

Mathématiques SANS Frontières

SOMMAIRE

Vous trouverez dans ce fichier :

- le règlement de la compétition
(modification en septembre 2019) ;
- des consignes pour le déroulement
de l'épreuve de découverte 2022 ;
- le sujet de l'épreuve de découverte 2022 ;
- des éléments de solutions ;
- une proposition de barème
incluant les objectifs et compétences des exercices.
*(mots clés utiles pour une recherche ultérieure dans la
classification des exercices sur le site internet)*

Mathématiques SANS Frontières

RÈGLEMENT DE LA COMPÉTITION MATHÉMATIQUES SANS FRONTIÈRES

A. Cadre général

Mathématiques sans Frontières est une compétition qui s'adresse à des classes de troisième et de seconde. L'épreuve consiste à résoudre collectivement dix exercices pour le niveau 3^e et treize pour le niveau 2^{de}. Ce n'est pas une compétition individuelle.

Les classes doivent être des classes constituées pour l'enseignement des mathématiques de l'année en cours ; elles ne peuvent pas être des classes constituées spécifiquement pour la compétition Mathématiques sans Frontières.

Toutefois, la présence d'un petit nombre d'élèves correspondants étrangers est autorisée lors de l'épreuve définitive, si elle n'entraîne pas une augmentation significative de l'effectif de la classe. Il ne pourra en aucun cas s'agir d'une classe entière de correspondants. Le professeur surveillant l'épreuve devra mentionner sur le bilan la présence de correspondants étrangers en précisant leur nombre. Les correspondants étrangers ayant participé à l'épreuve ne recevront pas de prix.

Mathématiques sans Frontières est une compétition donnant lieu à un palmarès : toutes les précautions doivent être prises pour éviter les fuites et les tricheries. **L'épreuve définitive se déroule obligatoirement à une date et dans un créneau horaire qui ont été définis l'année précédente en assemblée internationale.** En cas d'indisponibilité de la classe à la date fixée, **l'épreuve peut être passée après cette date mais jamais avant.**

Organisation de l'épreuve définitive :

- Chaque classe participante compose dans une salle banalisée qui n'est ni le CDI ni une salle informatique.
- Les élèves pourront être surveillés par tout professeur de l'établissement, y compris leur professeur de mathématiques. Toutes les classes d'un même établissement doivent composer sur le même créneau horaire.
- Les élèves s'organisent comme ils le souhaitent : ils peuvent parler entre eux, circuler dans la salle mise à leur disposition, travailler en groupes, utiliser le tableau, ... en veillant à ne pas gêner les classes voisines.
- Chaque classe rend **une feuille-réponse par exercice ; celle-ci porte la mention non résolue, le cas échéant.** La solution de l'exercice en langue étrangère doit être rédigée dans une des langues dans lequel il est énoncé.
- Aucun élève ne peut aller chercher quoi que ce soit à l'extérieur de la salle, une fois l'épreuve commencée.

Matériel autorisé :

- Calculatrices (*)
- Instruments de dessin
- Dictionnaires et atlas (dictionnaire et atlas papier ; forme électronique exclue)
- Dictionnaires bilingues (dictionnaire papier ; forme électronique exclue)
- Petit matériel de papeterie et feuilles de brouillon
- Manuels scolaires de la classe et cahiers des élèves

(*) Les calculatrices doivent être autonomes (non reliées au secteur). Si elles possèdent un moyen de communiquer, celui-ci doit être désactivé.

Matériel non autorisé :

- Téléphones, tablettes et tout appareil permettant de communiquer.
- Traducteurs.
- Ordinateurs (sauf pour les sections professionnelles).

Les équipes d'organisation se réservent le droit de disqualifier toute classe n'ayant pas respecté le règlement de la compétition.

B. Compléments pour la catégorie jumelage

Une classe de troisième et une classe de seconde du lycée de secteur peuvent s'associer pour participer en jumelage à la compétition Mathématiques sans Frontières. Les classes doivent être des classes constituées pour l'enseignement de mathématiques de l'année en cours.

- Chaque classe est divisée en deux demi-classes équilibrées, tous les élèves des deux classes devant participer.
- Deux demi-classes de niveaux différents constituent ensemble le regroupement A, les deux autres demi-classes constituent le regroupement B ; les élèves des différents niveaux sont ainsi invités à travailler ensemble.
- Les deux regroupements composent dans deux salles séparées et rendent chacun les feuilles réponse pour l'ensemble des exercices de l'épreuve.
- Les correcteurs cumulent les points des deux regroupements pour établir le palmarès commun aux deux classes, spécifique à la catégorie jumelage.

À noter :

- Les deux regroupements doivent traiter chacun les treize exercices.
- Les deux regroupements ne peuvent pas communiquer entre eux.
- Les deux regroupements composent au même moment.

MATHÉMATIQUES SANS FRONTIÈRES

CONSIGNES POUR L'ÉPREUVE DE DÉCOUVERTE 3^e et 2^{de}

Épreuve à organiser avant le 1er mars 2022

Préambule

Cette épreuve ne compte pas pour le classement final ; elle doit permettre d'entraîner la classe à la **compétition finale du jeudi 10 mars 2022**. Pour que cet entraînement soit formateur, il est souhaitable que le professeur de mathématiques surveille sa classe au moins pendant la 1^{ère} heure et qu'il assiste les élèves dans l'organisation de leur recherche. Il peut apporter son aide pour lever les blocages et leur permettre d'aboutir.

Déroulement de l'épreuve

Les élèves s'organisent comme ils le souhaitent pour travailler ; ils peuvent parler entre eux, circuler dans la salle mise à leur disposition, travailler en groupe, utiliser le tableau, etc. en veillant à ne pas gêner les autres classes.

Rôle du professeur

- Il remettra les feuilles d'énoncés aux élèves (une par élève).
- **Il signalera aux élèves des classes concourant dans la catégorie 3^e qu'ils n'ont pas à traiter les exercices 11, 12 et 13 et aux élèves des classes concourant dans la catégorie jumelage et dans la catégorie 2^{de} qu'ils doivent les traiter, en les rendant attentifs aux deux versions de l'exercice 13.**
- Il pourra aider les élèves à :
 - ✓ faire une lecture approfondie des énoncés et des consignes données pour chaque exercice ;
 - ✓ constituer des groupes ;
 - ✓ choisir des méthodes et des stratégies ;
 - ✓ confronter les avis et à critiquer les solutions avant la rédaction définitive ;
 - ✓ favoriser au maximum la participation de chaque élève et rappeler que même des solutions partielles (à défaut d'une solution complète) seront examinées.
- Une fois qu'il aura corrigé, le professeur pourra faire un bilan avec la classe afin de préparer au mieux l'épreuve officielle.

Cette année, aucune saisie en ligne des résultats de l'épreuve de découverte n'est demandée.

Comme l'an dernier, les élèves des classes d'Alsace qui participent à une des compétitions proposées par l'association Mathématiques sans Frontières pourront participer au concours de conception de l'affiche des compétitions 2023. Des précisions sur les modalités et le règlement parviendront aux professeurs ayant inscrit des classes à l'issue de la campagne d'inscription.

Rappel de l'adresse du site d'inscription : https://www.pedagogie.ac-aix-marseille.fr/jcms/c_87654/fr/inscription

Rappel de l'adresse du site internet : https://www.pedagogie.ac-aix-marseille.fr/jcms/c_83153/fr/accueil



Mathématiques Sans Frontières

ÉPREUVE DE DÉCOUVERTE ÉDITION 2022

- ✓ Rendre une seule feuille-réponse par exercice.
- ✓ Toute trace de recherche sera prise en compte.
- ✓ Le soin, la qualité de la rédaction et la précision des raisonnements seront pris en compte.

Exercice 1 7 pts EN CUISINE

Solution à rédiger en allemand, anglais, espagnol ou italien
en un minimum de 30 mots.

Marie-Christine e Richard ricevono questa domenica la loro famiglia e devono, pertanto, organizzarsi in cucina per preparare in anticipo il pranzo.

Marie-Christine, cuoca raffinata, ha previsto d'iniziare con del pesce, a seguire dei petti di pollo farciti, per terminare con la speciale ciambella "kougelhopf" come dolce, ma questi piatti richiedono tutti l'uso dello stesso forno, separatamente, in momenti diversi.

Non può che cucinarli uno alla volta, preparandoli integralmente prima d'infornarli.

Richard l'informa che può realizzare tutto in 2 h e 20 minuti.

Illustrate come Marie-Christine si organizza per riuscire a realizzare i tre piatti in questo tempo.

