

# Mathématiques Sans Frontières



## Épreuve de découverte édition 2018

- ✓ Rendre une seule feuille-réponse par exercice.
- ✓ Toute trace de recherche sera prise en compte.
- ✓ Le soin, la qualité de la rédaction et la précision des raisonnements seront pris en compte.

### Exercice 1 7 points

## Chronomèche

Mathématiques  
**SANS**  
Frontières

Solution à rédiger en allemand, anglais, espagnol ou italien en un minimum de 30 mots.

Der Burgwächter muss die Tore der Burg in genau 6 Stunden öffnen. Um die Zeit zu messen, verfügt er über 3 Kerzen: Die große schmilzt in 4 Stunden, die mittlere in 3 Stunden und die kleine in einer Stunde. Man kann nicht genau abmessen, wann eine Kerze sich um die Hälfte, um ein Drittel, um ein Viertel verkleinert hat ...

**Wie muss der Burgwächter vorgehen?**

El guardián del castillo tiene que abrir las puertas dentro de 6 horas exactamente. Para medir el tiempo, dispone de 3 velas: la grande se derrite en 4 horas, la mediana en 3 horas y la pequeña en 1 hora. Es imposible saber cuando una vela se ha derretido por la mitad, la tercera parte, la cuarta parte ...

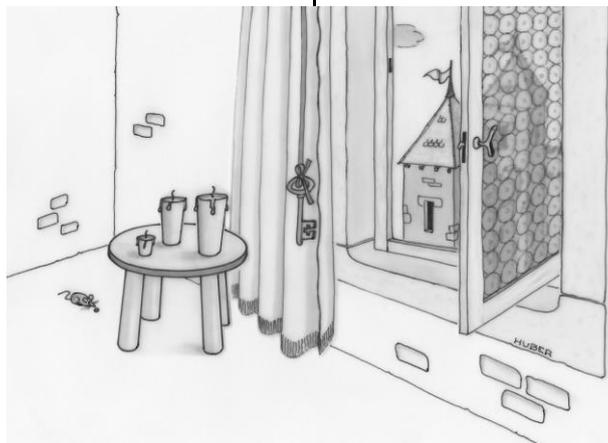
**¿Como tiene que proceder el guardián?**

The porter of a castle has to open the main gates in exactly 6 hours time. To measure the time passing he has 3 candles: the big one burns itself out in 4 hours, the middle-sized one in 3 hours and the small one in 1 hour. It is not possible to know precisely when a candle would be half-used or one third used, or a quarter ...

**How will he be able to do it ?**

La guardia del castello deve aprire le porte esattamente tra 6 ore. Per misurare il tempo ha a disposizione 3 candele: la grande si consuma in 4 ore, la media in 3 ore e la piccola in un'ora.

Non è possibile individuare esattamente quando una candela si è ridotta della metà, di un terzo, di un quarto...



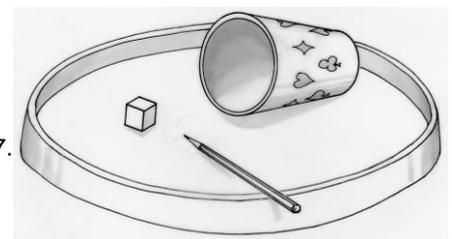
**Come deve organizzarsi la guardia?**

### Exercice 2 5 points

## Dés de Dédé

Sur un dé classique, traditionnellement la somme des faces opposées est égale à 7. Dédé veut construire un dé inhabituel. Ses faces portent les six chiffres de 1 à 6. Les trois sommes des faces opposées sont trois nombres consécutifs.

