

# Mathématiques SANS Frontières

## SOMMAIRE

**Vous trouverez dans ce fichier :**

- le règlement de la compétition  
*(modification en septembre 2019) ;*
- des consignes pour le déroulement  
de l'épreuve de découverte 2023 ;
- le sujet de l'épreuve de découverte 2023 ;
- des éléments de solutions ;
- une proposition de barème  
incluant les objectifs et compétences des exercices.  
*(mots clés utiles pour une recherche ultérieure dans la  
classification des exercices sur le site internet)*

**Pour toutes remarques, suggestions concernant le sujet,  
propositions d'idées d'exercices :  
[msf.co@ac-strasbourg.fr](mailto:msf.co@ac-strasbourg.fr)**

# Mathématiques SANS Frontières

## RÈGLEMENT DE LA COMPÉTITION MATHÉMATIQUES SANS FRONTIÈRES SECTEURS D'ALSACE ET CLASSES ISOLÉES

### A. Cadre général

**Mathématiques sans Frontières** est une compétition qui s'adresse à des classes de troisième et de seconde. L'épreuve consiste à résoudre collectivement dix exercices pour le niveau 3<sup>e</sup> et treize pour le niveau 2<sup>de</sup>. Ce n'est pas une compétition individuelle.

Les classes doivent être des classes constituées pour l'enseignement des mathématiques de l'année en cours ; elles ne peuvent pas être des classes constituées spécifiquement pour la compétition Mathématiques sans Frontières.

Toutefois, la présence d'un petit nombre d'élèves correspondants étrangers est autorisée lors de l'épreuve définitive, si elle n'entraîne pas une augmentation significative de l'effectif de la classe. Il ne pourra en aucun cas s'agir d'une classe entière de correspondants. Le professeur surveillant l'épreuve devra mentionner sur le bilan la présence de correspondants étrangers en précisant leur nombre. Les correspondants étrangers ayant participé à l'épreuve ne recevront pas de prix.

**Mathématiques sans Frontières** est une compétition donnant lieu à un palmarès : toutes les précautions doivent être prises pour éviter les fuites et les tricheries. **L'épreuve définitive se déroule obligatoirement à une date et dans un créneau horaire qui ont été définis l'année précédente en assemblée internationale.** En cas d'indisponibilité de la classe à la date fixée, **l'épreuve peut être passée après cette date mais jamais avant.**

#### *Organisation de l'épreuve définitive :*

- Chaque classe participante compose dans une salle banalisée qui n'est ni le CDI ni une salle informatique.
- Les élèves pourront être surveillés par tout professeur de l'établissement, y compris leur professeur de mathématiques. Toutes les classes d'un même établissement doivent composer sur le même créneau horaire.
- Les élèves s'organisent comme ils le souhaitent : ils peuvent parler entre eux, circuler dans la salle mise à leur disposition, travailler en groupes, utiliser le tableau, ... en veillant à ne pas gêner les classes voisines.
- Chaque classe rend **une feuille-réponse par exercice ; celle-ci porte la mention non résolue, le cas échéant.** La solution de l'exercice en langue étrangère doit être rédigée dans une des langues dans lequel il est énoncé.
- Aucun élève ne peut aller chercher quoi que ce soit à l'extérieur de la salle, une fois l'épreuve commencée.

*Matériel autorisé :*

- Calculatrices (\*)
- Instruments de dessin
- Dictionnaires et atlas (dictionnaire et atlas papier ; forme électronique exclue)
- Dictionnaires bilingues (dictionnaire papier ; forme électronique exclue)
- Petit matériel de papeterie et feuilles de brouillon
- Manuels scolaires de la classe et cahiers des élèves

(\*) Les calculatrices doivent être autonomes (non reliées au secteur). Si elles possèdent un moyen de communiquer, celui-ci doit être désactivé.

*Matériel non autorisé :*

- Téléphones, tablettes et tout appareil permettant de communiquer.
- Traducteurs.
- Ordinateurs (sauf pour les sections professionnelles).

Les équipes d'organisation se réservent le droit de disqualifier toute classe n'ayant pas respecté le règlement de la compétition.

## **B. Compléments pour la catégorie jumelage**

Une classe de troisième et une classe de seconde du lycée de secteur peuvent s'associer pour participer en jumelage à la compétition Mathématiques sans Frontières. Les classes doivent être des classes constituées pour l'enseignement de mathématiques de l'année en cours.

- Chaque classe est divisée en deux demi-classes équilibrées, tous les élèves des deux classes devant participer.
- Deux demi-classes de niveaux différents constituent ensemble le regroupement A, les deux autres demi-classes constituent le regroupement B ; les élèves des différents niveaux sont ainsi invités à travailler ensemble.
- Les deux regroupements composent dans deux salles séparées et rendent chacun les feuilles réponse pour l'ensemble des exercices de l'épreuve.
- Les correcteurs cumulent les points des deux regroupements pour établir le palmarès commun aux deux classes, spécifique à la catégorie jumelage.

**À noter :**

- Les deux regroupements doivent traiter chacun les treize exercices.
- Les deux regroupements ne peuvent pas communiquer entre eux.
- Les deux regroupements composent au même moment.