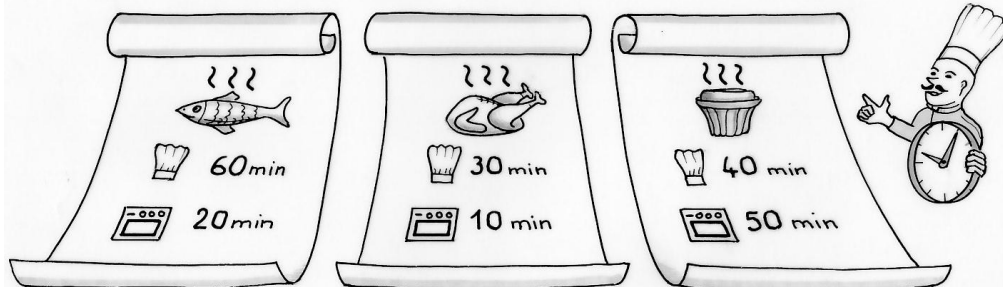
Marie-Christine y Richard reciben a toda la familia este domingo y tienen que organizarse en la cocina para preparar la comida con antelación.

En efecto, Marie-Christine, una cocinera refinada, tiene previsto pescado como entrante, pechugas de pollos rellenas y un "kougelhopf" como postre, pero estos tres platos necesitan ser horneados en el mismo horno, pero en distintos momentos, cada uno se cocina por separado.

Solo puede preparar un plato a la vez y cada plato tiene que estar totalmente preparado antes de hornearlo.

Richard le dice que en 2 h 20 min puede hacerlo todo.

Explica cómo tiene que arreglársela Marie-Christine para preparar estos tres platos en 2 h 20 min.



Bei Marie-Christine und Richard kommt am Sonntag die ganze Familie zu Besuch zum Mittagessen. Marie-Christine, eine hervorragende Köchin, hat ein Menü geplant: Es gibt Fisch zur Vorspeise, gefüllte Hähnchenbrust als Hauptgericht und einen Gugelhupf zum Nachtisch.

Marie Christine möchte alles schon vorher zubereiten, aber alle Gerichte müssen getrennt voneinander im selben Ofen zubereitet werden.

Marie-Christine möchte immer jeweils ein Gericht komplett für den Ofen vorbereiten, bevor sie mit der Zubereitung des nächsten Gerichts beginnt.

Richard sagt, dass alles in 2 Stunden und 20 Minuten fertig sein kann.

Erklärt, wie Marie-Christine das gesamte Menü in 2 Stunden und 20 Minuten zubereiten kann.

Marie-Christine and Richard are hosting their entire family this Sunday and have to organise themselves in the kitchen to prepare the meal in advance.

Marie-Christine, a fine cook, has planned a fish starter, stuffed chicken breasts and a "gugelhupf" for dessert, but these three dishes all require the use of the same oven at different times, each cooked separately.

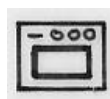
She can only prepare one dish at a time and each dish must be fully prepared before being placed in the oven.

Richard tells her that in 2 hours and 20 minutes she can do it all.

Explain how Marie-Christine goes about making these three dishes in 2 hours and 20 minutes.



: tempo di preparazione
prima della cottura
: tiempo de preparación
: Vorbereitungszeit
: preparation time

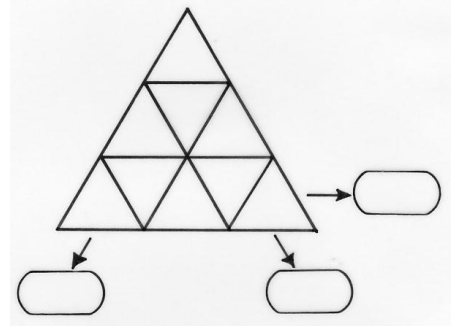


: tempo di cottura
: tiempo de cocción
: Backzeit
: cooking time

Exercice 2 5 pts

EN SOMME

Placer les entiers de 1 à 9 dans les neuf cases dessinées dans ce triangle de telle façon que la somme des cinq cases placées sur chacun des trois côtés du triangle soit la même.



Exercice 3 7 pts

EN COUPLES

Avec trois chiffres a, b et c, non nuls, on forme les nombres entiers abc, ab, bc et ca. Par exemple : avec 7, 5 et 8, on forme les nombres 758, 75, 58 et 87. On constate que $75+58+87$ n'est pas égal à 758.

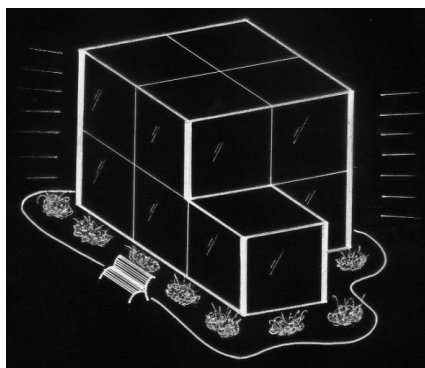
Existe-t-il un nombre de trois chiffres noté abc qui vérifie la relation ci-contre ? Expliquer.

$$\begin{array}{r} ab \\ + bc \\ + ca \\ \hline abc \end{array}$$

Exercice 4 5 pts

EN LUMIÈRE

Le dessin suivant est le projet de construction d'un magasin d'exposition formé de huit blocs cubiques dont chaque arête mesure 5 m de long.



Dessiner la surface au sol de ce magasin.

Calculer la longueur totale de toutes les arêtes verticales qui seront équipées de lampes fluorescentes, puis la superficie totale de toutes les façades verticales.

Exercice 5 7 pts

EN DOMI-TOURS

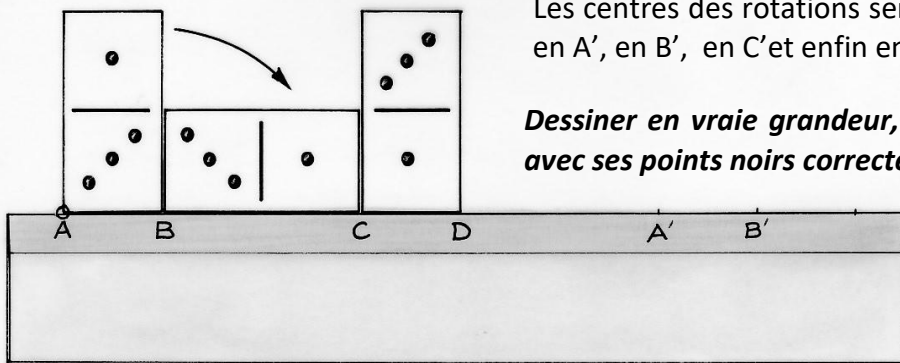
Un domino rectangulaire de longueur 4 cm et de largeur 2 cm est posé sur une règle. À chacune des sept rotations que subit le domino celui-ci tourne d'un quart de tour vers la droite le long de la règle.

Les centres des rotations seront successivement en B, en C, en D, puis en A', en B', en C' et enfin en D'.

Dessiner en vraie grandeur, les huit positions successives du domino avec ses points noirs correctement orientés.

Tracer la trajectoire du point A au cours de ces sept rotations.

Calculer la longueur réelle de cette trajectoire au cm près.



Exercice 6 5 pts

EN DÉCO

Le sol de l'entrée de la maison de Sacha est carré. Pour le carrelé, il a acheté cinq dalles carrées de 50 cm de côté. Il en garde une entière et en découpe quatre de la même façon selon un segment qui joint un sommet d'une dalle au milieu d'un des côtés opposés, comme sur la figure ci-contre. Il a maintenant neuf pièces en tout. Avec ces neuf pièces, il arrive à faire un carré.

Réaliser cet assemblage à l'échelle 1/10^e et le coller sur la feuille-réponse. Calculer la longueur exacte d'un côté de son entrée carrée.





Exercice 7 7 pts
EN DÉCALÉ

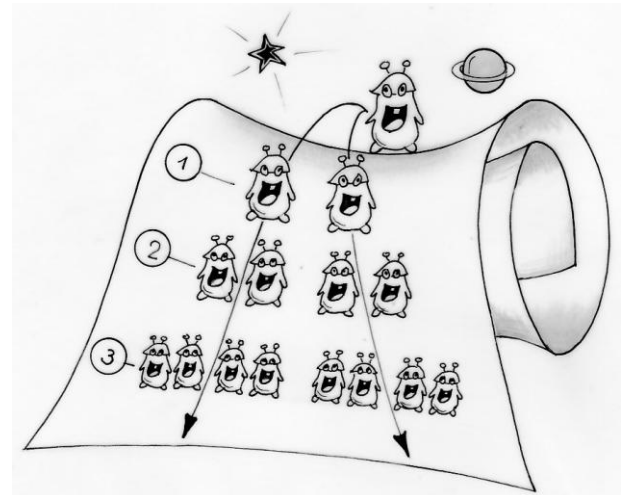
Tante Yvonne a deux horloges qui fonctionnent mal. La première avance et gagne deux minutes par heure. La seconde retarde et perd une minute par heure. Tante Yvonne règle ses deux vieilles horloges simultanément sur midi pile.