**Trouver deux dés inhabituels possibles et donner un patron pour chacun d'eux.**



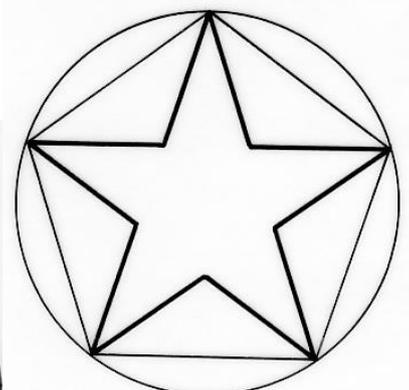
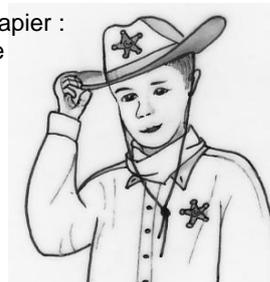
### Exercice 3 7 points

## Étoile du shérif

Voici une méthode pour obtenir une grande étoile de shérif en papier :  
On commence par inscrire un pentagone régulier dans un cercle de 10 cm de rayon. Dans ce pentagone, on dessine une étoile à 5 branches comme sur le dessin ci-contre.  
On découpe ce pentagone.

Après plusieurs pliages et un seul coup de ciseaux en ligne droite, on obtient, en dépliant, la fameuse étoile à 5 branches.

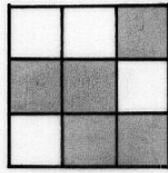
**Montrez à votre professeur que d'un seul coup de ciseaux on obtient l'étoile.**



**Exercice 4**  
5 points

# C'est grisant

Voici une grille comportant des cases grises.

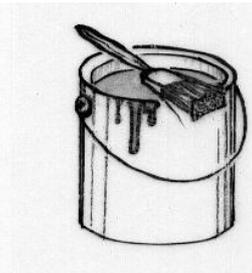


2	3	1
2	4	4
3	3	2

Ci-contre, la grille correspondante qui indique, pour chaque case, le nombre de cases grises voisines, par un côté ou par un sommet.

À présent voici une 2<sup>e</sup> grille de nombres.

2	2	2	1
1	4	2	2
1	3	2	3
0	1	2	1

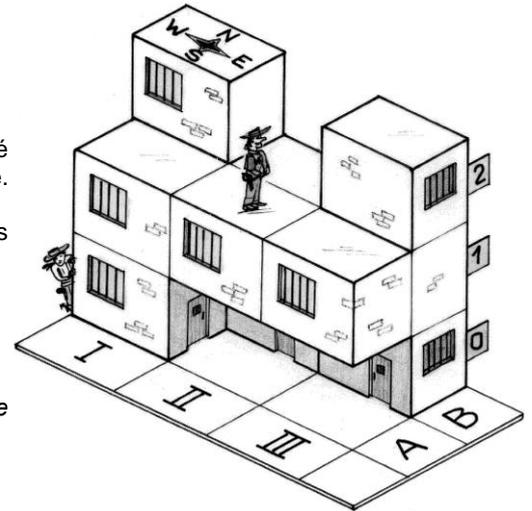


Réaliser la grille de cases grises correspondant à cette 2<sup>e</sup> grille de nombres.

**Exercice 5**  
7 points

# Les frères Dalton

Les frères Dalton sont quatre redoutables bandits du Far-West. Trois d'entre eux, Bill, Grat et Emmett sont faits prisonniers. Chacun est enfermé séparément dans l'une des 12 cellules de la prison représentée ci-contre. Chaque cellule n'a qu'une seule fenêtre.



Pour libérer ses frères, le quatrième Dalton, Bob, dispose des indications suivantes :

- La fenêtre de la cellule de Bill est orientée au sud.
- Bill se trouve à l'étage au-dessus de celui de Grat.
- La fenêtre de la cellule de Grat est orientée à l'est.
- Emmett, enfermé au 2<sup>e</sup> étage, se trouve dans une cellule plus à l'ouest que celle de Grat.
- Il existe une cellule juste en dessous de celle de Bill.

Sur le dessin, on voit le gardien de la prison. On note sa position par (2 ; A ; II).

Aider Bob à libérer ses frères en indiquant la position de chacun d'eux. Justifier.

