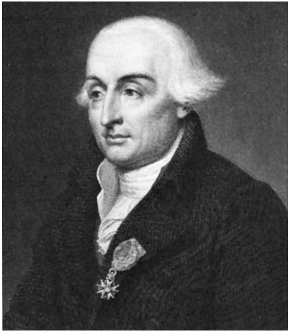
Lagrange et les équations algébriques

Lycée Val de Durance

Jean-Louis Maltret
Groupe Histoire - IRES Aix-Marseille

2 février 2024

Un texte majeur : J-L.Lagrange, 1771



RÉFLEXIONS

SUR LA

RÉSOLUTION ALGÉBRIQUE DES ÉQUATIONS (*).

[*Nouveaux Mémoires de l'Académie royale des Sciences et Belles-Lettres de Berlin*, années 1770 et 1771 (**).]

Je me propose dans ce Mémoire d'examiner les différentes méthodes que l'on a trouvées jusqu'à présent pour la résolution algébrique des équations, de les réduire à des principes généraux, et de faire voir *à priori* pourquoi ces méthodes réussissent pour le troisième et le quatrième degré, et sont en défaut pour les degrés ultérieurs.

A l'égard de la résolution des équations littérales, on n'est guère plus avancé qu'on ne l'était du temps de Cardan, qui le premier a publié celle des équations du troisième et du quatrième degré. Les premiers succès des Analystes italiens dans cette matière paraissent avoir été le terme des découvertes qu'on y pouvait faire; du moins est-il certain que toutes les tentatives qu'on a faites jusqu'à présent pour reculer les limites de cette partie de l'Algèbre n'ont encore servi qu'à trouver de nouvelles méthodes pour les équations du troisième et du quatrième degré, dont aucune ne parait applicable, en général, aux équations d'un degré plus élevé.

La technique Tartaglia-Cardan

giuſta, & buona.
Quando chel cubo con le coſe appreſſo
Se agguaglia à qualche numero diſcreto
Trouan dui altri differenti in eſſo.
Dapoi terrai queſto per conſueto
Che'l lor produtto ſempre ſia eguale
Al terzo cubo delle coſe neto,
El reſiduo poi ſuo generale
Delli lor lati cubi ben ſottratti
Varra la tua coſa principale.
In el ſecondo de coteſti atti
Quando che'l cubo reſtaſſe lui ſolo
Tu oſſeruarai queſt'altri contratti,
Del numer farai due tal part'à uolo
Che l'una in l'altra ſi produca ſchietto
El terzo cubo delle coſe in ſtolo
Delle qual poi, per commun precetto
Torrai li lati cubi inſieme gionti
Et cotal ſomma ſara il tuo concetto.
El terzo poi de queſti noſtri conti

La technique Tartaglia-Cardan

giusta, & buona.
Quando chel cubo con le cose appresso
Se agguaglia à qualche numero discreto
Trouan dui altri differenti in esso.
Dapoi terrai questo per consueto
Che'l lor produtto sempre sia eguale
Al terzo cubo delle cose neto,
El residuo poi suo generale
Delli lor lati cubi ben sottratti
Varra la tua cosa principale.
In el secondo de cotesti atti
Quando che'l cubo restasse lui solo
Tu osseruarai quest'altri contratti,
Del numer farai due tal part'à uolo
Che l'una in l'altra si produca schietto
El terzo cubo delle cose in stolo
Delle qual poi, per commun precetto
Torrai li lati cubi insieme gionti
Et cotal somma sarà il tuo concetto.
El terzo poi de questi nostri conti

Quand le cube reste seul
Tu observeras ces autres contrats
Tu feras du nombre deux parties
En sorte que l'une par l'autre produise nettement
Le tiers cubé des choses exactement
De celles-ci ensuite, par une règle commune
Tu extrais les racines cubiques jointes ensembles
Cette somme deviendra ton principal résultat

$$x^3 + nx + p = 0.$$

C'est dans cet état que les équations du troisième degré ont été d'abord traitées par Scipio Ferreo et par Tartalea, à qui l'on doit leur résolution; mais on ignore le chemin qui les y a conduits. La méthode la plus naturelle pour y parvenir me paraît celle que Hudde a imaginée, et qui consiste à représenter la racine par la somme de deux indéterminées qui