Dans combien de temps les deux horloges indiqueront-elles la même heure ? Donner l'heure indiquée par les horloges à ce moment-là. Justifier.

Exercice 8 5 pts
EN CLONE

Dans un univers parallèle au nôtre vit une population d'individus dont le mode de reproduction est particulier. Lors de la saison de reproduction, chaque individu se dédouble et devient alors deux individus.

Dès que la population a atteint un nombre total d'individus supérieur à 18, à la saison de reproduction suivante, seuls 18 d'entre eux continuent à se dédoubler et de même à chaque nouvelle saison. Au départ, il n'y a qu'un individu et aucun individu ne meurt au cours des dix saisons.



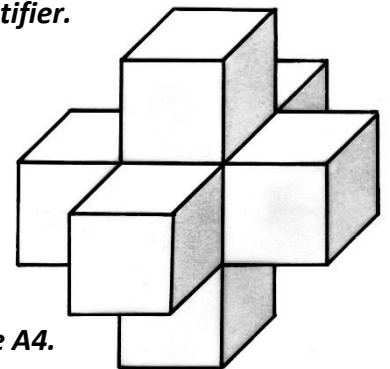
Trouver le nombre d'individus de cette population au bout de dix saisons. Justifier.

Exercice 9 7 pts
EN PATRON

L'objet suivant est constitué de faces carrées identiques.

Donner le nombre de faces de cet objet.

Construire un patron en une seule pièce de cet objet qui tienne sur une feuille A4.



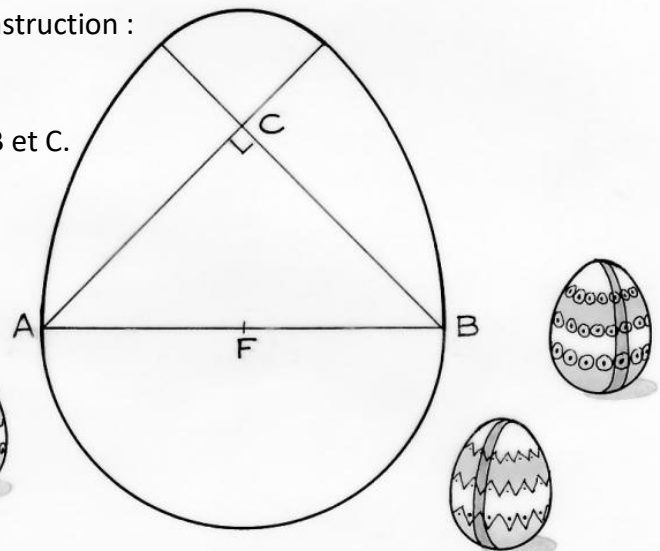
Exercice 10 10 pts
EN ŒUF

Voici le dessin d'un œuf et les informations pour réaliser sa construction :

- le segment $[AB]$ mesure 6 cm et son milieu est le point F ;
- le triangle ABC est un triangle rectangle isocèle en C ;
- l'œuf est constitué de quatre arcs de cercles de centres F, A, B et C .

Reproduire l'œuf en vraie grandeur.

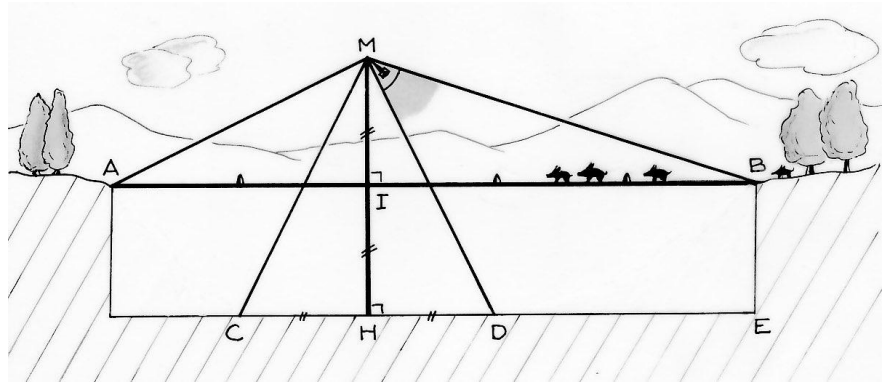
Déterminer une valeur approchée au millimètre près de son périmètre.



SPÉCIAL SECONDE

Exercice 11 5 pts EN LIVE

Un architecte paysagiste a pour projet de réaliser une passerelle à gibier.
La passerelle horizontale $[AB]$ est portée par un pylône vertical $[MH]$ et tenue par quatre haubans $[MA]$, $[MC]$, $[MD]$ et $[MB]$.
On sait que $AI = 20$ m et $IB = 30$ m.
De plus : $MI = IH = CH = HD = 10$ m.
Une caméra est placée en M et traque le passage de chaque animal.



Calculer l'angle \widehat{DMB} qui correspond au champ de la caméra. Justifier.

Exercice 12 7 pts EN PLUS

Delphine dit à Jean :
« Trouve le nombre entier auquel je pense.
Si je lui ajoute 10, j'obtiens le carré d'un nombre entier.
Si je lui ajoute 79, j'obtiens le carré d'un autre nombre entier. »
Jean réfléchit et dit :
« Il n'y a pas qu'un seul nombre possible, il y en a deux ! »

Donner les deux solutions. Justifier.

Mathématiques
SANS
Frontières

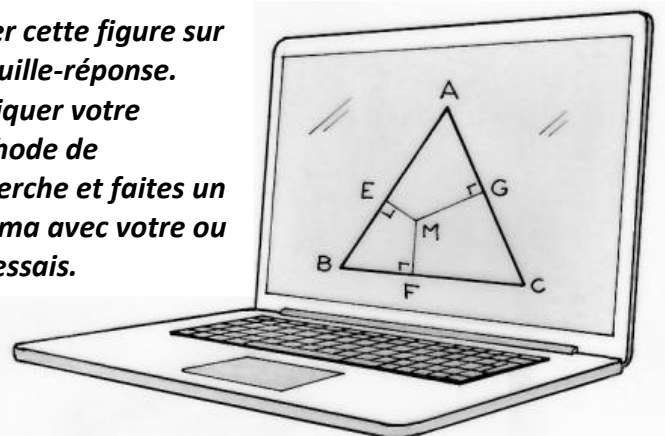
Exercice 13 PRO 10 pts EN FIN

Avec un logiciel de géométrie dynamique :

- construire un triangle équilatéral ABC ;
- placer un point M à l'intérieur du triangle ;
- tracer les segments $[ME]$, $[MF]$ et $[MG]$ perpendiculaires respectivement à $[AB]$, $[BC]$ et $[AC]$;
- afficher les longueurs de ces segments ;
- afficher la somme $ME + MF$.

À l'aide du logiciel, trouver où se situent tous les points M qui vérifient l'égalité $ME + MF = MG$.
Reproduire ou imprimer la figure obtenue avec le logiciel.

Coller cette figure sur la feuille-réponse.
Expliquer votre méthode de recherche et faites un schéma avec votre ou vos essais.



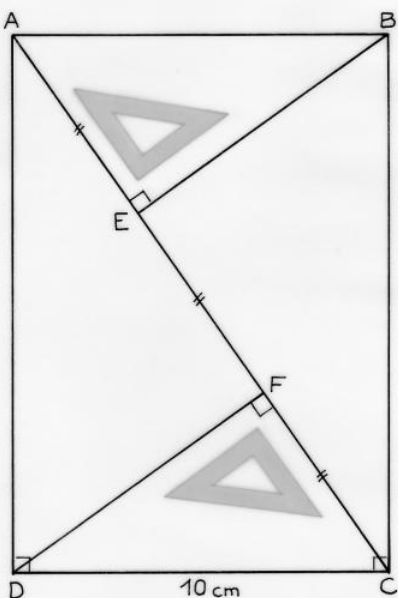
Exercice 13 GT 10 pts EN RAPPORT

$ABCD$ est un rectangle de largeur 10 cm.
Les points E et F sont sur la diagonale $[AC]$.
Les triangles ABE et CFD sont rectangles en E et F .

De plus $AE = EF = FC$.

Calculer la longueur exacte de $[AD]$.

Construire la figure en vraie grandeur.



Éléments de solutions pour un corrigé de l'épreuve de découverte de décembre 2021

Exercice 1 – En cuisine – 7 points -

On commence par préparer le Kougelhopf pendant 40 min, puis on le met au four pendant 50 min. Le temps de cuisson permet de préparer le poisson pendant 60 min.

