

Mathématiques Sans Frontières



Epreuve de découverte - Edition 2012

- ✓ Ne prendre qu'une feuille-réponse par exercice.
- ✓ Des explications ou des justifications sont demandées pour les exercices 1, 5, 9, 10, 12 et 13.
- ✓ Toute solution même partielle sera examinée.
- ✓ Le soin sera pris en compte.

Mathématiques
SANS
Frontières

Exercice 1 7 points

Chronomèche

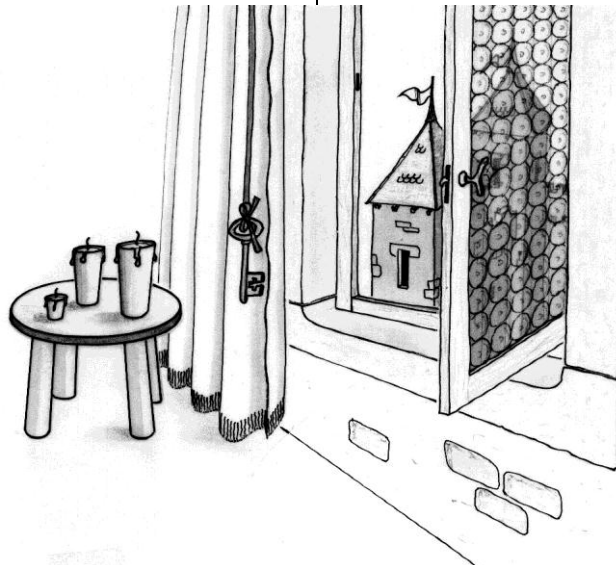
Solution à rédiger en allemand, anglais, espagnol ou italien en un minimum de 30 mots.

Der Burgwächter muss die Tore der Burg in genau 6 Stunden öffnen. Um die Zeit zu messen, verfügt er über 3 Kerzen: Die große schmilzt in 4 Stunden, die mittlere in 3 Stunden und die kleine in einer Stunde. Man kann nicht genau abmessen, wann eine Kerze sich um die Hälfte, um ein Drittel, um ein Viertel verkleinert hat ...

Wie muss der Burgwächter vorgehen?

El guardián del castillo tiene que abrir las puertas dentro de 6 horas exactamente. Para medir el tiempo, dispone de 3 velas: la grande se derrite en 4 horas, la mediana en 3 horas y la pequeña en 1 hora. Es imposible saber cuando una vela se ha derretido por la mitad, la tercera parte, la cuarta parte....

¿Como tiene que proceder el guardián?



The porter of a castle has to open the main gates in exactly 6 hours time. To measure the time passing he has 3 candles: the big one burns itself out in 4 hours, the middle-sized one in 3 hours and the small one in 1 hour. It is not possible to know precisely when a candle would be half-used, or one third used, or a quarter

How will he be able to do it ?

La guardia del castello deve aprire le porte esattamente tra 6 ore. Per misurare il tempo ha a disposizione 3 candele: la grande si consuma in 4 ore, la media in 3 ore e la piccola in un'ora.

Non è possibile individuare esattamente quando una candela si è ridotta della metà, di un terzo, di un quarto....

Come deve organizzarsi la guardia?