$$x^3 + nx + p = 0.$$

C'est dans cet état que les équations du troisième degré ont été d'abord traitées par Scipio Ferreo et par Tartalea, à qui l'on doit leur résolution; mais on ignore le chemin qui les y a conduits. La méthode la plus naturelle pour y parvenir me paraît celle que Hudde a imaginée, et qui consiste à représenter la racine par la somme de deux indéterminées qui

$$x^3 + px + q = 0$$

La technique Tartaglia-Cardan

$$x^3 + nx + p = 0.$$

C'est dans cet état que les équations du troisième degré ont été d'abord traitées par Scipio Ferreo et par Tartalea, à qui l'on doit leur résolution; mais on ignore le chemin qui les y a conduits. La méthode la plus naturelle pour y parvenir me paraît celle que Hudde a imaginée, et qui consiste à représenter la racine par la somme de deux indéterminées qui

$$x^3 + px + q = 0 \qquad \textbf{on pose } x = u + v$$

$$(u+v)^3 = u^3 + v^3 + 3uv(u+v)$$
$$u^3 + v^3 + (3uv + p)(u+v) + q = 0$$

La technique Tartaglia-Cardan

$$x^3 + nx + p = 0.$$

C'est dans cet état que les équations du troisième degré ont été d'abord traitées par Scipio Ferreo et par Tartalea, à qui l'on doit leur résolution; mais on ignore le chemin qui les y a conduits. La méthode la plus naturelle pour y parvenir me paraît celle que Hudde a imaginée, et qui consiste à représenter la racine par la somme de deux indéterminées qui

$x^3 + px + q = 0$ **on pose** $x = u + v$

$$(u+v)^3 = u^3 + v^3 + 3uv(u+v)$$
$$u^3 + v^3 + (3uv + p)(u+v) + q = 0$$

on pose $3uv + p = 0$

$$U = u^3 \quad V = v^3 \quad U + V = -q \quad UV = -p^3/27$$

La technique Tartaglia-Cardan

Suivant cette méthode on fera donc $x = y + z$, ce qui étant substitué dans la proposée la réduira à celle-ci

$$y^3 + 3y^2z + 3yz^2 + z^3 + n(y + z) + p = 0,$$

qu'on peut mettre sous cette forme plus simple

$$y^3 + z^3 + p + (y + z)(3yz + n) = 0.$$

Qu'on fasse maintenant ces deux équations séparées

$$y^3 + z^3 + p = 0,$$
$$3yz + n = 0,$$

on aura

$$z = -\frac{n}{3y},$$

et, substituant dans la première,

$$y^3 - \frac{n^3}{27y^3} + p = 0,$$

c'est-à-dire

$$y^6 + py^3 - \frac{n^3}{27} = 0.$$

La technique Tartaglia-Cardan

Cette équation est à la vérité du sixième degré, mais comme elle ne renferme que deux différentes puissances de l'inconnue, dont l'une a un exposant double de celui de l'autre, il est clair qu'elle peut se résoudre comme celles du second degré. En effet, on aura d'abord

$$y^3 = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} + \frac{n^3}{27}},$$

et de là

$$y = \sqrt[3]{-\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} + \frac{n^3}{27}}}.$$

Ainsi l'on connaîtra y et z, et de là on aura

$$x = y + z = y - \frac{n}{3y}.$$

Lagrange : changement de point de vue

Equation $x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0 = 0$
Théorème de D'Alembert : n racines

$$x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0 = (x - x_1)(x - x_2)\dots(x - x_n)$$

Equation $x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0 = 0$
Théorème de D'Alembert : n racines

$$x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0 = (x - x_1)(x - x_2)\ldots(x - x_n)$$

Système d'équations

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + \cdots + x_n &= -a_{n-1} \\ x_1x_2 + x_2x_3 + \cdots &= a_{n-2} \\ &\cdots \\ x_1x_2\cdots x_n &= (-1)^n a_0 \end{aligned}$$