# MATHÉMATIQUES SANS FRONTIÈRES

## CONSIGNES POUR L'ÉPREUVE DE DÉCOUVERTE 3<sup>e</sup> et 2<sup>de</sup>

*Épreuve à organiser avant le 1er mars 2023*

### Préambule

Cette épreuve ne compte pas pour le classement final ; elle doit permettre d'entraîner la classe à la **compétition finale du jeudi 9 mars 2023**. Pour que cet entraînement soit formateur, il est souhaitable que le professeur de mathématiques surveille sa classe au moins pendant la 1<sup>ère</sup> heure et qu'il assiste les élèves dans l'organisation de leur recherche. Il peut apporter son aide pour lever les blocages et leur permettre d'aboutir.

### Déroulement de l'épreuve

Les élèves s'organisent comme ils le souhaitent pour travailler ; ils peuvent parler entre eux, circuler dans la salle mise à leur disposition, travailler en groupe, utiliser le tableau, etc. en veillant à ne pas gêner les autres classes.

### Rôle du professeur

- Il remettra les feuilles d'énoncés aux élèves (une par élève).
- ***Il signalera aux élèves des classes concourant dans la catégorie 3<sup>e</sup> qu'ils n'ont pas à traiter les exercices 11, 12 et 13 et aux élèves des classes concourant dans la catégorie jumelage et dans la catégorie 2<sup>de</sup> qu'ils doivent les traiter, en les rendant attentifs aux deux versions de l'exercice 13.***
- Il pourra aider les élèves à :
  - ✓ faire une lecture approfondie des énoncés et des consignes données pour chaque exercice ;
  - ✓ constituer des groupes ;
  - ✓ choisir des méthodes et des stratégies ;
  - ✓ confronter les avis et à critiquer les solutions avant la rédaction définitive ;
  - ✓ favoriser au maximum la participation de chaque élève et rappeler que même des solutions partielles (à défaut d'une solution complète) seront examinées.
- Une fois qu'il aura corrigé, le professeur pourra faire un bilan avec la classe afin de préparer au mieux l'épreuve officielle.

Cette année, aucune saisie en ligne des résultats de l'épreuve de découverte n'est demandée.

[Vous pouvez toutefois envoyer des photos de copies remarquables, vos remarques et suggestions à l'adresse : msf.co@ac-strasbourg.fr](mailto:msf.co@ac-strasbourg.fr)

**Comme l'an dernier, les élèves des classes d'Alsace qui participent à une des compétitions proposées par l'association Mathématiques sans Frontières pourront participer au concours de conception de l'affiche des compétitions 2024. Des précisions sur les modalités et le règlement parviendront aux professeurs ayant inscrit des classes à l'issue de la campagne d'inscription.**

**Rappel de l'adresse du site d'inscription :** <https://applications.ac-strasbourg.fr/msf/>

**Rappel de l'adresse du site internet :** <http://maths-msf.site.ac-strasbourg.fr/>



ACADÉMIE  
DE STRASBOURG

Liberté  
Égalité  
Fraternité

Compétition interclasses de 3<sup>e</sup> et de 2<sup>de</sup>  
organisée avec le concours de l'inspection pédagogique régionale de mathématiques de l'Académie de Strasbourg

# Mathématiques Sans Frontières

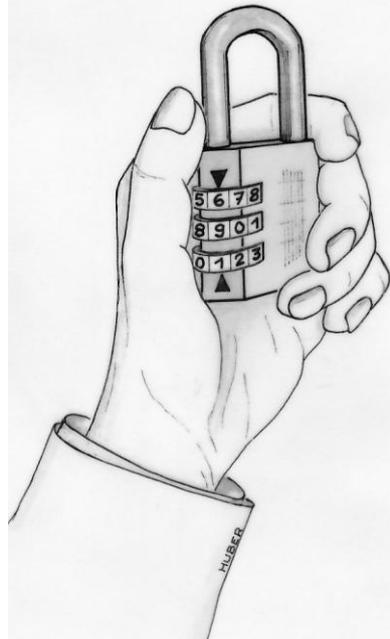
ÉPREUVE DE DÉCOUVERTE ÉDITION 2023

- ✓ Rendre une seule feuille-réponse par exercice.
- ✓ Toute trace de recherche sera prise en compte.
- ✓ Le soin, la qualité de la rédaction et la précision des raisonnements seront pris en compte.

## Exercice 1 7 pts TENTER SA CHANCE ?

Solution à rédiger en allemand, anglais, espagnol ou italien en un minimum de 30 mots.

Amandine möchte mit dem Fahrrad fahren, das ihre Freundin ihr ausgeliehen hat. Leider hat sie den dreistelligen Zahlencode für das Fahrradschloss vergessen. Mit Geduld und Methode versucht sie, die richtige Zahlenkombination wiederzufinden, indem sie eine Kombination nach der anderen testet. Jeder Test mit einer Kombination dauert ungefähr zwei Sekunden. Amandine denkt, dass sie kaum Chancen hat, die richtige Kombination in weniger als 30 Minuten zu finden.