10 min avant la fin de cette préparation, on sort le Kougelhopf du four.

Quand le poisson est prêt, on le met au four 20 min et on commence à préparer le poulet pendant 30 min. On sort le poisson du four 10 min avant la fin de la préparation du poulet. Quand le poulet est prêt, on le met au four 10 min et le repas est prêt.

Le temps total est de 140 min soit 2 h 20 min.

Ceci peut se résumer par le tableau suivant :

Durée (min)	40	50	10	20	10	10
Kougelhopf	Préparation	Cuisson				
Poisson		Préparation		Cuisson		
Poulet				Préparation	Cuisson	

Exercice 2 – En somme – 5 points -

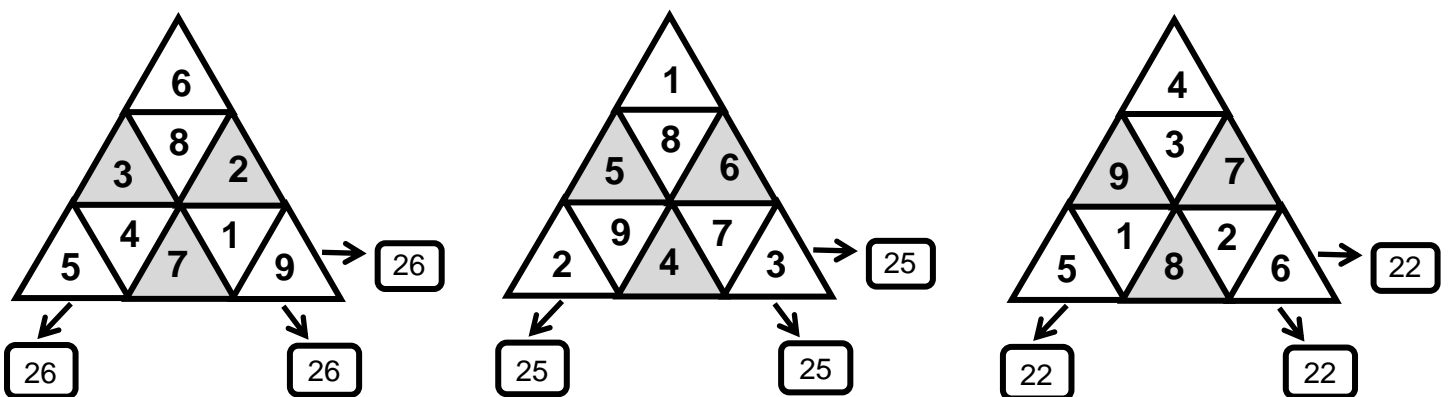
Si on ajoute les trois sommes attendues on compte deux fois chacun des nombres de 1 à 9, sauf les trois qui sont placés dans les triangles grisés.

Soit S la somme attendue et T la somme des trois nombres des triangles grisés.

On a donc $3S = 2(1 + 2 + \dots + 9) - T = 90 - T$

T est donc nécessairement un multiple de 3. Partant de cette remarque, on place dans les cases grisées trois nombres différents de 1 à 9 dont la somme est un multiple de 3.

Ci-dessous trois exemples avec $T = 12$ et donc $S = 26$; $T = 15$ et $S = 25$ puis $T = 24$ et $S = 22$.



Il y a bien d'autres solutions.

Chacune des solutions peut être permutée par le groupe des rotations - symétries du triangle équilatéral et à l'intérieur de chaque losange blanc, on peut échanger les deux nombres.

Exercice 3 – En couples – 7 points -

La somme de trois nombres de deux chiffres ne peut pas atteindre 300, donc $a = 1$ ou $a = 2$

La somme proposée peut s'écrire :

$$10a + b + 10b + c + 10c + a = 100a + 10b + c, \text{ d'où on obtient : } b + 10c = 89a$$

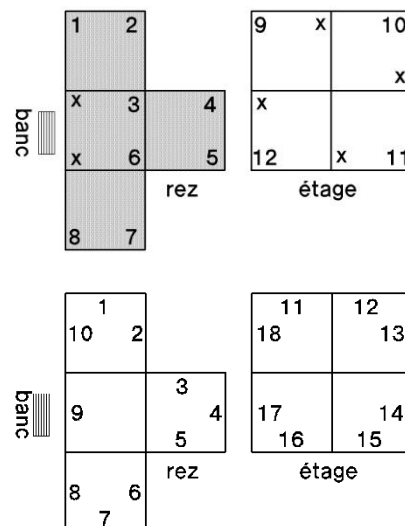
- Si $a = 1$, $b = 9$ et $c = 8$
- Si $a = 2$, $b = 8$ et $c = 17$, ce qui est impossible, d'où $a = 1$, $b = 9$ et $c = 8$.

Le nombre solution de ce problème est 198, qui vaut bien $19 + 98 + 81$.

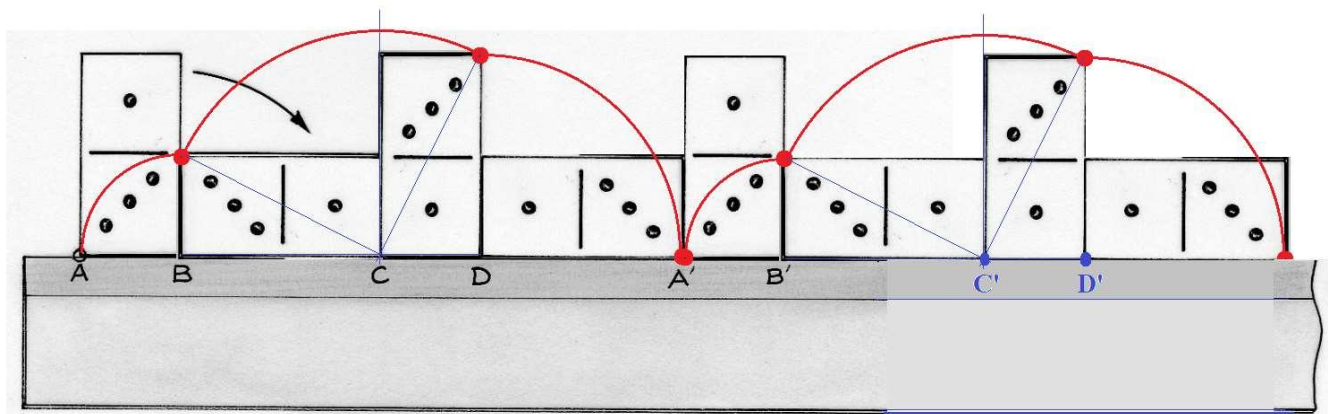
Exercice 4 – En lumière – 5 points -

Pour se représenter le bâtiment, on peut s'en faire un croquis qui sera très utile pour les différents dénombrements demandés :

- On le voit bien, la superficie au sol compte 4 carrés (grisés) de 25 m^2 chacun, soit une **superficie totale de 100 m^2** .
- Les douze arêtes verticales sont numérotées de 1 à 12, car les verticales indiquées par x ne sont pas des arêtes de ce polyèdre. Il y a donc 12 arêtes verticales de 5 m, soit une **longueur totale de 60 m**.
- Les faces verticales sont numérotées de 1 à 18. Il y a donc 18 faces verticales de 25 m^2 , soit une **superficie totale des façades verticales de 450 m^2** .



Exercice 5 – En demi-tours – 7 points -

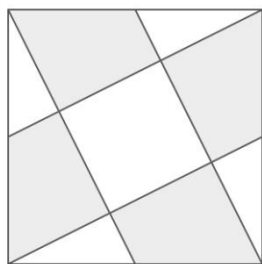


La longueur de la trajectoire est la somme des longueurs de sept arcs de cercles de rayons respectifs : 2 ; $2\sqrt{5}$; 4 ; 0 ; 2 ; $2\sqrt{5}$ et 4 .

La longueur exacte de la trajectoire est $(\pi + \pi\sqrt{5} + 2\pi) \times 2$, soit environ 32,90 cm.

Pour le dessin en taille réelle voir en annexe

Exercice 6 – En déco – 5 points -



Les cinq dalles ont une aire totale de
 $5 \times 50^2 = 12\,500 \text{ cm}^2$
L'entrée carrée de la maison de Sacha fait :
 $\sqrt{12\,500} \text{ cm de côté.}$

$$\sqrt{12\,500} \approx 111,8 \text{ cm}$$

Voir la taille réelle de l'assemblage sur le document annexe.

Exercice 7 – En décalé – 7 points -

Les horloges ne font pas la différence entre matin et après-midi et vont de 12 h en 12 h.

Au bout de 1 heure, il y a un décalage de 3 min entre les deux horloges.