Fonctions *symétriques* des racines, invariantes par permutation

3. Puis donc que parmi les six valeurs de y il n'y en a que trois qui donnent des valeurs différentes de x, il s'agit maintenant de distinguer ces valeurs. Pour cela il faut trouver l'expression particulière de chacune des six valeurs de y; et si l'on nomme 1, α et β les trois racines cubiques de l'unité, c'est-à-dire les trois racines de l'équation $x^3 - 1 = 0$, il est facile de voir que les six valeurs de y seront, en faisant, pour abréger, $\frac{p^2}{4} + \frac{n^3}{27} = q$,

$$\sqrt[3]{-\frac{p}{2} \pm \sqrt{q}}, \quad \alpha\sqrt[3]{-\frac{p}{2} \pm \sqrt{q}}, \quad \beta\sqrt[3]{-\frac{p}{2} \pm \sqrt{q}};$$

5. L'équation du sixième degré

$$y^6 + py^3 - \frac{n^3}{27} = 0$$

s'appelle la *réduite* du troisième degré, parce que c'est à sa résolution que se réduit celle de la proposée

$$x^3 + nx + p = 0.$$

Or nous avons déjà vu plus haut comment les racines de cette dernière équation dépendent des racines de celle-là; voyons réciproquement comment les racines de la *réduite* dépendent de celles de la proposée; mais pour rendre cette recherche plus générale et plus lumineuse il sera bon de considérer une équation qui ait tous ses termes telle que

$$x^3 + mx^2 + nx + p = 0,$$

et dont les racines soient représentées généralement par a, b, c. On com-

...

Lagrange : le degré 3

Telle est donc la valeur de r, et par conséquent aussi de y; de sorte qu'on aura en changeant, ce qui est permis, α en β et *vice versâ*

$$y = \frac{a + \alpha b + \beta c}{3}.$$

Lagrange : le degré 3

Telle est donc la valeur de r, et par conséquent aussi de y; de sorte qu'on aura en changeant, ce qui est permis, α en β et *vice versâ*

$$y = \frac{a + \alpha b + \beta c}{3}.$$

6. On voit d'abord par cette expression de y pourquoi la *réduite* est nécessairement du sixième degré; car comme cette réduite ne dépend pas immédiatement des racines a, b, c de la proposée, mais seulement des coefficients m, n, p, où les trois racines entrent également, il est clair que dans l'expression de y on doit pouvoir échanger à volonté les quantités a, b, c entre elles; par conséquent la quantité y devra avoir autant de valeurs différentes que l'on en pourra former par toutes les permutations possibles dont les trois racines a, b, c sont susceptibles; or on sait par la théorie des combinaisons que le nombre des permutations, c'est-à-dire des arrangements différents de trois choses, est $3.2.1$; donc la réduite en y doit être aussi du degré $3.2.1$, c'est-à-dire du sixième.

Un lien avec la physique : le courant triphasé

Pour les 3 phases $X_1,\ X_2,\ X_3$ on définit :

$$X_d = \frac{1}{3}(X_1 + j^2 X_2 + jX_3)$$
$$X_i = \frac{1}{3}(X_1 + jX_2 + j^2 X_3)$$
$$X_m = \frac{1}{3}(X_1 + X_2 + X_3)$$

X_i est appelée composante inverse X_m est la moyenne des trois phases

Le régime équilibré est caractérisé par $X_i = X_m = 0$

On peut vérifier les relations inverses :

$$X_1 = X_d + X_i + X_m$$
$$X_2 = jX_d + j^2 X_i + X_m$$
$$X_3 = j^2 X_d + jX_i + X_m$$

Je suppose d'abord avec Ferrari que l'équation du quatrième degré qu'il s'agit de résoudre soit privée de son second terme, ce qu'on sait d'ailleurs être toujours possible, en sorte que cette équation soit représentée ainsi

$$x^4 + nx^2 + px + q = 0.$$

Qu'on fasse passer dans le second membre tous les termes excepté le premier, et qu'ensuite on ajoute à l'un et l'autre membre la quantité $2yx^2 + y^2$, y étant une indéterminée, on aura

$$x^4 + 2yx^2 + y^2 = (2y - n)x^2 - px + y^2 - q,$$

équation où le premier membre est évidemment le carré de $x^2 + y$, de sorte qu'il ne s'agira plus que de rendre aussi carré le second; or pour