Amandine wants to use the bike her friend has lent her. Unfortunately, she has forgotten the anti-theft code which has three numbers. Patiently and methodically she tries to find the combination again. Each attempt takes her about two seconds. Amandine thinks she has little chance to find the correct combination in less than thirty minutes.

**Do you agree with her? Explain.**

**Denkt ihr das auch? Begründet eure Antwort.**

Amandine quiere usar la bicicleta que le ha prestado su amigo. Por desgracia no se acuerda del código de tres cifras del candado antirrobo. Con mucha paciencia, va ensayando paso a paso las posibilidades para recuperar la combinación. Cada prueba le lleva aproximadamente dos segundos. Amandine piensa que tiene pocas posibilidades de encontrar la combinación correcta en menos de 30 minutos.

Amandine desidera usare la bicicletta prestatale da un suo amico. Sfortunamente ha dimenticato il codice di tre cifre dell'antifurto. Procede pazientemente e metodicamente con tentativi successivi per recuperare la combinazione. Per ogni tentativo impiega circa 2 secondi. Amandine ritiene di avere poca possibilità d'individuare in meno di trenta minuti la combinazione corretta.

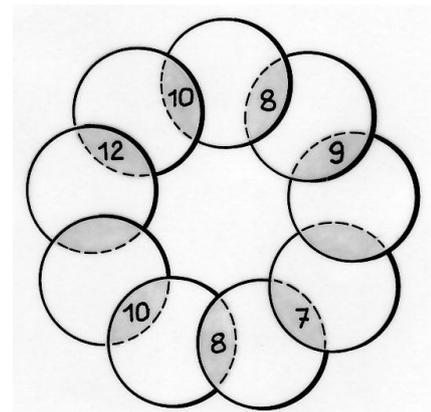
**¿Está de acuerdo con ella? Justifique la respuesta.**

**Siete d'accordo con lei? Motivate la vostra risposta.**

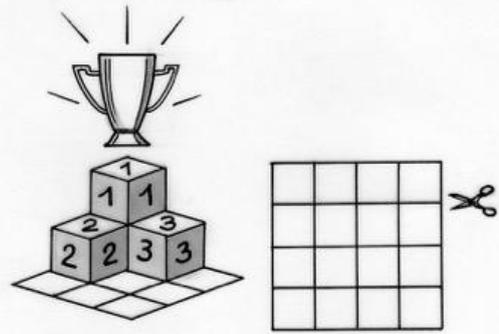
## Exercice 2 5 pts JETONS A LA FACE

Neuf jetons sont numérotés côté pile de 1 à 9. Côté face, ils sont indiscernables. On les a retournés et disposés comme sur la figure ci-contre. Sur certains chevauchements figure la somme des numéros des deux jetons qui s'y trouvent superposés.

**Inscrire sur chaque jeton son numéro.**



Exercice 3 7 pts  
LA COUPE DU PODIUM

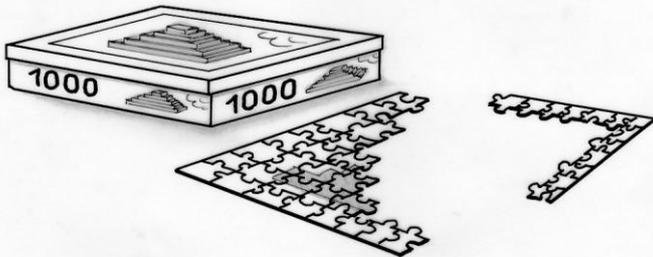


Alexandre aime beaucoup construire des maquettes en papier. Il a construit la maquette d'un podium représentée ci-contre en perspective à partir d'une feuille carrée quadrillée de seize carrés.

Il a entaillé cette feuille le long de huit côtés de carrés tout en veillant à la garder en un seul morceau.

**Reproduire le quadrillage avec les nombres bien orientés sur la feuille-réponse et indiquer en rouge les entailles pratiquées pour cette réalisation. Refaire un tel quadrillage pour réaliser la maquette d'Alexandre et la remettre à votre professeur de mathématiques.**

Exercice 5 7 pts  
QUASI MILLE



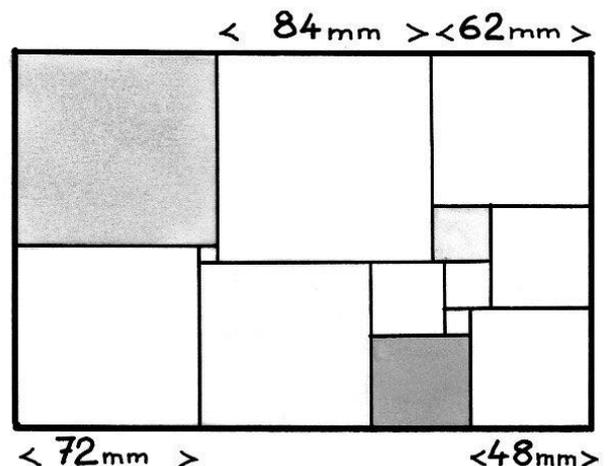
Mélodie veut faire un puzzle. Le couvercle de la boîte de ce puzzle présente son motif rectangulaire avec l'inscription : « 1 000 pièces ». La trame du puzzle, constituée de lignes courbes suivant grossièrement deux dimensions perpendiculaires, peut être considérée comme un quadrillage. Mélodie met d'abord de côté toutes les pièces de bord. Elle trouve exactement 124 pièces de bord, y compris les quatre coins. En essayant de les assembler, Mélodie se dit soudain qu'il est alors impossible que ce puzzle compte exactement 1 000 pièces.

