

Mathématiques Sans Frontières

Épreuve définitive du 10 Février 2015



- ✓ Rendre une seule feuille-réponse par exercice.
- ✓ Toute trace de recherche sera prise en compte.
- ✓ Le soin, la qualité de la rédaction et la précision des raisonnements seront pris en compte.

Exercice 1
7 points

Les polygones d'Antigone

Solution à rédiger en allemand, anglais, espagnol ou italien en un minimum de 30 mots.

Nachdem Antigone ein Dreieck, ein Viereck und ein Fünfeck gezeichnet hat, stellt sie fest, dass ein Dreieck keine, ein Viereck zwei und ein Fünfeck fünf Diagonalen besitzt.

Sie fragt sich, wie viele Diagonalen wohl ein Sechseck, ein Siebeneck und ein Achteck haben.

Sie glaubt, eine Formel gefunden zu haben, die die

Anzahl der Diagonalen in einem n -Eck angibt: $\frac{n(n-3)}{2}$.

Wie viele Diagonalen besitzt ein Sechseck, wie viele ein Siebeneck und wie viele ein Achteck?

Beweist die Formel, die Antigone gefunden hat.

Kann ein Vieleck 100 Diagonalen besitzen? Begründet eure Antwort.

After she had drawn a few diagrams, Antigone noticed that a triangle has no diagonals, that a quadrilateral has two and that a pentagon has five.

She tries to work out how many diagonals the polygons with 6, 7 and 8 vertices would have. She thinks she has found the formula that gives the number of diagonals for a polygon

with n vertices: $\frac{n(n-3)}{2}$.

How many diagonals does a polygon with 6, 7 or 8 vertices have?

Show that Antigone's formula is correct.

Can a polygon have 100 diagonals? Explain your answer.

Después de dibujar las figuras, Antigono se da cuenta que los triángulos no tienen diagonales, que los cuadriláteros tienen dos y que los pentágonos tienen cinco.

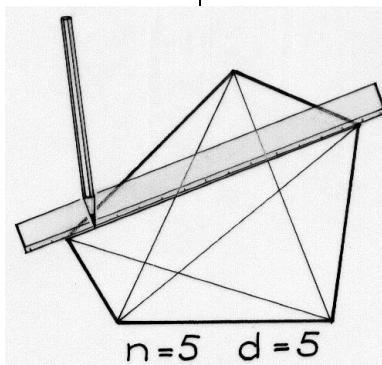
Busca cuántas diagonales tienen los polígonos de 6, 7 y 8 vértices. Antigono piensa que ha encontrado la fórmula que expresa el número de diagonales de un polígono de

n vértices: $\frac{n(n-3)}{2}$.

¿Cuántas diagonales tienen los polígonos de 6, 7 y 8 lados?

Demuestra la fórmula que ha encontrado Antigono.

¿Puede tener un polígono 100 diagonales? Justifica la respuesta.



Dopo aver tracciato le figure, Antigone nota che un triangolo non ha alcuna diagonale, un quadrilatero ne ha due e un pentagono ne ha cinque.

Antigone ricerca quante diagonali possano avere i poligoni rispettivamente con 6, 7 e 8 vertici.

Pensa di avere individuato la formula che indica quante diagonali ha un polígono di n vertici: $\frac{n(n-3)}{2}$.

Quante diagonali hanno i poligoni di 6, 7 e 8 vertici?

Dimostrate la formula individuata da Antigone.

E' possibile che un polígono abbia 100 diagonali? Spiegate.

Exercice 2
5 points

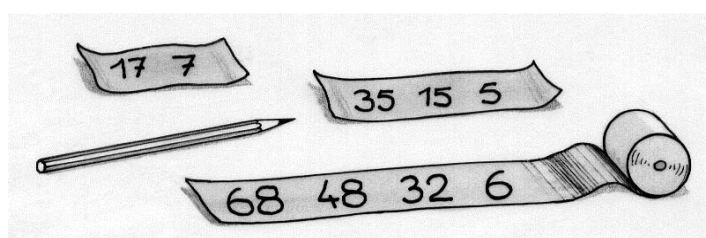
Décroissance programmée

Anne Marie s'amuse avec les suites de nombres.