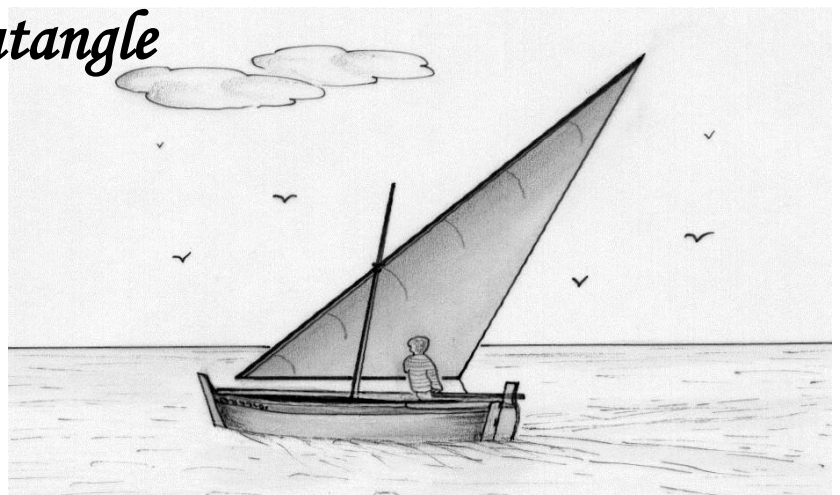
Exercice 2 5 points

Partage acutangle

Un triangle est acutangle lorsqu'il a trois angles aigus.

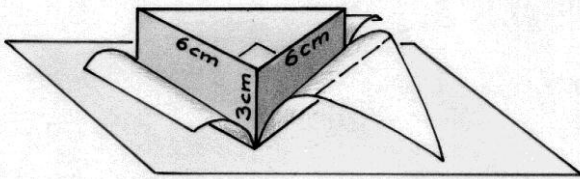
Martin Gardner (1914-2010), spécialiste des mathématiques récréatives, a affirmé qu'il est possible de découper un triangle ayant un angle obtus en triangles tous acutangles.

Dessiner un triangle ayant un angle obtus et le partager en triangles tous acutangles.



Exercice 3
7 points

Patron économique



On veut confectionner un prisme droit de hauteur 3 cm. Sa base est un triangle rectangle isocèle dont les côtés égaux mesurent 6 cm.

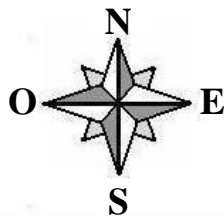
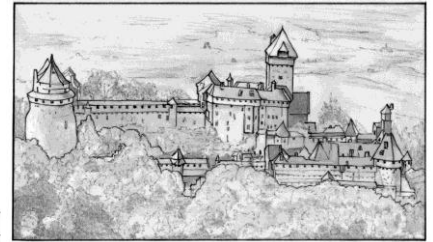
Parmi tous les patrons de ce prisme, on cherche celui qui peut être placé dans un rectangle dont l'aire est la plus petite possible.

Représenter ce patron inscrit dans son rectangle sur la feuille-réponse.

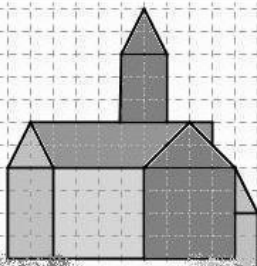
Exercice 4
5 points

Haut-Koenigsbourg

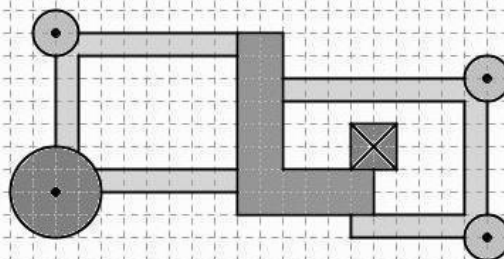
A partir de photos du château du Haut-Koenigsbourg, Yvan a réalisé quatre dessins : face Ouest, face Sud et face Est du château et la vue de dessus.



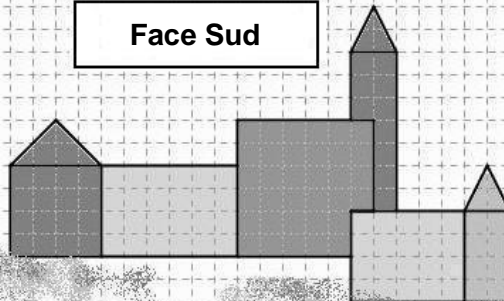
Face Ouest



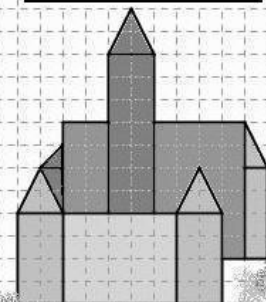
Vue du dessus



Face Sud



Face Est



Réaliser sur papier quadrillé le dessin de la face Nord du château du Haut-Koenigsbourg.