**Quel est le nombre minimal de pièces du puzzle de Mélodie sachant que le nombre de pièces est supérieur à 1 000 ? Quelles sont ses dimensions ? Expliquer votre raisonnement.**

Exercice 6 5 pts  
TOUT EN CARRÉS

La figure ci-contre est un rectangle constitué de treize carrés. Les longueurs des côtés des carrés sont des nombres entiers de millimètres tous différents. Certaines longueurs sont données sur la figure.

**Trouver la longueur des côtés de tous les carrés en expliquant votre raisonnement. Reproduire la figure en grandeur réelle.**



Exercice 7 7 pts  
**AVEC DES LETTRES**



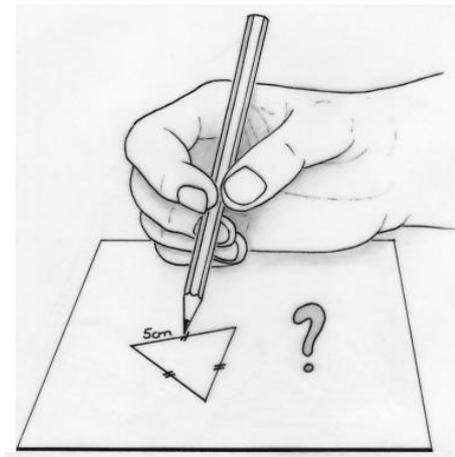
**Trouver tous les couples de nombres entiers positifs  $a$  et  $b$ ,  $a$  supérieur à  $b$ , tels qu'en additionnant leur somme, leur produit et leur différence, on trouve 2 023.**

**Expliquer votre raisonnement.**

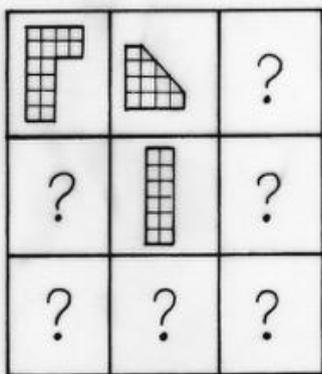
Exercice 8 5 pts  
**QUATRE FACES**

Les faces d'un tétraèdre sont deux triangles équilatéraux de 5 cm de côté et deux triangles rectangles.

**Construire un patron de ce tétraèdre sur la feuille-réponse.**



Exercice 9 7 pts  
**PUZZLE MAGIQUE**



Le jeu préféré de Lucie est constitué de neuf pièces. Chaque pièce a sa place dans la boîte de rangement. Malheureusement, il ne reste que trois pièces représentées ci-contre.

Lucie veut fabriquer de nouvelles pièces pour remplacer les pièces manquantes.

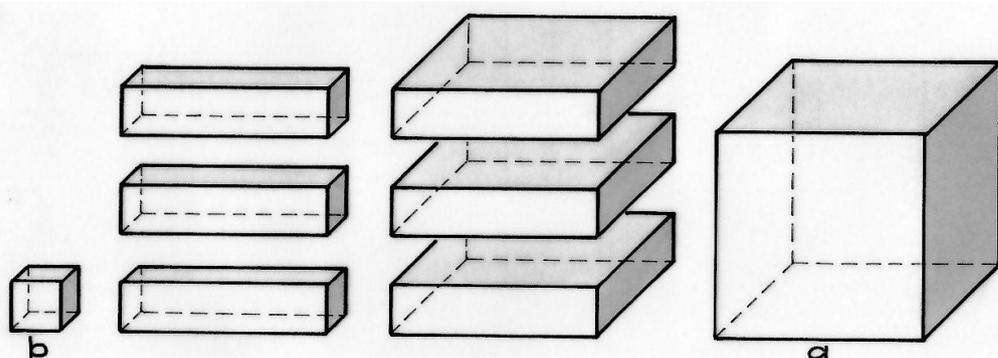
En assemblant trois pièces d'une même ligne ou d'une même colonne ou d'une même diagonale, on peut à chaque fois former un carré. Tous les carrés ainsi obtenus ont la même dimension.

On a le droit de tourner et retourner les pièces.

**Retrouver la forme des six pièces perdues et les placer dans la boîte.**

Exercice 10 10 pts  
**PUISSANCE 3**

La figure ci-dessous montre un cube d'arête  $a$ , un petit cube d'arête  $b$  et six pavés droits dont les arêtes mesurent  $a$  ou  $b$ .