Au bout de 2 heures, il y a 6 min d'écart

On peut en déduire qu'au bout de 20 h, l'écart entre les deux horloges est de 60 min donc de 1 heure.

Les deux horloges indiqueront la même heure lorsque leur écart sera de 12 h soit au bout de $12 \times 20 \text{ h} = 240 \text{ h}$ ou encore 10 jours.

Au bout de 10 jours exactement, les deux horloges indiqueront à nouveau la même heure.

Exercice 8 – En clone – 5 points -

À la fin de la 5e saison on compte : $2^5 = 32$ individus.

À partir de là, le nombre d'individus augmente de 18.

À la fin de la dixième saison on a : $32 + 5 \times 18 = 112$ individus.

Ceci peut aisément se comprendre à l'aide d'un tableau :

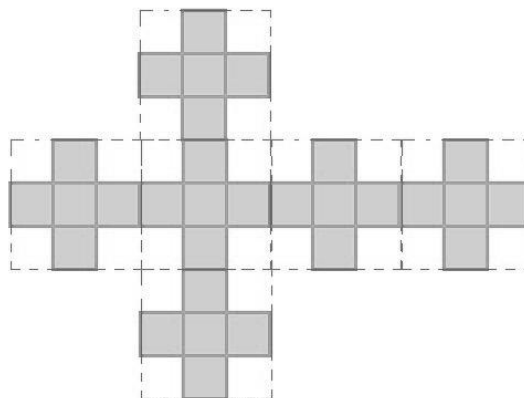
Saisons	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Population	2	4	8	16	32	40	58	76	94	112
Accroissement	+1	+2	+4	+8	+16	+18	+18	+18	+18	+18

Exercice 9 – En patron – 7 points -

Voici un des patrons possibles.

Cet objet a 30 faces.

Voir le patron en dimensions exactes tenant sur une feuille A4 en annexe.



Exercice 10 – En œuf – 10 points - 3^e

Comme le triangle ABC est rectangle isocèle en C alors d'après le théorème de Pythagore, $AC = BC = 3\sqrt{2}$ cm

Comme $BE = AB = 6$ cm ; $CE = 6 - 3\sqrt{2}$ cm

L'arc de cercle EF mesure :

$$\frac{1}{4} (6 - 3\sqrt{2}) \times 2\pi = \frac{6 - 3\sqrt{2}}{2} \pi$$

L'arc de cercle AB mesure 3π .

L'arc de cercle AE a la même mesure que l'arc FB et chacun vaut :

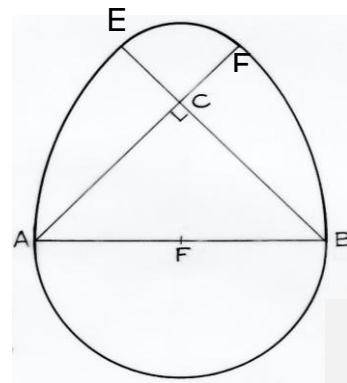
$$\frac{1}{8} \times 2 \times 6\pi = \frac{3}{2} \pi$$

Le périmètre de l'œuf vaut :

$$\frac{6 - 3\sqrt{2}}{2} \pi + 3\pi + 2 \times \frac{3}{2} \pi = 9\pi - \frac{3\sqrt{2}}{2} \pi$$

La valeur approchée du périmètre de l'œuf vaut 21,6 cm.

Voir la reproduction de l'œuf en vraie grandeur en annexe



Exercice 11 – En live – 5 points - 2^{nde}

Plusieurs méthodes pour calculer l'angle \widehat{DMB} du champ de la caméra.

1^{ere} méthode

Utilisation du théorème de Pythagore :

Dans le triangle MHD : $MD^2 = 20^2 + 10^2 = 500$

Dans le triangle MIB : $MB^2 = 10^2 + 30^2 = 1\,000$

Dans le triangle BDE : $BD^2 = 20^2 + 10^2 = 500$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle MDB est rectangle en D.

De plus, il est isocèle.

On en conclut que $\widehat{DMB} = 45^\circ$.

2^e méthode

Par la trigonométrie :

$$\tan \widehat{IMB} = \tan \widehat{HMB} = \frac{IB}{IM} = \frac{30}{10} = 3$$

$$\tan \widehat{HMD} = \frac{HD}{MH} = \frac{10}{20} = 0,5$$

$$\widehat{DMB} = \text{Arctan } 3 - \text{Arctan } 0,5 = 45^\circ$$

D'où la conclusion : $\widehat{DMB} = 45^\circ$.

Exercice 12 – En plus – 7 points - 2^{nde}

Notons n l'entier auquel pense Delphine.

Alors il existe deux entiers a et b tels que :

$$n + 10 = a^2 \quad \text{et} \quad n + 79 = b^2.$$

Par différence, on obtient :

$$b^2 - a^2 = (b + a)(b - a) = 69. \quad \text{Or les seules décompositions sont : } 69 = 1 \times 69 \text{ et } 69 = 3 \times 23.$$

1er cas :

On a le système $\begin{cases} b + a = 69 \\ b - a = 1 \end{cases}$ dont la solution est $b = 35$ et $a = 34$.

$$\text{On obtient } n = 34^2 - 10 = 1\,146 \quad \text{et} \quad n = 35^2 - 79 = 1\,146$$

2e cas :

On a le système $\begin{cases} b + a = 23 \\ b - a = 3 \end{cases}$ dont la solution est $b = 13$ et $a = 10$.

$$\text{On obtient } n = 10^2 - 10 = 90 \quad \text{et} \quad n = 13^2 - 79 = 90$$

Il y a bien deux solutions et Delphine pense soit au nombre 90 soit au nombre 1 146.

Exercice 13 – En rapport – 10 points - 2^{nde} GT

Les triangles AFD et BEA sont semblables (mêmes mesures d'angles)

Les longueurs de ces triangles sont proportionnelles :

$$\frac{DF}{AE} = \frac{AF}{BE} = \frac{AD}{AB}$$

Or $DF = EB$ et notons $AE = x$

On obtient l'égalité suivante :

$$\frac{DF}{x} = \frac{2x}{DF} = \frac{AD}{AB}$$

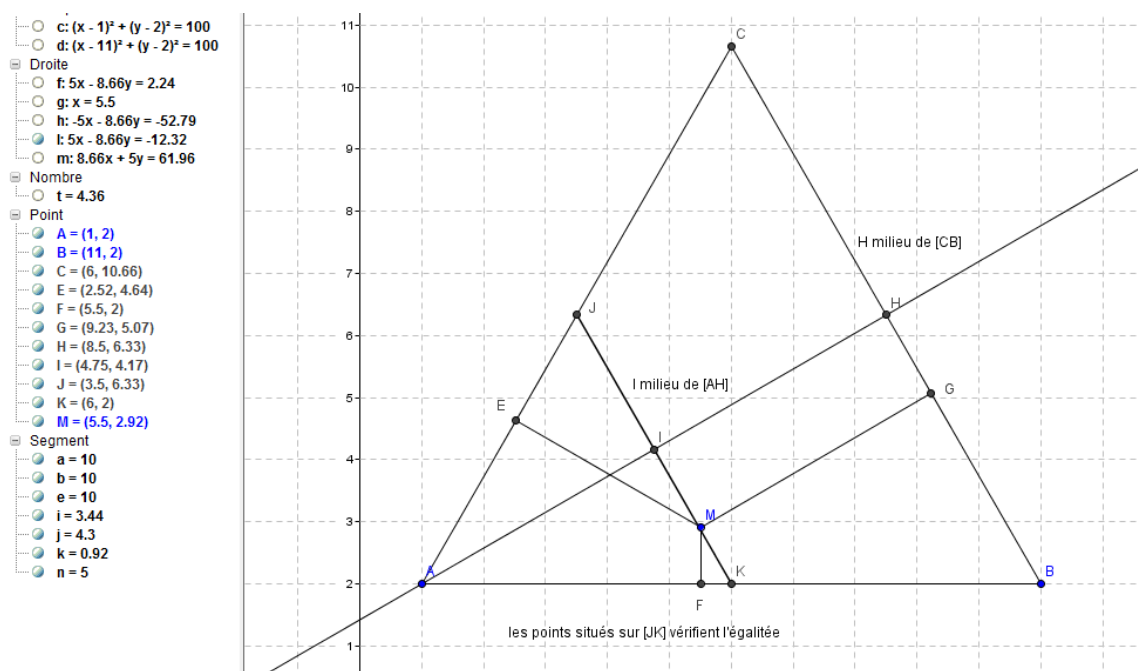
Et donc : $2x^2 = DF^2$ d'où $x = DF/\sqrt{2}$

$$\frac{AD}{\frac{DF}{\sqrt{2}}} = \frac{DF}{\frac{DF}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2} \quad \text{d'où} \quad \frac{AD}{AB} = \sqrt{2} \quad \text{et donc} \quad AD = 10\sqrt{2}$$

La longueur exacte de AD est $10\sqrt{2}$

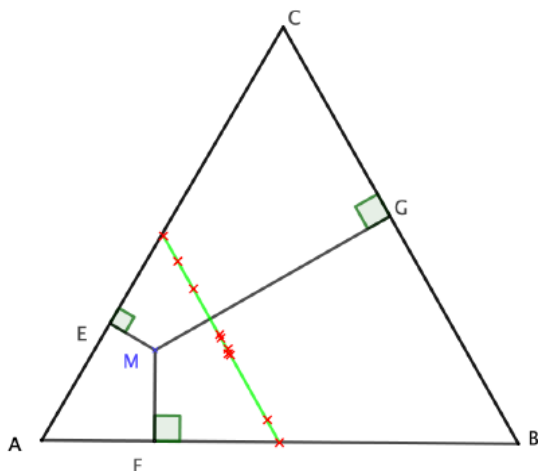
Figure en vraie grandeur en annexe.