Lagrange : le degré 4

$$\frac{p^2}{4} = (2y - n)(y^2 - q),$$

laquelle produit l'équation cubique

$$y^3 - \frac{n}{2}y^2 - qy + \frac{4nq - p^2}{8} = 0.$$

Supposant donc la résolution de cette équation en sorte qu'on connaisse une valeur de y, le second membre de la proposée deviendra

$$(2y - n)\left[x - \frac{p}{2(2y-n)}\right]^2;$$

donc, tirant la racine carrée des deux membres, on aura

$$x^2 + y = \left[x - \frac{p}{2(2y-n)}\right]\sqrt{2y-n},$$

$$x = \frac{\sqrt{2y-n} + \sqrt{-2y - n - \frac{2p}{\sqrt{2y-n}}}}{2},$$

a, b, c, d racines de l'équation
a, b racines d'une équation de degré 2

$$a + b = \sqrt{2y - n} \quad ab = y + \frac{p}{2\sqrt{2y - n}}$$

c, d racines d'une équation de degré 2

$$c + d = -\sqrt{2y - n} \quad cd = y - \frac{p}{2\sqrt{2y - n}}$$

$$y = \frac{ab + cd}{2}$$

Cette valeur de y nous fait voir d'abord pourquoi la réduite en y est du troisième degré. En effet il est visible que la quantité y doit avoir autant de valeurs différentes qu'on en pourra former par toutes les permutations possibles des racines a, b, c, d dans l'expression $\frac{ab+cd}{2}$; on ne peut avoir de cette manière que les trois quantités suivantes

$$\frac{ab+cd}{2}, \quad \frac{ac+bd}{2}, \quad \frac{ad+cb}{2},$$

de sorte que l'équation dont y sera la racine, devra donner chacune de ces trois quantités et, par conséquent, devra être du troisième degré.

Lagrange : exemple degré 4

4 racines a, b, c, d

$$f_0 = a + b + c + d \quad f_1 = ab + cd \quad f_2 = ab \quad f_3 = a$$

f_0 est symétrique, invariante par les 24 permutations

f_1 est invariante par l'ensemble H_1 des 8 permutations

$$\{\mathcal{I}, \begin{pmatrix} 1\,2\,3\,4 \\ 2\,1\,3\,4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1\,2\,3\,4 \\ 1\,2\,4\,3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1\,2\,3\,4 \\ 2\,1\,4\,3 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1\,2\,3\,4 \\ 3\,4\,1\,2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1\,2\,3\,4 \\ 4\,3\,1\,2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1\,2\,3\,4 \\ 3\,4\,2\,1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1\,2\,3\,4 \\ 4\,3\,2\,1 \end{pmatrix}\}$$

f_1 a 24/8=3 valeurs, solutions d'une équation de degré 3

Lagrange : exemple degré 4

f_2 est invariante par l'ensemble $H_2 \subset H_1$ des 4 permutations

$$\{\mathcal{I}, \begin{pmatrix} 1\,2\,3\,4 \\ 2\,1\,3\,4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1\,2\,3\,4 \\ 1\,2\,4\,3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1\,2\,3\,4 \\ 2\,1\,4\,3 \end{pmatrix}\}$$

f_2 a 8/4=2 valeurs, solutions d'une équation de degré 2

f_3 est invariante par l'ensemble $H_3 \subset H_2$ des 2 permutations

$$\{\mathcal{I}, \begin{pmatrix} 1\,2\,3\,4 \\ 1\,2\,4\,3 \end{pmatrix}\}$$

f_3 a 4/2=2 valeurs, solutions d'une équation de degré 2 teur peut en être rebuté. En effet, pour appliquer, par exemple, la méthode de M. Tschirnaus au cinquième degré, il faudra résoudre quatre équations qui renferment quatre inconnues, et dont la première est du premier degré, la seconde du second, et ainsi de suite; de sorte que l'équation finale résultante de l'élimination de trois de ces inconnues doit monter, en général, au degré dont l'exposant sera $1.2.3.4$, c'est-à-dire au vingt-quatrième degré. Or, indépendamment du travail immense qui sera nécessaire pour parvenir à cette équation, il est clair que quand on l'aura trouvée on n'en sera guère plus avancé, à moins qu'on ne puisse la réduire à un degré moindre que le cinquième, réduction qui, si elle est possible, ne pourra être que le fruit d'un nouveau travail plus considérable que le premier.

