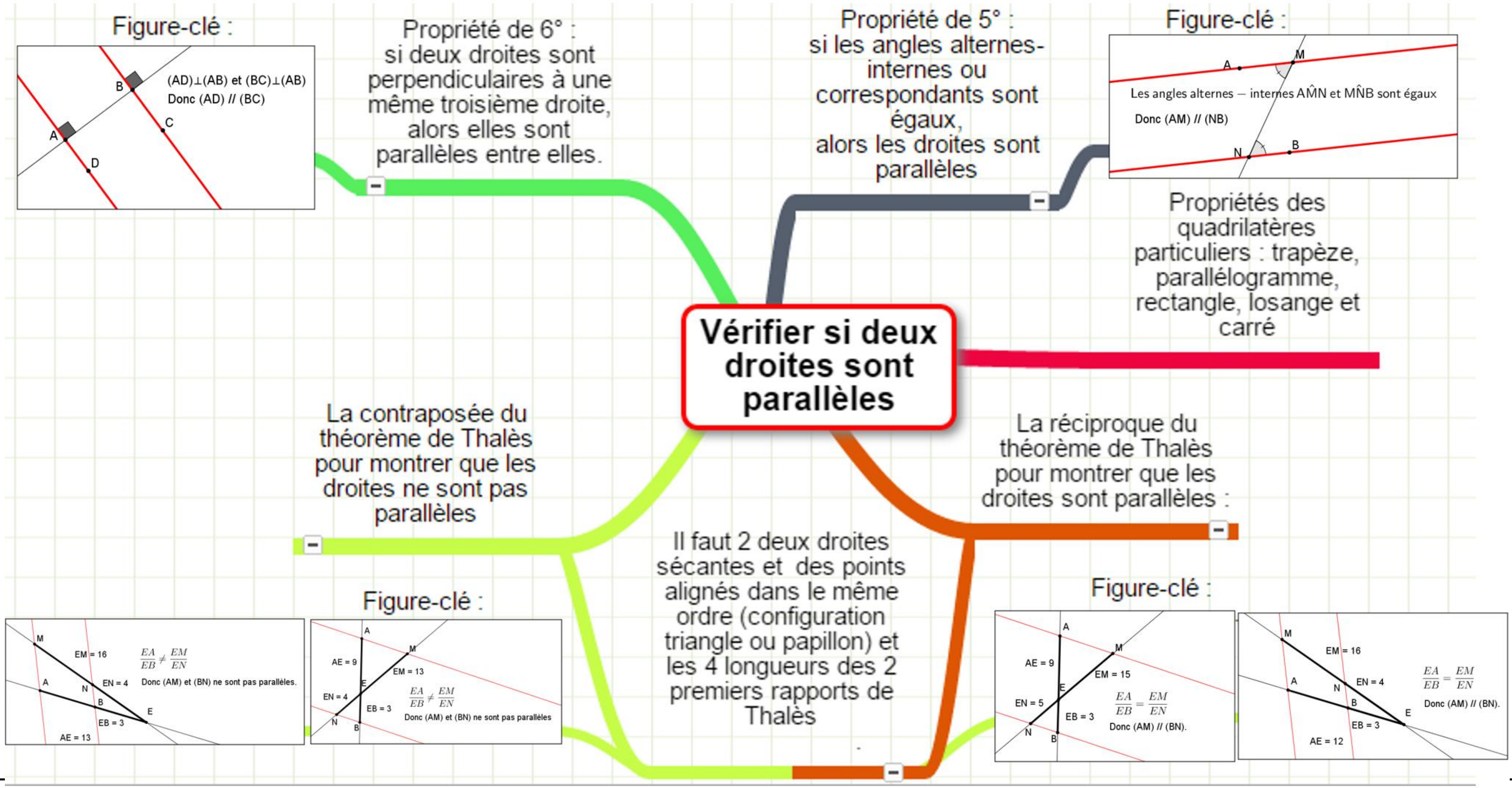
4.d. L'institutionnalisation au service du sens et de la catégorisation

d. Mettre l'institutionnalisation explicitement au service du sens mathématique et de la catégorisation des problèmes :