**Exprimer le volume de chaque pièce en fonction de  $a$  et  $b$ .**

**Juxtaposer les sept pièces autour du cube d'arête  $b$  pour que l'assemblage des huit pièces forme un grand cube.**

**Représenter cet assemblage en perspective cavalière.**

**Écrire de deux façons différentes l'expression du volume du grand cube en fonction de  $a$  et  $b$  pour obtenir une égalité remarquable.**

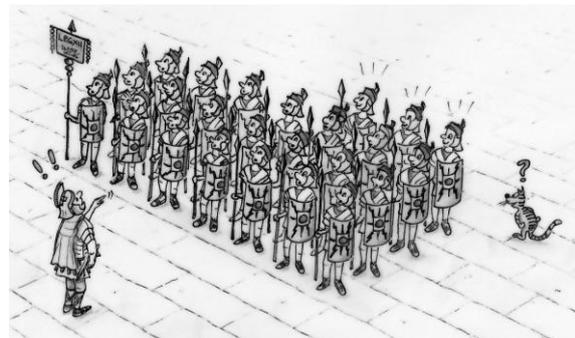
# SPÉCIAL SECONDE

## Exercice 11 5 pts EN RANGS, PAR JUPITER !

Le centurion ordonne à ses légionnaires : « **Rangez-vous par 4 !** ». Les légionnaires s'exécutent, mais le dernier rang est incomplet : il ne compte que trois légionnaires.

« **Mettez-vous par 5 !** », hurle alors le centurion ; mais au dernier rang, incomplet, on compte de nouveau trois légionnaires.

« **Eh bien, rangez-vous par 7 !** ». Encore une fois, le dernier rang reste incomplet : on y compte toujours trois légionnaires.

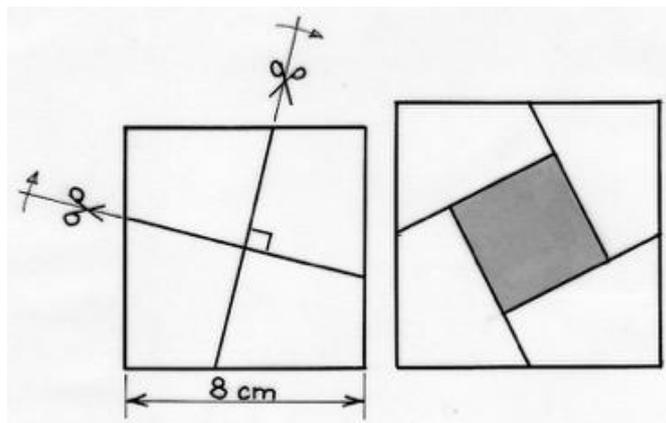


**Combien y a-t-il de légionnaires dans la cohorte du centurion sachant qu'ils sont moins de deux cents ? Expliquer votre raisonnement.**

**Proposer au centurion une disposition de ses hommes en un rectangle où chacun trouvera sa place.**

## Exercice 12 7 pts OUVERTURE

On découpe un carré selon deux droites perpendiculaires en quatre pièces identiques. Ces quatre pièces peuvent être disposées pour réaliser un carré plus grand, créant un carré vide au milieu.



**À partir d'un carré de 8 cm de côté, réaliser un tel découpage de façon que les cinq régions du grand carré soient de même aire.**

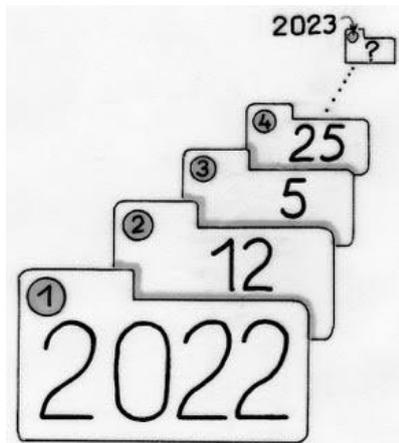
**Coller sur la feuille-réponse les quatre pièces découpées en formant le grand carré de la figure de droite.**

**Calculer les valeurs exactes des longueurs des quatre côtés des pièces découpées.**

## Exercice 13 GT 10 pts CETTE ANNÉE-LÀ !

On construit une suite de nombres. 2 022 en est le premier. Le deuxième est obtenu en faisant la somme des carrés des chiffres de 2 022, à savoir :  $2^2 + 0^2 + 2^2 + 2^2$  ce qui donne 12. On continue ainsi. Le troisième nombre est alors 5 et le quatrième 25.

**Calculer les vingt premiers nombres. Quel sera le 2 023<sup>e</sup> nombre ? Expliquer votre raisonnement.**

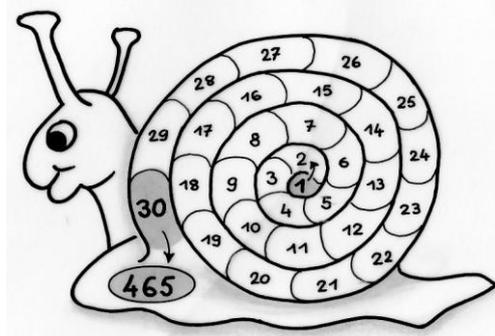


## Exercice 13 PRO 10 pts BAVEUX

Si j'additionne les nombres entiers de 1 à 30, j'obtiens 465.  
Si je fais de même entre 2 et 31, je trouve 495.