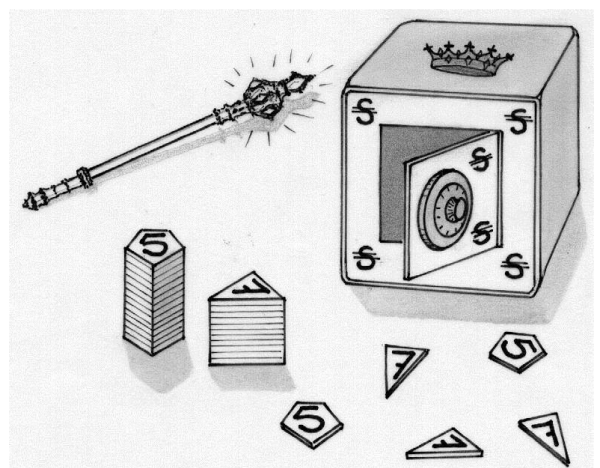
Exercice 5
7 points

Un conte impayable

Dans un pays imaginaire, l'unité monétaire était le Szepter (S). Un jour, le roi décida que la banque nationale ne frapperait que deux sortes de pièces de monnaie : des pièces de 5 S et des pièces de 7 S.

Il y eut quelques complications pour le paiement des petites sommes. Ainsi l'achat d'un chewing-gum à 1 S nécessitait une avance de 3×5 S et un rendu de 2×7 S, mais le peuple s'y habitua.

Donner la liste de toutes les sommes entières inférieures à 30 S que l'on peut payer sans rendu de monnaie.
Montrer que toutes les sommes entières supérieures à 30 S peuvent être payées sans rendu de monnaie.



Exercice 6
5 points

Pentagone magique

Disposer les entiers de 1 à 10 dans les pastilles sur le périmètre du pentagone de sorte que la somme des nombres situés sur chaque côté du pentagone soit la même.

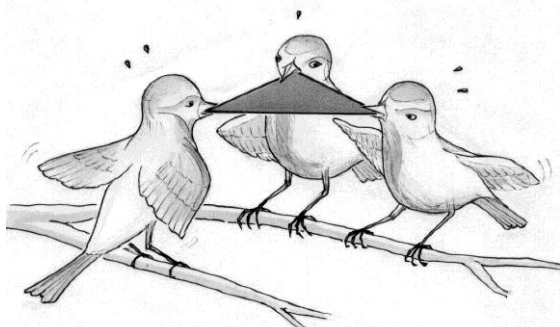


Exercice 7
7 points

2 chiffres, 3 angles

« Oh, regarde ce triangle isocèle : les mesures en degrés de ses angles sont des nombres entiers. De plus, il me suffit de deux chiffres pour écrire les mesures de ses trois angles. »

Trouver tous les triangles isocèles qui vérifient cette propriété.



Exercice 8
5 points

Troiturion de trop

Le centurion ordonne à ses légionnaires : « Rangez-vous par 4 ! ».

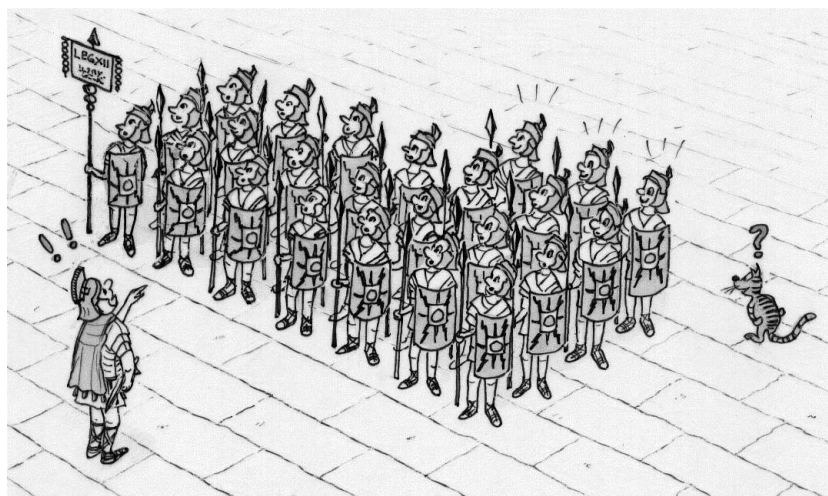
Les soldats s'exécutent, mais le dernier rang est incomplet : il ne compte que 3 soldats.