- **Décontextualisation et amalgamation**
- Un outil à explorer : **les cartes mentales des techniques mobilisables organisées autour des catégories de problème**

4.d. L'institutionnalisation au service du sens et de la catégorisation

Carte mentale – géométrie -vérifier si des droites sont parallèles



4.e. Mieux évaluer

e. Mieux évaluer :

- En situation : meilleure analyse des performances des élèves : ce qu'il réussi **VS** ce qu'il comprend
- Dans la conception des évaluations : cohérence avec les situations enseignées

4.f. La formation et le travail collectif

f. La formation et le travail collectif => GRAM…

5. Un cadre institutionnel en phase avec la recherche

- **Référentiel de l'éducation prioritaire – axe 1 : « Garantir l'acquisition du « Lire, écrire, parler » et enseigner plus explicitement les compétences que l'école requiert pour assurer la maîtrise du socle commun » :**
  - **Travailler particulièrement les connaissances et compétences qui donnent lieu à de fortes inégalités**
    - ✓ Les mathématiques font l'objet d'un travail soutenu pour permettre le réinvestissement des compétences et des connaissances mathématiques en situation de résolution de problème.
    - ✓ Les élèves sont confrontés aux dimensions culturelles et historiques des savoirs enseignés pour les doter d'une culture qui leur donne des références indispensables pour situer les savoirs.
  - **Expliciter les démarches d'apprentissage pour que les élèves comprennent le sens des enseignements :**
    - ✓ Les objectifs du travail proposé aux élèves sont systématiquement explicités avec eux.
    - ✓ Les procédures efficaces pour apprendre sont explicitées et enseignées aux élèves à tous les niveaux de la scolarité. La pédagogie est axée sur la maîtrise d'un savoir enseigné explicitement (l'élève sait avant de commencer une leçon ce qu'il a vocation à apprendre et il vérifie lui-même après la leçon qu'il a retenu ce qu'il fallait).
    - ✓ L'enseignement est progressif et continu ; la vérification de la compréhension de tous les élèves est régulière.

5. Un cadre institutionnel en phase avec la recherche

- **Rapport Villani-Torossian : 24 occurrences du mot « explicite » et des pistes**
  - Développer et renforcer les échanges entre les autres disciplines et les mathématiques ; expliciter les liens entre la langue française et les mathématiques dès le plus jeune âge.
  - que les contenus et les méthodes leur soient explicités de façon plus accessible
  - que l'enseignant explicite davantage ses attentes en termes de travail personnel de l'élève, notamment pour préparer une évaluation
  - Le cours : Rééquilibrer les séances d'enseignement de mathématiques : redonner leur place : au cours structuré et à sa trace écrite ; à la notion de preuve ; aux apprentissages explicites.
  - Une pédagogie explicite et systématique : l'élève est guidé de manière explicite mais non dirigiste dans son apprentissage ;
  - Des étapes d'apprentissage bien identifiées : l'étape concrète, l'étape imagée et l'étape abstraite ;
  - Les quatre opérations introduites dès le cours préparatoire, leur sens étant exploré dès la maternelle ;
  - Des stratégies efficaces de résolution de problèmes mathématiques.