**Quelle suite de trente nombres consécutifs faut-il additionner pour avoir le triple de 465 ? Est-il possible d'obtenir le double de 465 de la même façon ? Expliquer les raisonnements.**

L'utilisation d'un logiciel de type tableur est autorisée.



**Épreuve de découverte 2023 (décembre 2022)**  
**Éléments de solutions pour un corrigé**  
**Proposition de barème**  
**Objectifs pédagogiques, compétences**

**Exercice 1 – Tenter sa chance – 7 points -**

De 000 à 999, il y a 1 000 codes possibles pour ce cadenas.

30 min = 1 800 s

À raison de 2 s par essai, Amandine peut tester 900 codes.

**La probabilité de trouver le bon code en moins d'une demi-heure est alors de 90 %.**

**Amandine pense avoir peu de chance alors qu'elle a toutes ses chances !**

**Objectifs et compétences :**

**Chercher Raisonner Communiquer**

Dénombrement, probabilités, conversions de durées, temps, interprétation

**Barème proposé :**

3 pts pour la langue

4 pts pour le raisonnement et la conclusion

Toute forme de recherche cohérente sera valorisée par au moins 2 pts.

**Exercice 2 – Jetons à la face – 5 points -**

**Objectifs et compétences :**

**Chercher Calculer**

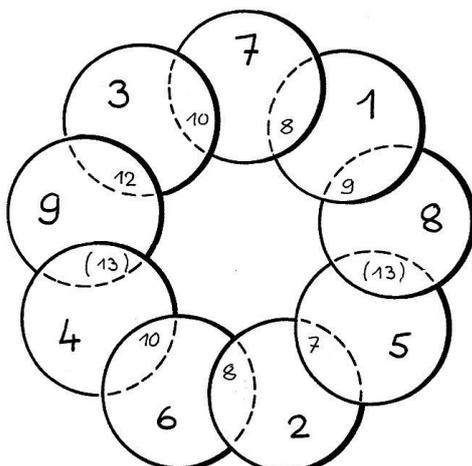
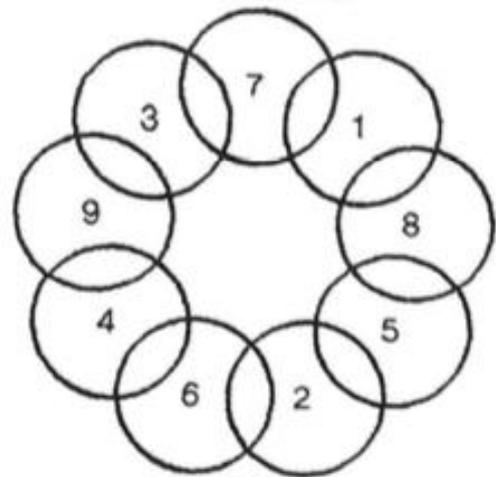
Calcul, opérations, logique, essai-erreur.

**Barème proposé :**

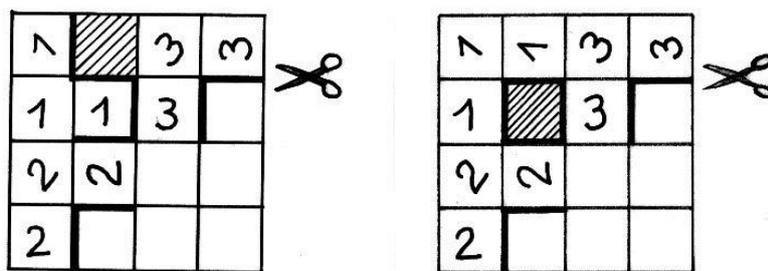
1 pt pour un début de recherche

2 pts pour la moitié des valeurs correctes

2 pts pour le reste



### Exercice 3 – La coupe du podium – 7 points -



La cellule grisée servira à consolider la maquette lors du collage...  
Les numéros servent uniquement à la compréhension du corrigé pour le découpage.

**Objectifs et compétences :**

**Chercher Raisonner Représenter Modéliser**

Casse-tête, espace, patron, puzzle, découpage, maquette

**Barème proposé :**

3 pts pour les nombres bien placés et orientés

2 pts pour les lignes de coupe en rouge

2 pts pour la maquette

Il y a plusieurs solutions.