**Exercice 6**  
5 points

# Where is Bryan ?

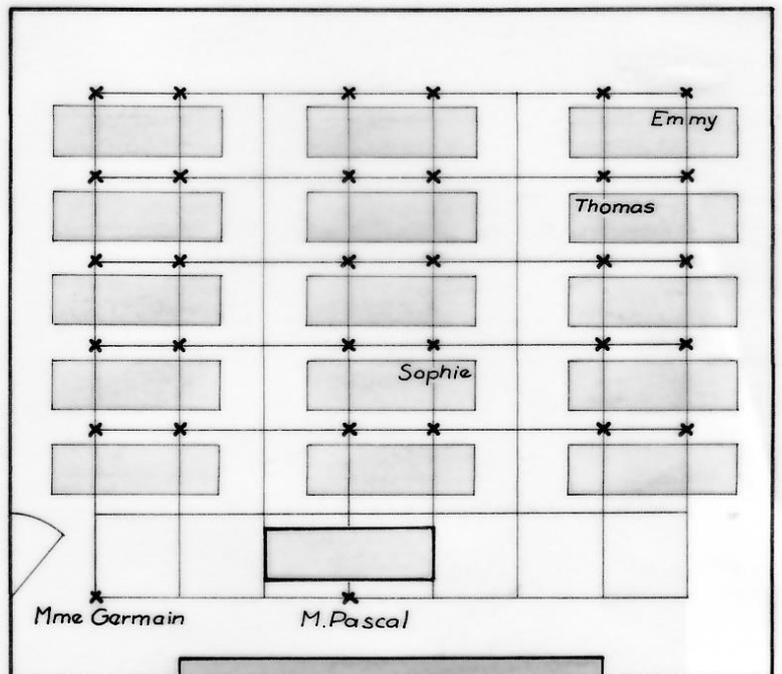
On a représenté le plan de la salle de classe de Bryan dans un quadrillage.

À chaque point correspond la position d'un élève. Deux personnes ne peuvent pas se voir s'il y a quelqu'un sur le segment qui relie leurs places. Par exemple, Emmy ne voit pas Sophie car Thomas appartient au segment formé par Emmy et Sophie. M. Pascal, leur professeur, ne voit pas Bryan. Du fond de la salle, Emmy voit Bryan et son professeur.

Mme Germain, la directrice qui entre dans la salle pour donner une information à la classe, ne voit pas Bryan. Quant à Bryan, il voit les deux tiers de l'effectif de la classe.



Reproduire le plan de la salle et indiquer la position de Bryan.



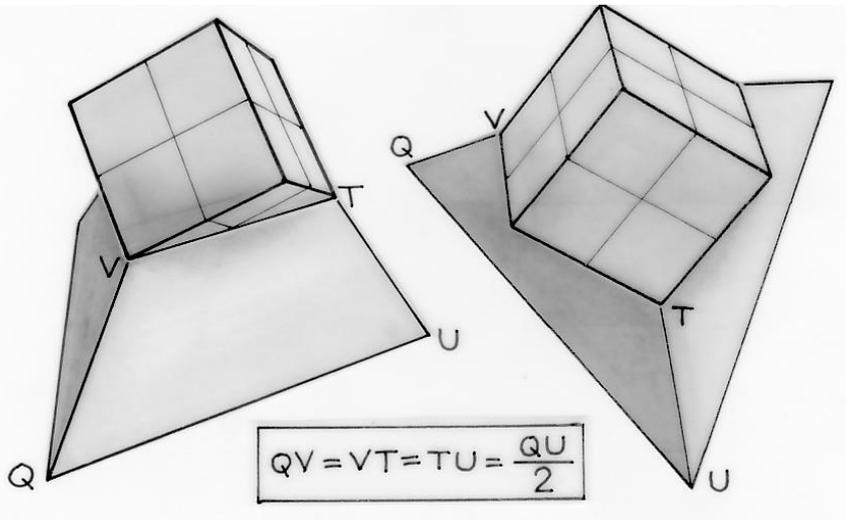
**Exercice 7**  
7 points

## Dé calé

Pour sa collection de cubes de 4 cm d'arête, Eliot fabrique des supports en forme de tronc de tétraèdre régulier dans lesquels une partie du cube vient s'encaster. Trois sommets du cube sont situés chacun sur une arête du tronc de tétraèdre.