6. Bibliographie/Sitographie

- Séminaire « Enseigner plus explicitement : Pour quoi ? Qui ? Quand ? Quoi ? Comment ? Où ? », Ifé, 2016, & Dossier ressource « Enseigner plus explicitement », centre Alain Savary, 2016 http://centre-alain-savary.ens-lyon.fr/CAS/education-prioritaire/ressources/theme-1-perspectives-pedagogiques-et-educatives/realiser-un-enseignement-plus-explicite/enseigner-explicitement-pour-quoi-qui-quand-quoi-comment
- S. Cèbe, P. Picard, « Réussir pour comprendre : le rôle des pratiques d'enseignement dans le développement des compétences requises à et par l'école », Article paru en 2009 dans la revue du GFEN « Dialogue » n°134 http://bit.ly/1lpTFMP
- Extrait de la vidéo de J.Y. Rochex lors des entretiens de Cap canal avec Philippe Meirieu sur l'enseignement explicite, 2014, http://centre-alain-savary.ens-lyon.fr/CAS/education-prioritaire/ressources/theme-1-perspectives-pedagogiques-et-educatives/realiser-un-enseignement-plus-explicite/extrait-video-de-jean-yves-rochex-sur-lenseignement-explicite
- Bautier, E., & Rochex, J.-Y. (1997). Apprendre : des malentendus qui font la différence. In J.-P. Terrail (Ed.). La scolarisation de la France (pp. 105-122). Paris : La Dispute.
- Yves Chevallard, Y. (2009). La notion de PER : problèmes et avancées. 2009, http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/La_notion_de_PER___problemes_et_avancees.pdf
- Gérard SENSEVY (théorie de l'action conjointe), *Didactique pour enseigner,* Presses universitaires de Rennes, 2019.
- Malentendus sociocognitifs, La construction sociale du décrochage scolaire, Entretien avec Patrick Rayou, Bulletin de la ligue de l'enseignement, décembre 2012 p.11-13
- La construction des inégalités scolaires, Au cœur des pratiques et des dispositifs d'enseignement, sous la direction de Jean-Yves Rochex et Jacques Crinon, Presses Universitaires de Rennes, 2001
- S. Bonnery, Comprendre l'échec scolaire. Elèves en difficultés et dispositifs pédagogiques, La Dispute, coll. « L'enjeu scolaire », 2007, 214p., extrait en ligne sur le site du centre http://bit.ly/1WmZd88
- G. Brousseau, Théorie des situations didactiques : Didactique des mathématiques 1970-1990, Grenoble : la pensée sauvage.
- Evelyne Clément. Pister les manifestations de l'émotion en situation de résolution de problème. Bulletin de psychologie, Groupe d'étude de psychologie, 2016. hal-02004929
- Rémi Brissiaud : Il faut refonder la didactique du nombre : http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2014/05/28052014Article635368595326271409.aspx

6. Bibliographie/Sitographie

- S. Dehaene, « Fondements cognitifs de l'apprentissage des mathématiques », collège de France, 2015, https://www.college-de-france.fr/site/stanislas-dehaene/course-2015-03-03-09h30.htm
- E. Sander, « Le rôle des analogies dans la résolution de problèmes aux cycles 2 et 3 », IFE, 2019, http://centre-alain-savary.ens-lyon.fr/CAS/mathematiques-en-education-prioritaire/compte-rendus-formations-de-formateurs-mathematiques/session-2019-2020/le-role-des-analogies-intuitives-dans-la-resolution-de-problemes-arithmetiques-aux-cycles-2-et-3
- Sander, E., & Richard, J-F. (2017). Les apprentissages numériques. In R. Miljkovitch, F. Morange-Majoux and E. Sander (Eds.), Psychologie du Développement (252–258). Paris, Elsevier-Masson.
- Richard, J.-F., & Sander, E. (2000). Activités d'interprétation et de recherche de solution dans la résolution de problèmes. In J-N. Foulin & C. Ponce (Eds.). Les apprentissages scolaires fondamentaux (91–102). Bordeaux, Editions du CRDP
- Richard, J.F., Clément, E, & Tijus, C.(2002). Les composantes sémantiques dans la résolution de problèmes isomorphes. Revue d'Intelligence Artificielle, 16, 191-219
- Matheron, Y., Noirfalise, R., Une recherche de la Commission inter-IREM (CII) didactique soutenue par l'INRP : « Dynamiser l'étude des mathématiques dans l'enseignement secondaire (collège et lycée) par la mise en place d'AER et de PER » : http://www4.ujaen.es/~aestepa/TAD_II/Comunicaciones_TAD_II/19%20-%20Matheron&Noirfalise%20TAD%202.pdf