Elle choisit un nombre entier naturel qui est le premier nombre de sa suite. Elle calcule le suivant en multipliant les chiffres du nombre.

Elle recommence ce procédé avec le nombre obtenu jusqu'à ce que qu'il ne reste plus qu'un nombre à un chiffre.

Par exemple, en partant du nombre 68, elle obtient la suite de quatre nombres 68 ; 48 ; 32 ; 6.



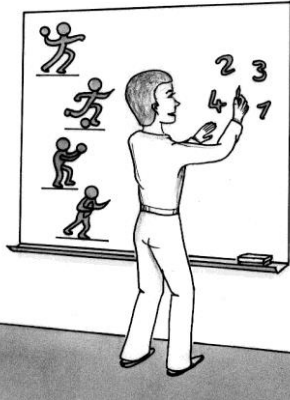
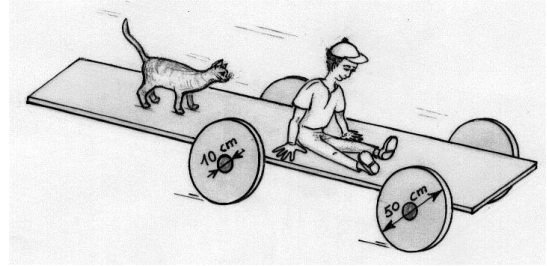
Quel nombre entier naturel inférieur à 100 donne, en suivant ce procédé, la suite de nombres la plus longue ?

Exercice 3
7 points

Un tour du haut d'essieux

Une longue planche rigide repose sur deux essieux parallèles. Les roues roulent sans glisser sur le sol et la planche avance sans glisser sur les essieux. Le diamètre des essieux mesure 10 cm et les roues fixées sur les essieux ont un diamètre de 50 cm.

De quelle distance se déplace la planche quand les roues font un tour ? Justifier.



Exercice 4
5 points

Tétrathlon

La cité scolaire de Coubertin organise un tournoi sportif. Quatre disciplines sont au programme : volley-ball, football, handball et rugby. Le règlement stipule :

- chaque équipe doit disputer quatre rencontres, une dans chacune des disciplines ;
- une équipe ne peut pas être opposée deux fois à la même équipe.

Montrer qu'avec huit équipes engagées, le tournoi peut se dérouler.

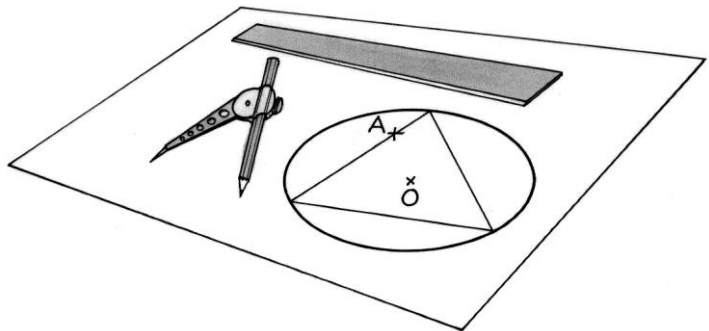
Exercice 5
7 points

Encerclé

Tracer un cercle de 6 cm de rayon. Placer un point A à 5 cm du centre. Construire un triangle équilatéral inscrit dans le cercle et dont un des côtés passe par le point A. Donner les étapes de cette construction.

Si le point A est trop près du centre, la construction précédente est impossible.

Déterminer et colorier l'ensemble des points pour lesquels la construction du triangle équilatéral est possible.

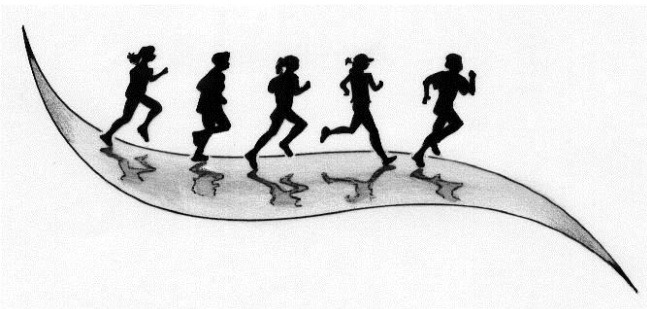


Exercice 6
5 points

Club des cinq

Ahmed, Bénédicte, Cyrielle, Damien et Elise participent à une course par équipe. Ils arrivent dans cet ordre à 5 minutes d'intervalle. Ahmed court 2 fois plus vite qu'Elise.