En voici deux vues.

Réaliser un patron du support du cube, constitué de quatre faces.

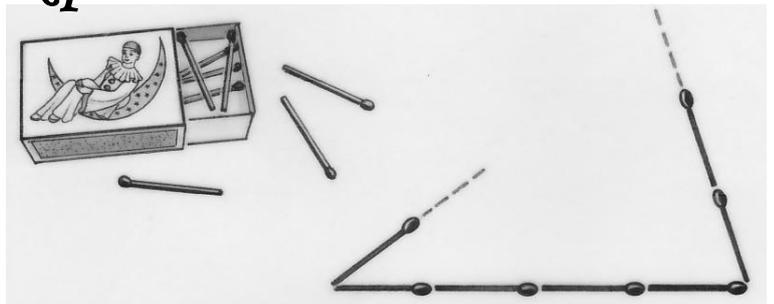


**Exercice 8**  
5 points

## Tu peux ou tu peux pas

Avec 24 allumettes de même longueur, on construit un triangle dont chaque côté est constitué d'allumettes alignées mises bout à bout.

Combien de triangles différents peut-on ainsi construire en utilisant, pour chacun d'eux, les 24 allumettes ? Écrire toutes les solutions possibles.



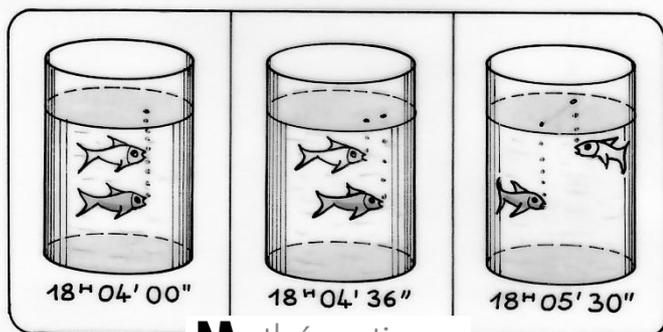
**Exercice 9**  
7 points

## Queues de poissons

Deux poissons tournent à vitesse constante dans le même sens le long de la paroi de leur aquarium cylindrique en décrivant un cercle.

- À 18 h 04 mn 00 s, les deux poissons sont exactement l'un au dessus de l'autre.
- À 18 h 04 mn 36 s, le poisson bleu commence un deuxième tour alors que le poisson rouge a déjà entamé son deuxième tour.
- À 18 h 05 mn 30 s, les deux poissons sont diamétralement opposés.

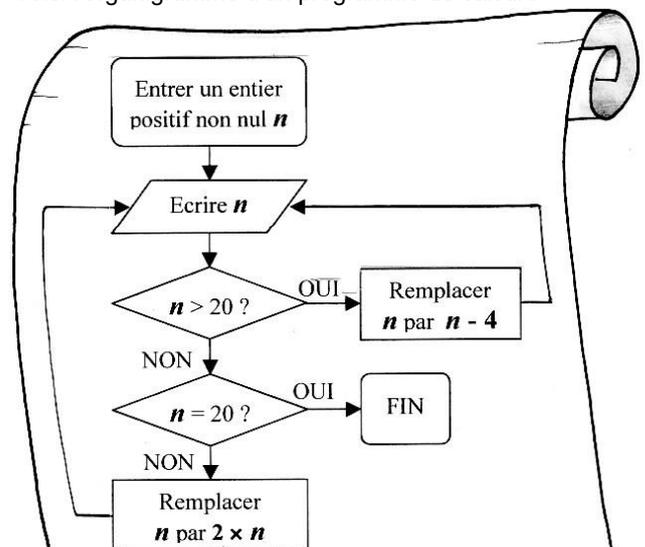
Combien de temps faut-il au poisson rouge pour parcourir un tour d'aquarium ? Justifier.