« Mettez-vous par 5 ! », hurle alors le centurion ; mais au dernier rang, incomplet, on compte de nouveau 3 soldats.

« Eh bien, rangez-vous par 7 ! ». Encore une fois, le dernier rang reste incomplet : on y compte toujours 3 soldats.

Combien y a-t-il de légionnaires dans la cohorte du centurion sachant qu'ils sont moins de 200 ?

Proposer au centurion une disposition de ses hommes en un rectangle où chacun trouvera sa place.

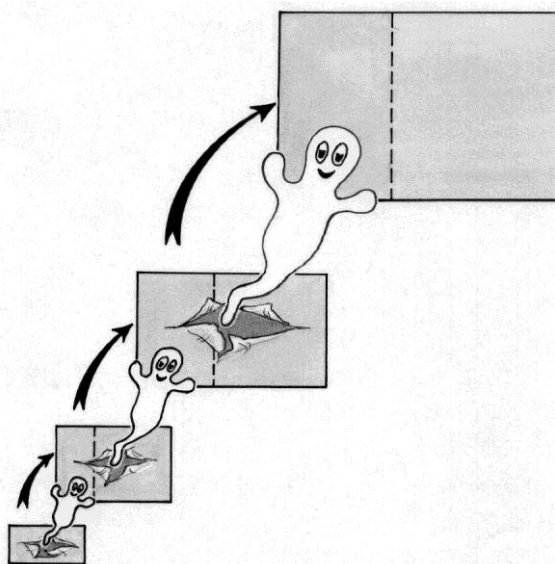


Exercice 9
7 points

Tel père tel fils

C'est l'histoire d'un petit rectangle de dimensions $2 \text{ mm} \times 3 \text{ mm}$. Chaque jour, il s'agrandit pour devenir un rectangle plus grand : sa nouvelle largeur est égale à son ancienne longueur ; sa nouvelle longueur est égale à la somme de ses deux anciennes dimensions.

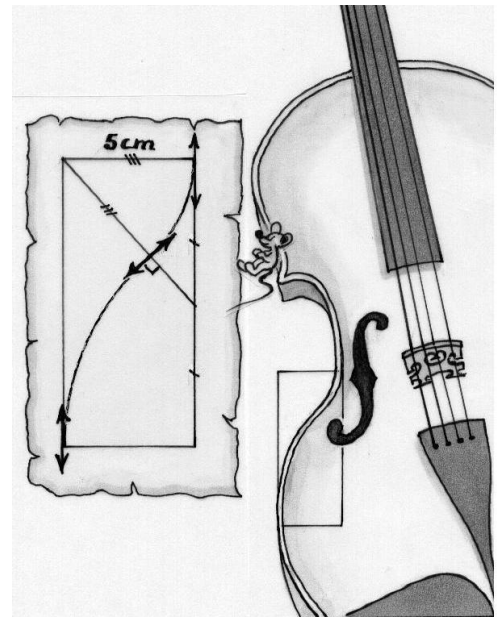
Au bout de combien de jours son aire dépasse-t-elle $1,5 \text{ m}^2$? Justifier.



Exercice 10
10 points*Courbe du luthier*

En fouillant dans les papiers de mon grand-père luthier, je suis tombé sur un vieux croquis jauni par le temps et grignoté par les souris. Je comprends qu'il s'agit d'une courbe composée de 2 arcs de cercle, tracée dans un rectangle. Les flèches sont des tangentes aux arcs de cercle.