Exercice 13 – En fin – 10 points - 2^{nde} Pro

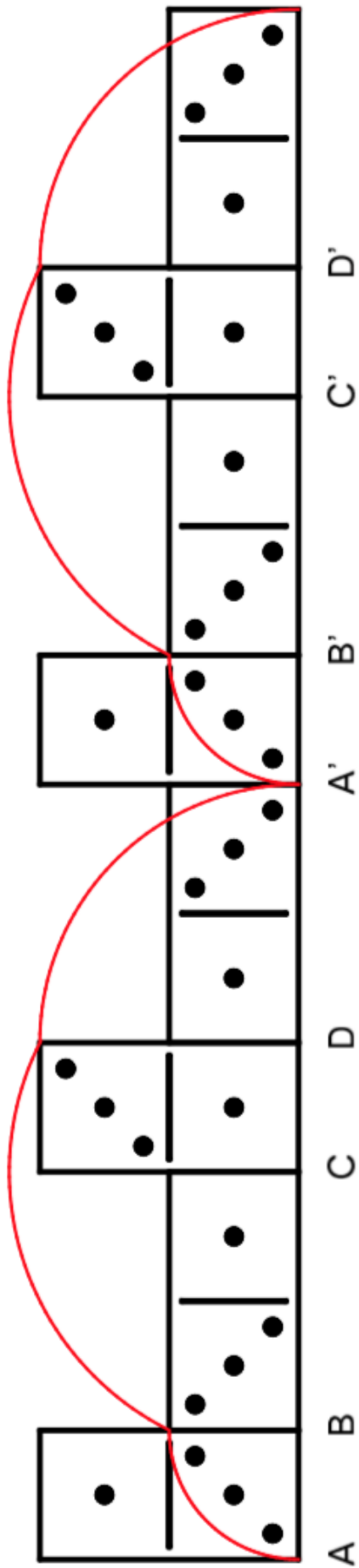


On peut dessiner un triangle équilatéral, placer un point M puis faire des hauteurs qui passent par M. Dans Géogébra, il faut créer une variable $t = i+k$ où i et k sont les étiquettes des segments [ME] et [MF]. Cela permet de trouver des points qui vérifient $ME+MF=MG$ en déplaçant le point M et en regardant la valeur de t et de MG.

La solution est le segment [JK].



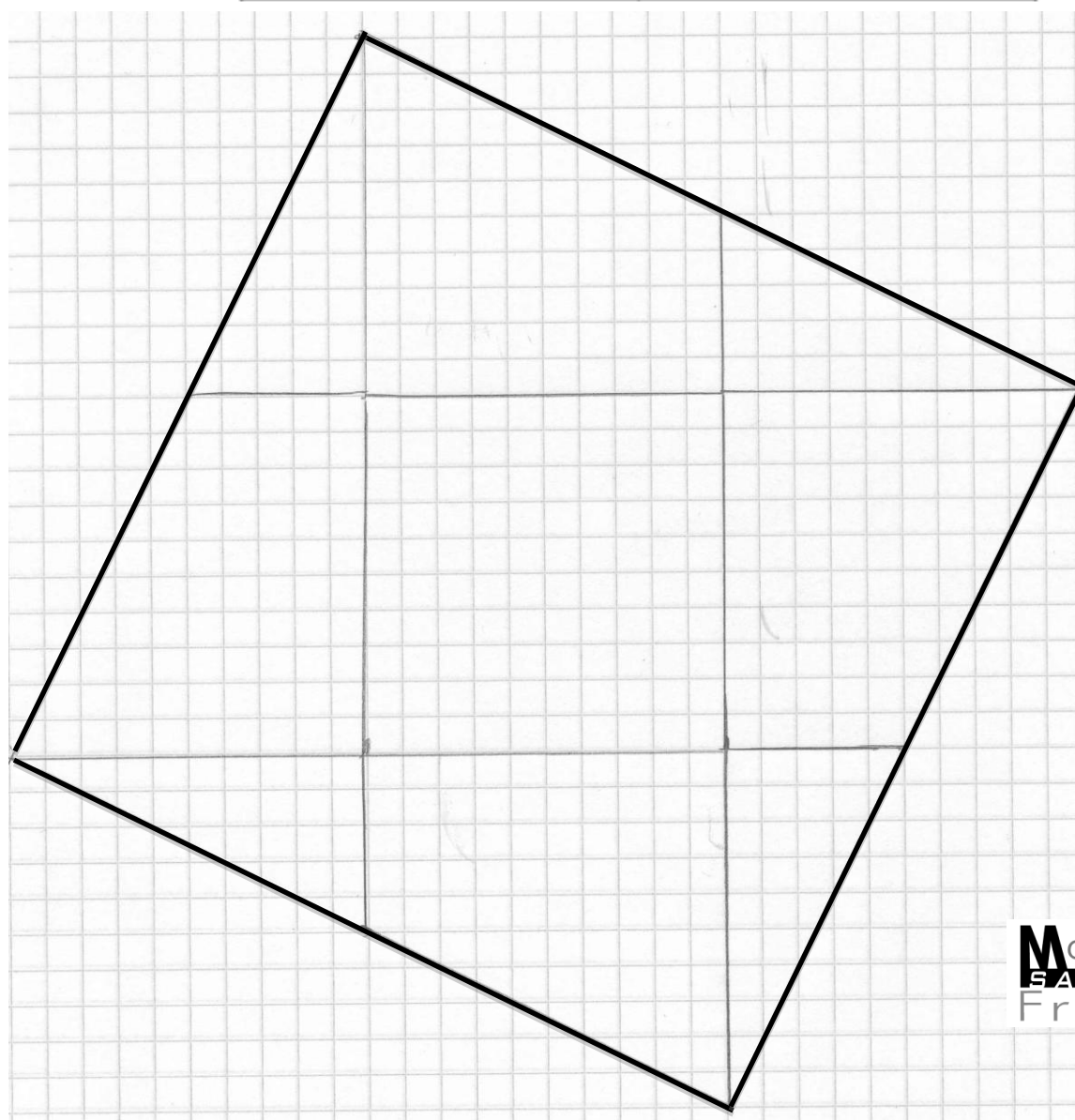
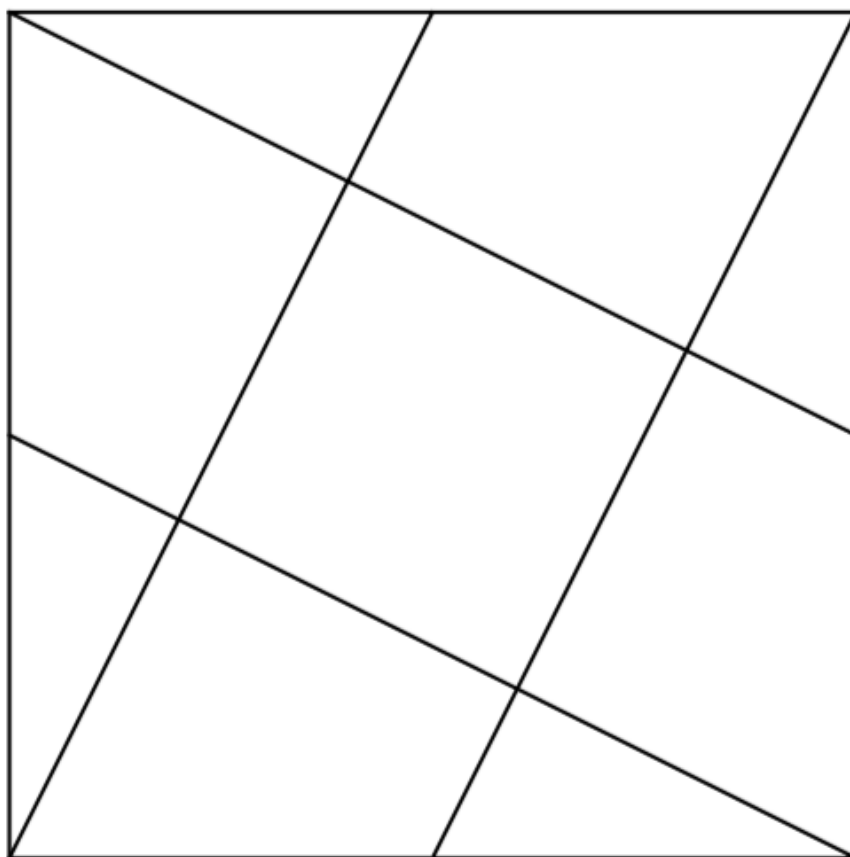
Annexe de l'exercice 5 « En demi-tours »