Il résulte de ces réflexions qu'il est très-douteux que les méthodes dont nous venons de parler puissent donner la résolution complète des équations du cinquième degré, et à plus forte raison celle des degrés supérieurs; et cette incertitude, jointe à la longueur des calculs que ces méthodes exigent, doit rebuter d'avance tous ceux qui pourraient être tentés d'en faire usage pour résoudre un des Problèmes les plus célèbres et les plus importants de l'Algèbre. Aussi voyons-nous que les Auteurs mêmes de ces méthodes se sont contentés d'en faire l'application au troisième et au quatrième degré, et que personne n'a encore entrepris de pousser leur travail plus loin.

Il serait donc fort à souhaiter que l'on pût juger *à priori* du succès que l'on peut se promettre dans l'application de ces méthodes aux degrés supérieurs au quatrième; nous allons tâcher d'en donner les moyens par une analyse semblable à celle dont nous nous sommes servis jusqu'ici à l'égard des méthodes connues pour la résolution des équations du troisième et du quatrième degré.

Donc, si l'on fait pour plus de simplicité

$$\begin{aligned}
z = 2\big[& x'^{3}(x'' x^{\text{v}} + x''' x^{\text{iv}}) + x''^{3}(x' x''' + x^{\text{iv}} x^{\text{v}}) + x'''^{3}(x'' x^{\text{iv}} + x' x^{\text{v}}) \\
& + x^{\text{iv}3}(x''' x^{\text{v}} + x' x'') + x^{\text{v}3}(x' x^{\text{iv}} + x'' x''')\big] \\
+ 3\big[& x'(x''^{2} x^{\text{v}2} + x'''^{2} x^{\text{iv}2}) + x''(x'^{2} x'''^{2} + x^{\text{iv}2} x^{\text{v}2}) + x'''(x''^{2} x^{\text{iv}2} + x'^{2} x^{\text{v}2}) \\
& + x^{\text{iv}}(x'''^{2} x^{\text{v}2} + x'^{2} x''^{2}) + x^{\text{v}}(x'^{2} x^{\text{iv}2} + x''^{2} x'''^{2})\big],
\end{aligned}$$

et l'on trouvera que la quantité z ne sera susceptible que des six valeurs suivantes, que nous désignerons par z', z'', z''', z^{IV}, z^{V}, z^{VI}:

$$\begin{aligned} z' = {} & 2\left[x'^3(x''x^{\mathrm{V}} + x'''x^{\mathrm{IV}}) + x''^3(x'x''' + x^{\mathrm{IV}}x^{\mathrm{V}}) + x'''^3(x''x^{\mathrm{IV}} + x'x^{\mathrm{V}})\right. \\ & \left. + x^{\mathrm{IV}3}(x'''x^{\mathrm{V}} + x'x'') + x^{\mathrm{V}3}(x'x^{\mathrm{IV}} + x''x''')\right] \\ & + 3\left[x'(x''^2x^{\mathrm{V}2} + x'''^2x^{\mathrm{IV}2}) + x''(x'^2x'''^2 + x^{\mathrm{IV}2}x^{\mathrm{V}2}) + x'''(x''^2x^{\mathrm{IV}2} + x'^2x^{\mathrm{V}2})\right. \\ & \left. + x^{\mathrm{IV}}(x'''^2x^{\mathrm{V}2} + x'^2x''^2) + x^{\mathrm{V}}(x'^2x^{\mathrm{IV}2} + x''^2x'''^2)\right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z'' = {} & 2\left[x'^3(x''x^{\mathrm{IV}} + x'''x^{\mathrm{V}}) + x''^3(x'x''' + x^{\mathrm{IV}}x^{\mathrm{V}}) + x'''^3(x''x^{\mathrm{V}} + x'x^{\mathrm{IV}})\right. \\ & \left. + x^{\mathrm{V}3}(x'''x^{\mathrm{IV}} + x'x'') + x^{\mathrm{IV}3}(x'x^{\mathrm{V}} + x''x''')\right] \\ & + 3\left[x'(x''^2x^{\mathrm{IV}2} + x'''^2x^{\mathrm{V}2}) + x''(x'^2x'''^2 + x^{\mathrm{IV}2}x^{\mathrm{V}2}) + x'''(x''^2x^{\mathrm{V}2} + x'^2x^{\mathrm{IV}2})\right. \\ & \left. + x^{\mathrm{V}}(x'''^2x^{\mathrm{IV}2} + x'^2x''^2) + x^{\mathrm{IV}}(x'^2x^{\mathrm{V}2} + x''^2x'''^2)\right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z''' = {} & 2\left[x'^3(x''x^{\mathrm{V}} + x'''x^{\mathrm{IV}}) + x''^3(x'x^{\mathrm{IV}} + x'''x^{\mathrm{V}}) + x^{\mathrm{IV}3}(x''x''' + x'x^{\mathrm{V}})\right. \\ & \left. + x'''^3(x^{\mathrm{IV}}x^{\mathrm{V}} + x'x'') + x^{\mathrm{V}3}(x'x''' + x''x^{\mathrm{IV}})\right] \\ & + 3\left[x'(x''^2x^{\mathrm{V}2} + x'''^2x^{\mathrm{IV}2}) + x''(x'^2x^{\mathrm{IV}2} + x'''^2x^{\mathrm{V}2}) + x^{\mathrm{IV}}(x''^2x'''^2 + x'^2x^{\mathrm{V}2})\right. \\ & \left. + x'''(x^{\mathrm{IV}2}x^{\mathrm{V}2} + x'^2x''^2) + x^{\mathrm{V}}(x'^2x'''^2 + x''^2x^{\mathrm{IV}2})\right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z^{\mathrm{IV}} = {} & 2\left[x'^3(x''x''' + x^{\mathrm{IV}}x^{\mathrm{V}}) + x''^3(x'x^{\mathrm{IV}} + x'''x^{\mathrm{V}}) + x^{\mathrm{IV}3}(x''x^{\mathrm{V}} + x'x''')\right. \\ & \left. + x^{\mathrm{V}3}(x'''x^{\mathrm{IV}} + x'x'') + x'''^3(x'x^{\mathrm{V}} + x''x^{\mathrm{IV}})\right] \end{aligned}$$