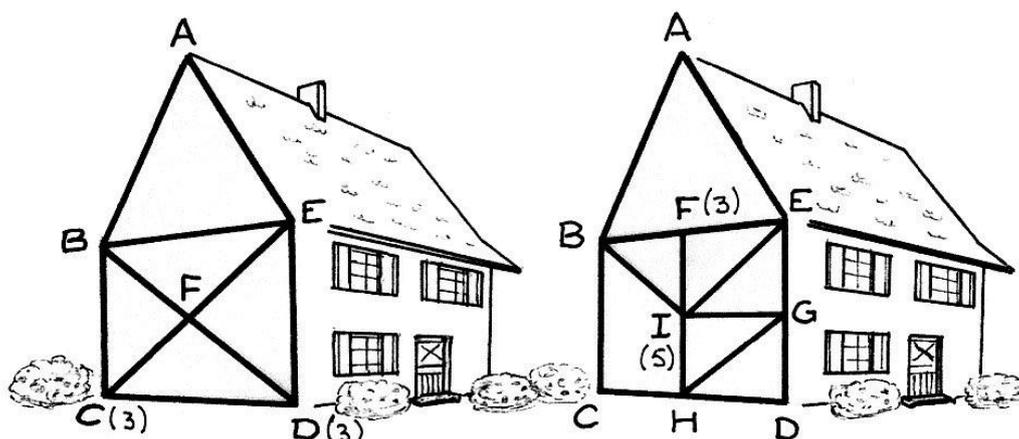
**M**athématiques  
SANS  
Frontières

### Exercice 4 – Poutre dans l'oeil – 5 points -

Appelons « degré » d'un point le nombre de segments à tracer dont ce point est une extrémité.  
Les seuls points possibles pour le début ou la fin d'un tracé sont les points de « degré » impair.  
Dans la première figure les seuls points qui permettent de débiter sont C et D.

Dans la deuxième figure, seuls les points F et I sont de « degré » impair, et par conséquent permettront de faire le tracé en respectant la règle du jeu de Sabine.

On peut par exemple tracer le circuit **FBAEGDHGHCIEFI**.



**Objectifs et compétences :**

**Chercher Raisonner Représenter**

Grphe, parité, schéma, circuit, tracé, essai-erreur.

**Barème proposé :**

2 fois 2 pts pour trouver les deux points de départ de chaque maison

1 pt pour un tracé de la deuxième maison

### Exercice 5 – Quasi mille – 7 points -

Si on note  $x$  le nombre de pièces sur la longueur et  $y$  celui sur la largeur, le nombre total de pièces du bord est :  $x + y + x + y - 4 = 124$  car il ne faut pas compter deux fois les pièces des coins. D'où  $x + y = 64$ .

Le nombre minimal de pièces du puzzle de Mélodie est 1 008.

Il y a 36 pièces sur la longueur et 28 pièces sur la largeur.

$x$	$y$	$xy$
35	29	1 015
36	28	1 008
37	27	999
38	26	988

**M**athématiques  
SANS  
Frontières

**Objectifs et compétences :**

**Chercher Raisonner Calculer**

Arithmétique, multiples, équation, multiplication, calcul littéral, logique

**Barème proposé :**

2 pts pour une mise en équation

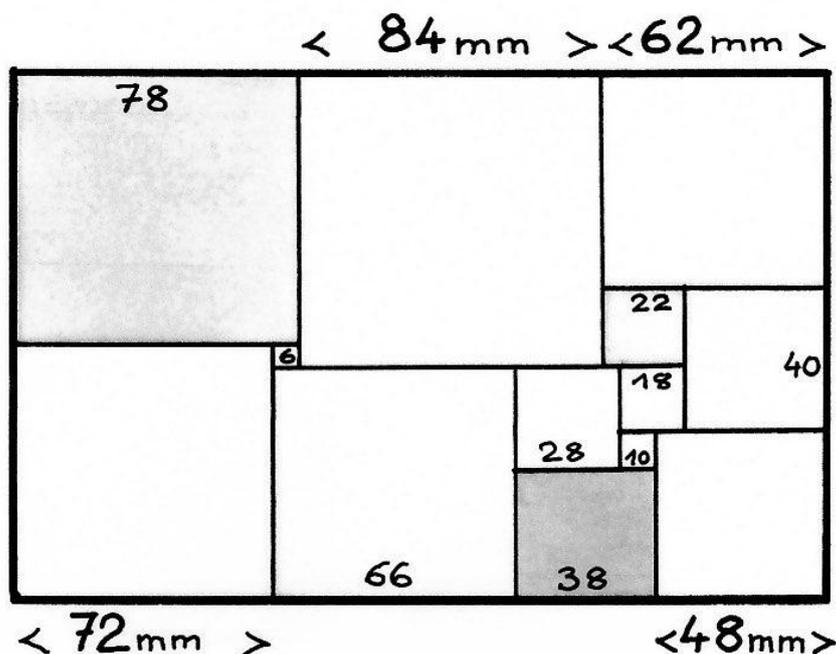
2 pts pour penser au « moins 4 »

2 pts pour le raisonnement

1 pt pour le couple solution

Toute forme de recherche cohérente sera valorisée par au moins 2 pts.

### Exercice 6 – Tout en carrés – 5 points -



La difficulté de cet exercice est de trouver le premier carré dont on veut chercher le côté.

Voici une démarche possible pour trouver la solution.

Le carré ① a pour côté 22 mm ( $84 - 62$ )

Le carré ② a pour côté 40 mm ( $62 - 22$ )

Le carré ③ a pour côté 78 mm ( $62 + 40 + 48 - 72$ )

Le carré ④ a pour côté 6 mm ( $78 - 72$ )

Le carré ⑤ a pour côté 18 mm ( $40 - 22$ )

Le carré ⑥ a pour côté 10 mm ( $40 + 18 - 48$ )

Le carré ⑦ a pour côté 28 mm ( $18 + 10$ )

Le carré ⑧ a pour côté 38 mm ( $10 + 28$ )

Le carré ⑨ a pour côté 66 mm ( $28 + 38$ )

**Objectifs et compétences :**

**Chercher Raisonner Calculer**

Calcul de longueur, logique, opérations à trous

**Barème proposé :**

2 pts pour la longueur du premier carré

2 pts pour les autres longueurs

1 pt pour la figure en grandeur réelle

Toute forme de recherche cohérente sera valorisée par au moins 2 pts.