Calculer le temps total mis par ces cinq coureurs.

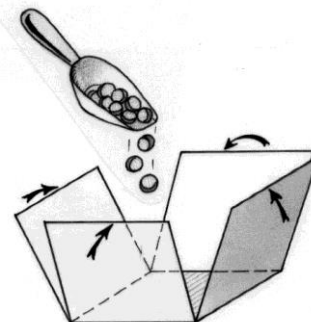


Exercice 7
7 points

Smart box

Je construis sur un disque en carton de 10 cm de rayon un patron le plus grand possible composé de cinq carrés identiques. Avec ce patron, je forme une boîte cubique sans couvercle.

Calculer le volume de la boîte.



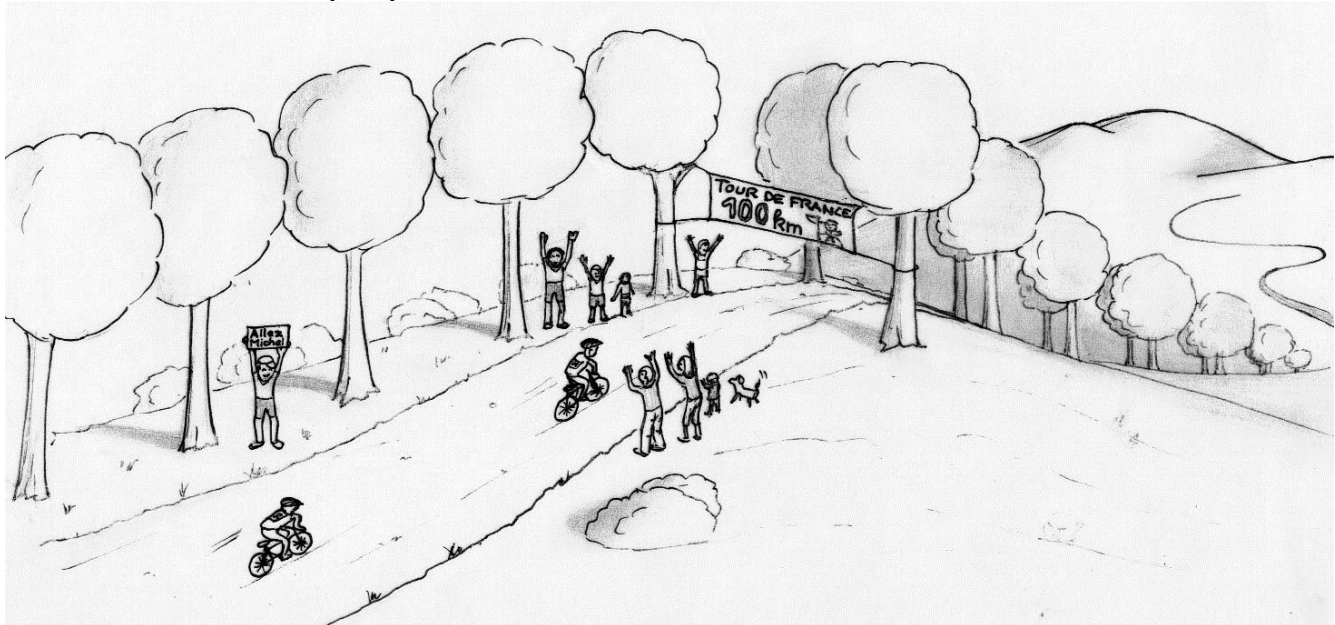
Exercice 8
5 points

Belle échappée

Dans l'ascension d'une côte, deux coureurs sont échappés ; ils roulent tous les deux à la même vitesse constante de 18 km/h. Ils sont distants l'un de l'autre de 200 m.