Lagrange : conclusion

DES ÉQUATIONS. 403

109. Voilà, si je ne me trompe, les vrais principes de la résolution des équations et l'analyse la plus propre à y conduire; tout se réduit, comme on voit, à une espèce de calcul des combinaisons, par lequel on trouve *à priori* les résultats auxquels on doit s'attendre. Il serait à propos d'en faire l'application aux équations du cinquième degré et des degrés supérieurs, dont la résolution est jusqu'à présent inconnue; mais cette application demande un trop grand nombre de recherches et de combinaisons, dont le succès est encore d'ailleurs fort douteux, pour que nous puissions quant à présent nous livrer à ce travail; nous espérons cependant pouvoir y revenir dans un autre temps, et nous nous contenterons ici d'avoir posé les fondements d'une théorie qui nous paraît nouvelle et générale.

PROPOSITION V.

PROBLÈME. « Dans quels cas une équation est-elle soluble par de » simples radicaux? »

J'observerai d'abord que, pour résoudre une équation, il faut successivement abaisser son groupe jusqu'à ne contenir plus qu'une seule permutation. Car, quand une équation est résolue, une fonction quelconque de ses racines est connue, même quand elle n'est invariable par aucune permutation.

Cela posé, cherchons à quelle condition doit satisfaire le groupe d'une équation, pour qu'il puisse s'abaisser ainsi par l'adjonction de quantités radicales.

Suivons la marche des opérations possibles dans cette solution, en considérant comme opérations distinctes l'extraction de chaque racine de degré premier.

Adjoignons à l'équation le premier radical extrait dans la solution. Il pourra arriver deux cas : ou bien, par l'adjonction de ce radical, le groupe des permutations de l'équation sera diminué; ou bien, cette extraction de racine n'étant qu'une simple préparation, le groupe restera le même.

C'est une des gloires de l'esprit humain d'avoir été capable, sans avoir recours au calcul, de comprendre la structure conceptuelle sous-jacente dans une telle généralité.

1831 : Galois

C'est une des gloires de l'esprit humain d'avoir été capable, sans avoir recours au calcul, de comprendre la structure conceptuelle sous-jacente dans une telle généralité.
ALAIN CONNES, Le Monde, 16 mai 2018.

1831 : Galois

C'est une des gloires de l'esprit humain d'avoir été capable, sans avoir recours au calcul, de comprendre la structure conceptuelle sous-jacente dans une telle généralité.
ALAIN CONNES, Le Monde, 16 mai 2018.

Avec Galois, l'algèbre ce ne sont plus des calculs, ce sont des idées