**Exercice 10**  
10 points

## C'est par où la sortie ?

Voici l'organigramme d'un programme de calcul :



Tester ce programme pour  $n = 11$  puis pour deux autres valeurs au choix. Ce programme se terminera-t-il quel que soit l'entier naturel non nul choisi au départ ?

Expliquer la réponse.

# SPECIAL SECONDE

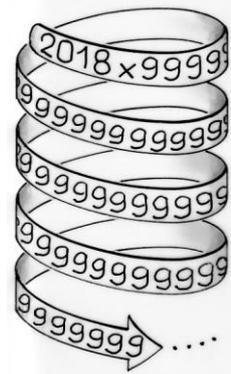
**Exercice 11**  
5 points

## Que du neuf !

$$2018 \times \underbrace{999 \dots 999}$$

nombre écrit avec 2018 chiffres tous égaux à 9

Quelle est la somme des chiffres du résultat de cette multiplication ? Justifier.



**Exercice 12**  
7 points

## Pour cent âges



Dans une ville de 5 000 habitants ne vivent que des jeunes et des vieux. Mais 20% des jeunes se prennent pour des vieux et 10% des vieux se prennent pour des jeunes. Les autres se prennent pour ce qu'ils sont.

À tous les habitants de cette drôle de ville, on pose la même question : « Êtes-vous vieux ? ».

34% des habitants répondent oui !

Combien la ville compte-t-elle de jeunes ? Justifier.

**Exercice 13 pour les secondes GT**  
10 points

## Ne pas se planter

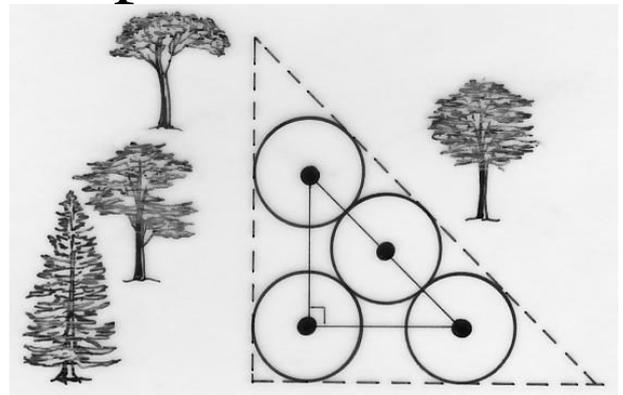
Trois arbres sont plantés aux sommets d'un triangle rectangle isocèle et un quatrième arbre est planté au milieu de l'hypoténuse, comme l'illustre le dessin ci-contre.

Pour permettre à chaque arbre de pousser correctement, le jardinier a prévu une aire circulaire de rayon 6 m autour de chacun d'entre eux.

Il souhaite maintenant les protéger par une clôture.

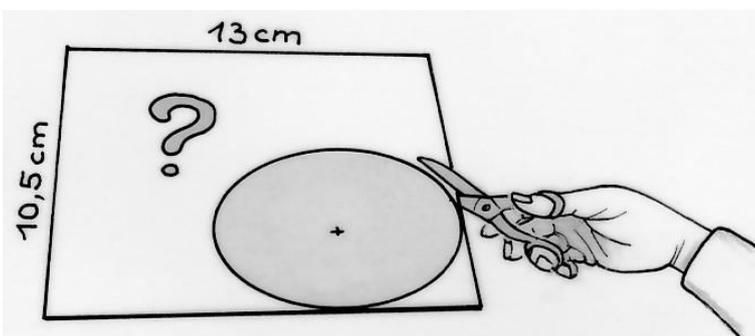
Les arbres sont représentés par des points et la clôture par des segments en pointillés.

Calculer, au mètre près, la longueur de la clôture.



**Exercice 13 pour les secondes Pro**  
10 points

## Disques qualifiés ?



Peut-on découper deux disques entiers de rayon 3,5 cm dans une plaque rectangulaire de 13 cm sur 10,5 cm ? Justifier la réponse.