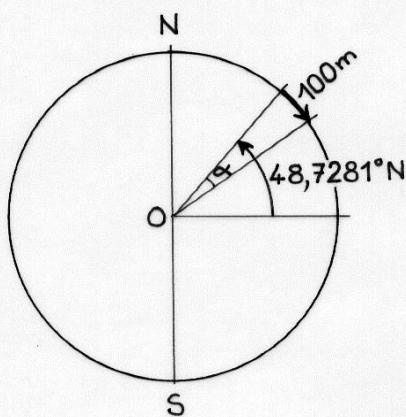
Ils passent le sommet de la côte et entament la descente. Après le passage du sommet, ils mettent chacun le même temps et la même distance pour atteindre dans la descente la vitesse constante de 70 km/h.

Quelle est alors la distance qui sépare les deux coureurs ? Justifier.



Exercice 9
7 points

Géolocalisation

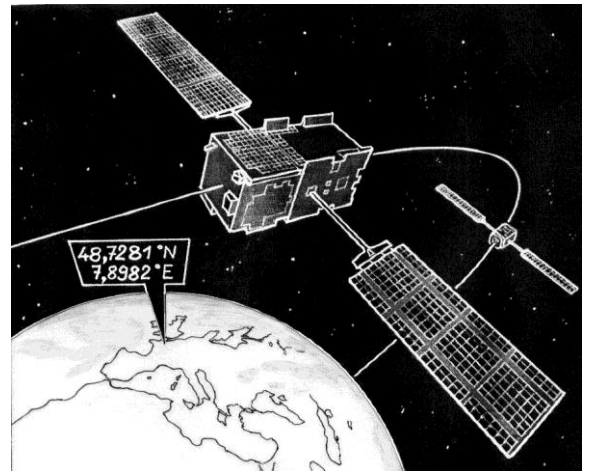


Pour déterminer la position d'un point situé à la surface de la Terre, un GPS calcule sa position angulaire (latitude et longitude) à partir de la position de plusieurs satellites.

Je suis au point de coordonnées 48,7281° de latitude Nord et 7,8982° de longitude Est.

Je me déplace de 100 mètres vers le Sud. La longitude est inchangée.

On considère que la surface de la Terre est assimilée à une sphère de rayon 6 367 km.

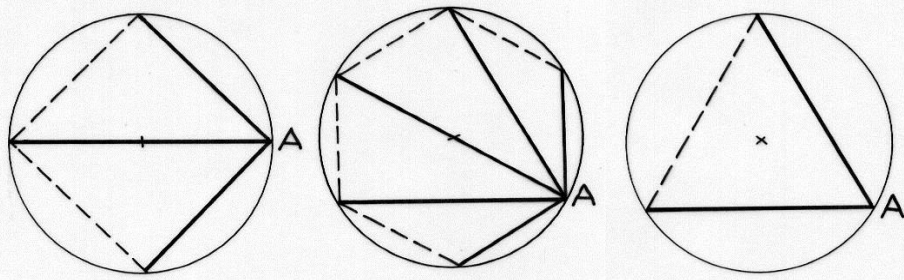


Quelle est la latitude indiquée par ce GPS ? Justifier.

Exercice 10
10 points

Théorie des cordes

Dans les figures ci-dessous, les polygones réguliers sont inscrits dans des cercles de rayon 1. Les segments en gras relient le sommet A aux autres sommets.



Pour ces trois polygones réguliers, calculer la valeur exacte du produit des longueurs des segments issus de A.

À partir de ces exemples, conjecturer une propriété. Selon cette conjecture, quelle serait la valeur du produit correspondant au chiliagone régulier (polygone à 1 000 côtés) ?

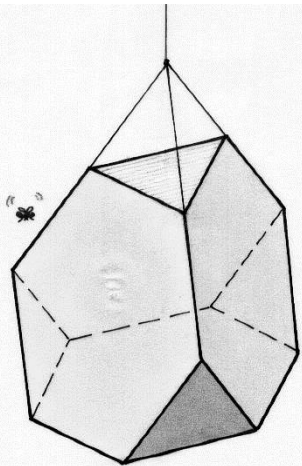
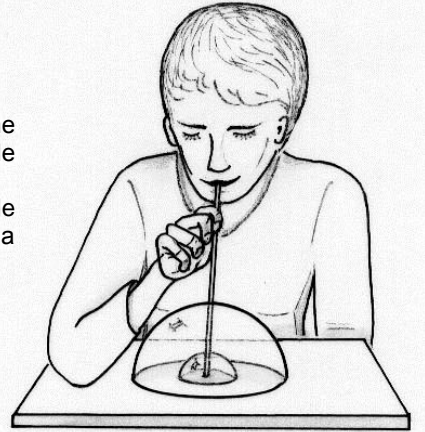
Exercice 11
5 points

Bulles gigognes

En soufflant dans une paille trempée dans de l'eau savonneuse, Estelle dépose sur une surface lisse horizontale une bulle de savon en forme de demi-sphère, d'un diamètre de 12 cm.