Taille réelle

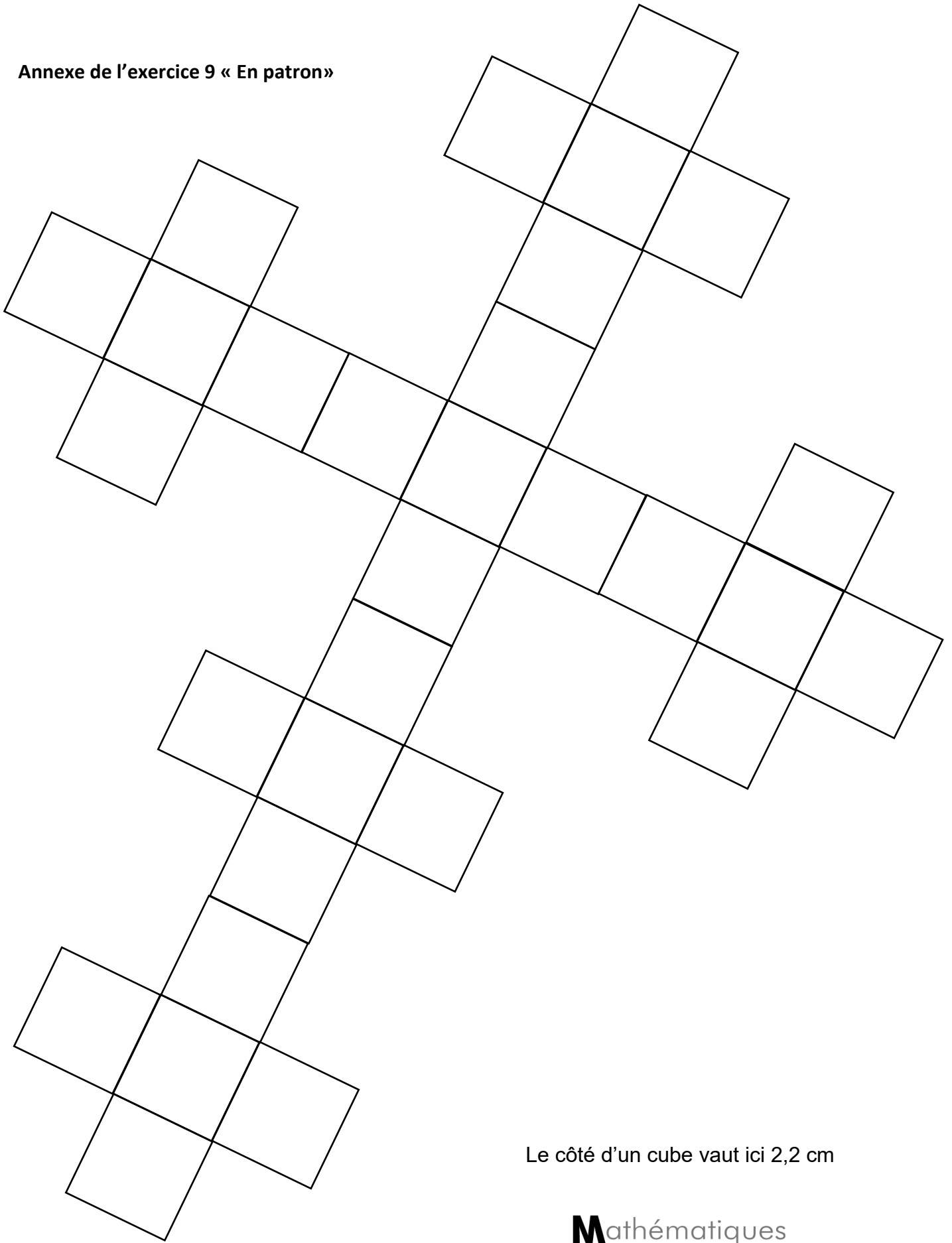
Annexe de l'exercice 6 « En déco »

Échelle : 1/10 (côté du carré environ 11,2 cm)



Pour réaliser le carrelage, les élèves pourront s'aider de papier quadrillé.

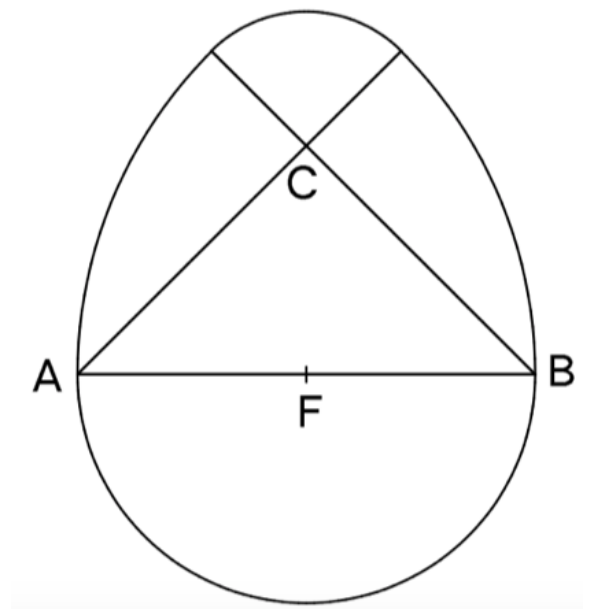
Annexe de l'exercice 9 « En patron »



Le côté d'un cube vaut ici 2,2 cm

Annexe de l'exercice 10 « En œuf »

Taille réelle



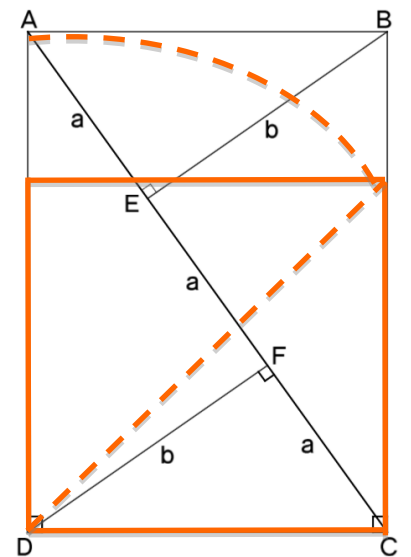
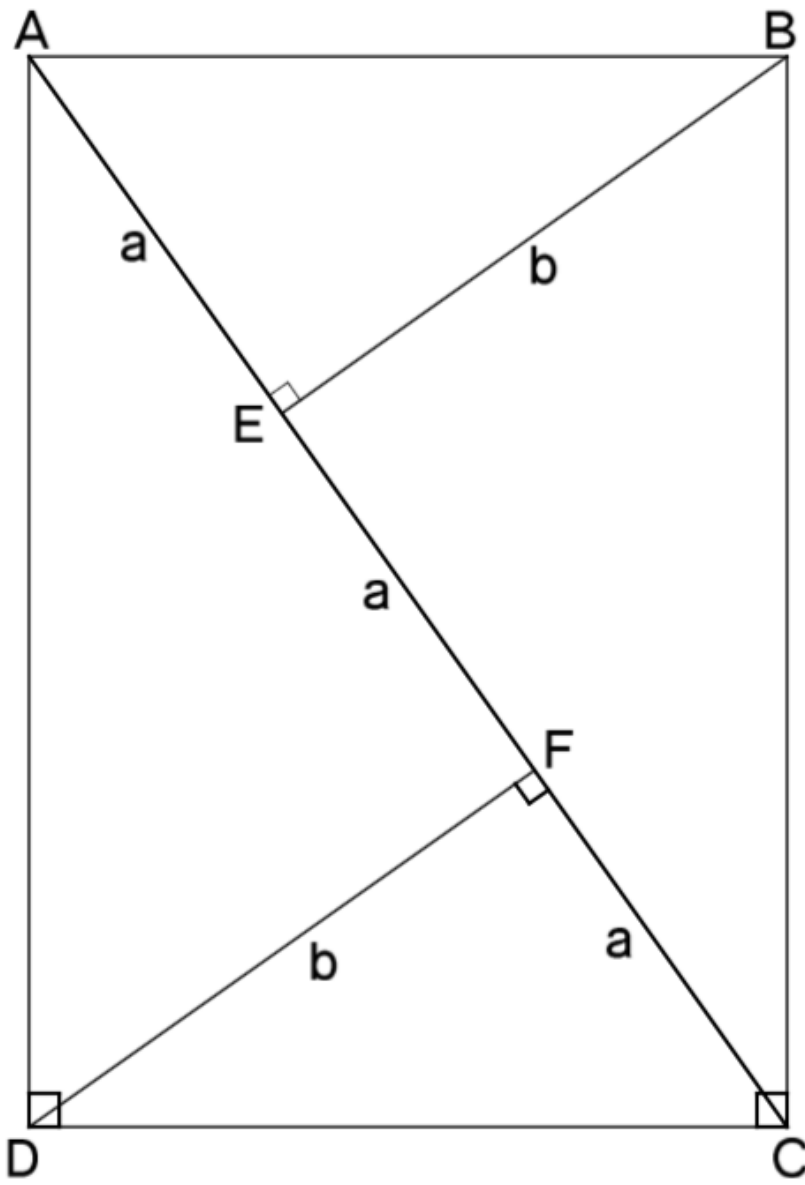
Annexe de l'exercice 13 GT « En rapport »