En respectant ces informations et le codage de la figure, construire le rectangle et tracer la courbe. Justifier la construction.

**Exercice 11**
5 points*Le numéro à Léa*

A la fin de la leçon sur les expériences aléatoires, le professeur attribue à chacun de ses 27 élèves un numéro différent de 1 à 27 et dit :

« Je vais maintenant ramasser des cahiers : tous ou seulement quelques uns, je ne sais pas. Je m'en remets au hasard et confie le choix à ce dé que je vais faire rouler : je ramasserai les cahiers de tous les élèves dont le numéro est un multiple du résultat du lancer de mon dé. »

Après un rapide calcul, Léa comprend qu'il y a deux chances sur trois pour que le professeur prenne son cahier.

Quel peut être le numéro de Léa ? Donner toutes les solutions possibles.

Exercice 12
7 points*Partage harmonieux*

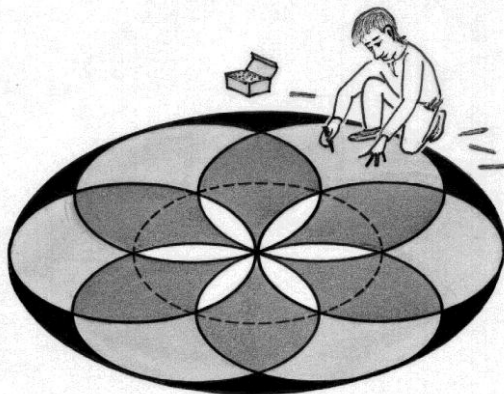
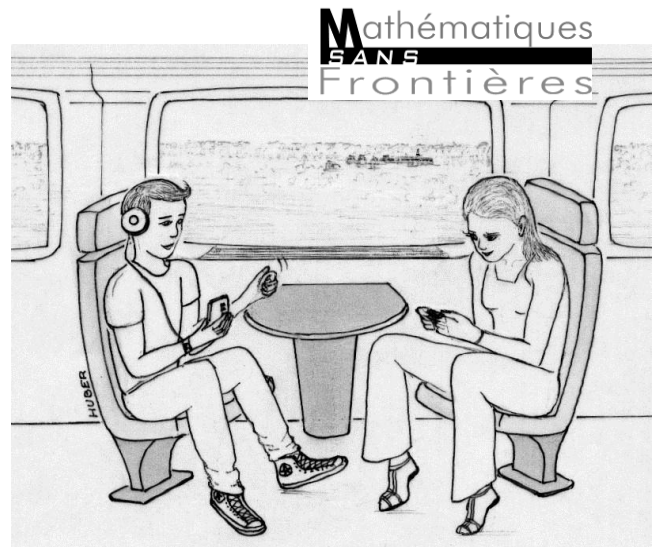
Lors d'un long voyage en train, Harold et Maud passent tout leur temps à utiliser, chacun, son baladeur numérique.

Au départ, Harold décide d'écouter de la musique et Maud, elle, de jouer à des jeux vidéo.

Les batteries de chacun des baladeurs sont identiques. Elles ont une autonomie de 12 heures si elles servent à écouter de la musique, et de 4 heures si elles sont utilisées à un jeu vidéo.

Harold propose à Maud d'échanger entre eux leurs batteries, au bout d'un certain temps, afin de profiter de leurs baladeurs autant de temps l'un que l'autre.

Ayant branché leurs baladeurs à 9 heures, à quelle heure devront-ils faire cet échange ? Justifier.

**Exercice 13**
10 points*En 4 couleurs*

Etienne a dessiné une rosace constituée de six cercles dont les centres sont les sommets d'un hexagone régulier et d'un septième cercle tangent aux six autres.

Ensuite, il a colorié son dessin en quatre couleurs comme indiqué ci-contre.

Refaire le dessin en quatre couleurs sur la feuille-réponse. Comparer les aires des quatre zones colorées. Justifier les réponses.