Elle souffle une deuxième bulle hémisphérique à l'intérieur de la première. La première bulle s'agrandit. Son nouveau volume est égal à la somme de son volume initial et du volume de la bulle intérieure.

Quel devrait être le diamètre de la bulle intérieure pour que le diamètre de la grande bulle soit de 14 cm ? Justifier.



Exercice 12
7 points

Aire de repos

Au club Math, les élèves ont fabriqué un tétraèdre tronqué en carton. Celui-ci comporte :

- 4 faces hexagonales, chacune étant un hexagone régulier ;
- 4 faces triangulaires, chacune étant un triangle équilatéral.

Il est suspendu dans la salle de classe.

Une mouche se pose au hasard sur un point de la surface de ce polyèdre. On exclut le fait que la mouche se pose sur une arête.

Calculer la probabilité que la mouche se pose sur une face hexagonale.

Exercice 13 pour les secondes GT
10 points

Essuie tout ?

Éric propose à un constructeur de véhicules de tester son prototype d'essuie-glace pour un pare-brise plan.

Le balai [BC] de l'essuie-glace est fixé sur le côté [BB'] du parallélogramme ABB'A'. Le segment [AA'] est fixe.

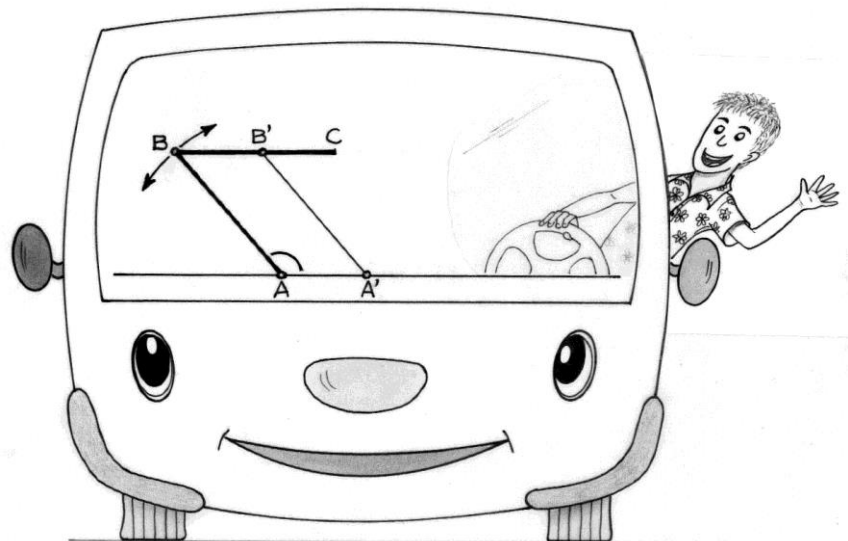
$AB = BC = 70$ cm.

L'angle $\widehat{A'AB}$ du parallélogramme articulé ABB'A' varie de 0° à 180° .

Dessiner et colorier la surface balayée par l'essuie-glace [CB] à l'échelle 1/10.

Calculer son aire.

Le constructeur retiendra-t-il la proposition d'Éric ? Expliquer.



Exercice 13 pour les secondes Pro
10 points

Manon du puits

Manon et ses frères souhaitent se partager un terrain carré de 120 m de côté de façon équitable : chacun doit obtenir une parcelle triangulaire de même aire. Manon a fait son choix en premier : elle prend la parcelle grisée sur le plan du terrain ci-contre.

Sur le terrain de Manon, il y a un puits. Chacun de ses frères veut avoir un terrain qui est en contact avec celui de Manon par un côté ou par un sommet de sa parcelle.

Trouver le nombre de frères de Manon et proposer un partage du terrain. Justifier.

On pourra s'aider d'un logiciel de géométrie dynamique pour répondre à la question posée.