Taille réelle

Indication :

Tracer un carré de côté 10 cm, puis reporter la longueur de sa diagonale.

(comme sur le dessin ci-contre qui n'est pas en dimensions exactes)



Épreuve découverte 2022

Productions attendues et suggestions pour le barème

Document établi à l'attention des traducteurs et des correcteurs de l'épreuve.

Les barèmes proposés sont purement indicatifs. Ils pourront évidemment être modifiés localement en fonction des priorités pédagogiques et de la teneur des programmes de mathématiques dans tel ou tel pays. Ils pourront également être adaptés au vu des productions des élèves qui sont parfois surprenantes et inattendues...

L'équipe de conception des sujets
de Mathématiques sans Frontières

Pour tout exercice :

- ✓ on attribuera 0 point lorsqu'une feuille-réponse a été rendue mais que celle-ci ne contient que des éléments totalement faux montrant que l'exercice n'a pas été compris. On s'efforcera toutefois autant que possible de valoriser toute trace de recherche pertinente ;
- ✓ on notera NT lorsque l'exercice n'a pas été traité (feuille blanche ou non rendue).

Objectifs et compétences :

Communiquer, raisonner, chercher, calculer, représenter, modéliser.

Mathématiques
SANS
Frontières

Exercice 1 -- En cuisine 7 points -

Objectifs et compétences :

Communiquer, chercher, raisonner.

Objectifs : durée, logique, raisonnement.

Barème proposé : Qualité de la rédaction en langue : **3 pts**. Raisonnement, explications : **4 pts**.

Exercice 2 -- En somme 5 points -

Objectifs et compétences :

Chercher, calculer.

Objectifs : somme, somme magique, essais-erreurs, grille.

Barème proposé :

5 pts pour avoir trouvé une solution,

2 pts pour avoir trouvé une somme sur un côté seulement, un début de raisonnement, une trace de recherche.

Exercice 3 -- En couples 7 points -

Objectifs et compétences :

Chercher, calculer, raisonner.

Objectifs : calculs, déduction, décomposition des nombres, calcul littéral, écriture littérale, décomposition en base 10.

Barème proposé :

4 pts pour la solution 198.

2 pts pour la justification.

1 pt pour une étape de déduction intermédiaire (par exemple $a=1$ ou $a=2$).

Mathématiques
SANS
Frontières

Exercice 4 -- En lumière 5 points -

Objectifs et compétences :

Calculer, modéliser.

Objectifs : vue en 3D, calculs d'aires, calcul de longueurs, solide, géométrie dans l'espace, passage à la géométrie plane.

Barème proposé :

1 pt pour la représentation de la vue du dessous.

2 pts pour le calcul des arêtes verticales.

2 pts pour le calcul de la superficie totale des façades verticales.

Exercice 5 -- En demi-tours 7 points -

Objectifs et compétences :

Représenter, modéliser, calculer, chercher.

Objectifs : trace, trajectoire, rotation, calcul de longueurs, arc de cercle.

Barème proposé :

1 pt pour la position des huit dominos.

2 pts pour la trajectoire du point A.

3 fois 1 pt pour la longueur de chaque type d'arc.

1 pt pour la longueur de cette trajectoire.

Exercice 6 -- En déco 5 points -

Objectifs et compétences :

Calculer, représenter, chercher.

Objectifs : géométrie plane, puzzle, échelle, carré, milieu, calcul de longueur, racine carrée, aire, fraction d'aire.

Barème proposé :

1 pt pour avoir réalisé les 9 pièces à l'échelle.

1 pt pour la reconstitution du grand carré.

3 pts pour la longueur exacte du grand carré. (**1 pt** si c'est une valeur approchée)

Exercice 7 -- En décalé 7 points -

Objectifs et compétences :

Chercher, communiquer, raisonner.

Objectifs : durée, essais-erreurs, raisonnement.

Barème proposé :

5 pts pour trouver qu'elles afficheront la même heure dans 240 h (10 jours).

2 pts pour un début de raisonnement, une trace de recherche.

2 pts pour l'heure affichée par les horloges.

Exercice 8 -- En clone 5 points -

Objectifs et compétences :

Modéliser, calculer, chercher.

Objectifs : puissance, calculs, croissance, accroissement.

Barème proposé :

2 pts pour un début de raisonnement qui montre une compréhension de l'évolution de la population

(Jusqu'à la saison 6)

3 pts pour la réponse : 112

Exercice 9 -- En patron 7 points -

Objectifs et compétences :

Chercher, représenter.

Objectifs : Géométrie dans l'espace, solide, cube, patron, passage à la géométrie plane.

Barème proposé :

2 pts pour le nombre de faces

5 pts pour un patron tenant sur une feuille A4,

3 pts si le patron ne rentre pas sur une feuille A4.

Exercice 10 -- En œuf 10 points - 3e

Objectifs et compétences :

Représenter, calculer.

Objectifs : Pythagore, périmètre, longueur d'arc, triangle rectangle isocèle, dessin géométrique, construction à la règle et au compas.

Barème proposé :

3 pts pour la reproduction de la figure

3 fois 2 pts pour la longueur de chaque arc

1 pt pour la valeur approchée du périmètre

Spécial Secondes

Exercice 11 -- En live 5 points - 2nde

Objectifs et compétences :

Raisonnement, chercher, calculer.

Objectifs : Pythagore, trigonométrie, angle.

Barème proposé :

5 pts pour la résolution détaillée peu importe la méthode

3 pts pour un début de recherche peu importe la méthode

1pt pour une réponse sèche

Mathématiques
SANS
Frontières

Exercice 12 (secondes GT) -- En plus 7 points -

Objectifs et compétences :

Raisonnement, chercher, calculer.

Objectifs : calcul littéral, système, équation, décomposition, identité remarquable, essais-erreurs.

Barème proposé :

2 pts pour un début de recherche

3 pts pour la première solution avec justification (retirer **1 pt** si pas de justification)

4 pts pour la deuxième solution avec justification

Exercice 13 (secondes GT) -- En rapport 10 points -

Objectifs et compétences :

Raisonnement, chercher, calculer, représenter.

Objectifs : triangles semblables, proportionnalité, géométrie plane, mise en équation, racine carrée,

Barème proposé :

2 pts pour un début de raisonnement

5 pts pour la longueur exacte de [AD] (retirer **1 pt** si la valeur est approchée)

2 pts pour une ébauche de construction

5 pts pour la construction précise

Exercice 13 (secondes Pro) -- En fin 10 points -

Objectifs et compétences :

Chercher, calculer, représenter.

Objectifs : modélisation d'un problème par un logiciel de géométrie dynamique, triangle équilatéral, lieu de points, géométrie plane.

Barème proposé :

2 pts pour le tracé d'un triangle équilatéral avec le logiciel

2 pts pour le tracé des hauteurs passant par M

2 pts pour le calcul de $ME+MF$

2 pts pour comparer avec MG en déplaçant M

1 pt pour un point qui vérifie l'égalité

1 pt pour le segment $[IJ]$ en entier.

Mathématiques
SANS
Frontières

Ce document contient 22 pages.