### Exercice 7 – Avec des lettres – 7 points -

$$(a + b) + a \times b + (a - b) = 2\,023$$

$$2a + a \times b = 2\,023$$

$$a(2 + b) = 2\,023$$

Les seuls diviseurs de 2 023 sont 1 ; 7 ; 17 ; 289 et 2 023.

Avec  $a > b > 0$ , la seule solution est  $a = 289$  et  $2 + b = 7$  donc  $a = 289$  et  $b = 5$

#### Objectifs et compétences :

##### Raisonnement Calculer

Algèbre, équation, décomposition d'un nombre, diviseurs, calcul littéral.

#### Barème proposé :

1 pt pour l'écriture de l'équation  
3 pts pour les diviseurs de 2 023  
3 pts pour la solution

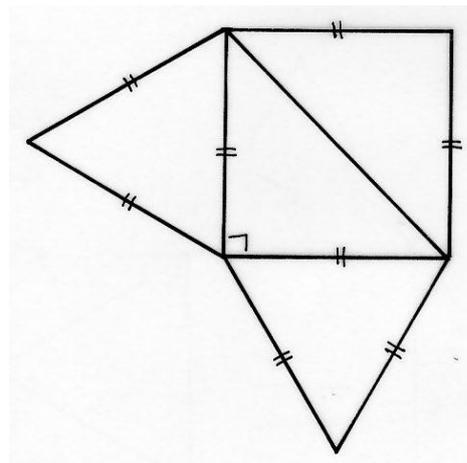
### Exercice 8 – Quatre faces – 5 points -

Voici un patron correct parmi d'autres :

#### Objectifs et compétences :

##### Chercher Raisonnement Représenter

Patron, solide, espace, tétraèdre, triangle, tracé, compas, géométrie plane, géométrie dessinée.



#### Barème proposé :

1 pt pour deux faces correctes  
4 pts pour un patron correct

### Exercice 9 – Puzzle magique – 7 points -

En procédant de manière rigoureuse, plusieurs remarques :

La deuxième colonne ne permet qu'une seule forme pour la case 8.

De même la diagonale descendante ne permet qu'une seule forme pour la case 9.

À partir de là, des déductions pour compléter les autres cases.

#### Objectifs et compétences :

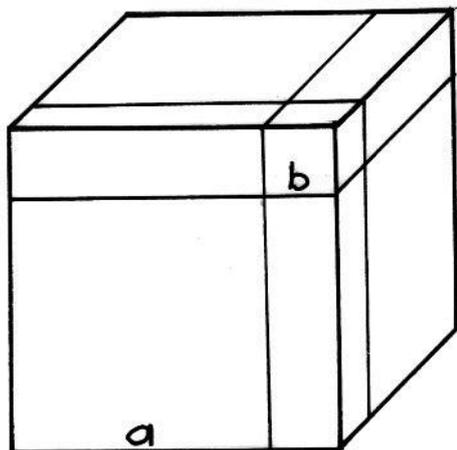
##### Chercher Raisonnement Représenter

Vision dans le plan, assemblages, puzzle,

#### Barème proposé :

1 pt par pièce perdue  
1 pt pour la précision des tracés

### Exercice 10 – Puissance 3 – 10 points – 3<sup>e</sup>



Voici une vue en perspective cavalière de l'assemblage.  
On peut y voir sept des huit pièces qui le constituent :  
Le cube d'arête  $a$  est caché.

L'assemblage trouvé illustre l'égalité :

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

**M**athématiques  
**SANS**  
Frontières

**Objectifs et compétences :**

**Chercher Raisonner Modéliser**

Géométrie dans l'espace, calcul littéral, identité remarquable, puzzle en 3D

**Barème proposé :**

3 pts pour les expressions des volumes de chaque pièce  
(0,5 pour les cubes, 1 pt pour  $ab^2$ , 1 pt pour  $a^2b$ )

3 pts pour une perspective cavalière

2 pts pour chaque expression du volume du grand cube

### Exercice 11 – En rangs, par Jupiter ! – 5 points 2<sup>nde</sup> -

Soit  $n$  le nombre de légionnaires.

À chaque essai du centurion, il reste toujours trois légionnaires qui ne sont pas rangés.

On en déduit que  $n - 3$  est multiple de 4 et de 5 et de 7

Le plus petit multiple commun de 4 ; 5 et 7 est 140. D'où  $n = 143$ .

**Il y a 143 légionnaires dans la cohorte du centurion.**

$$143 = 11 \times 13$$

Le centurion aura deux possibilités pour ranger ses légionnaires :

**11 rangs de 13 légionnaires ou 13 rangs de 11 légionnaires.**

**Objectifs et compétences :**

**Chercher Raisonner Communiquer Calculer**

Arithmétique, multiples, tables de multiplications, logique

**Barème proposé :**

1 pt pour la réponse : 143

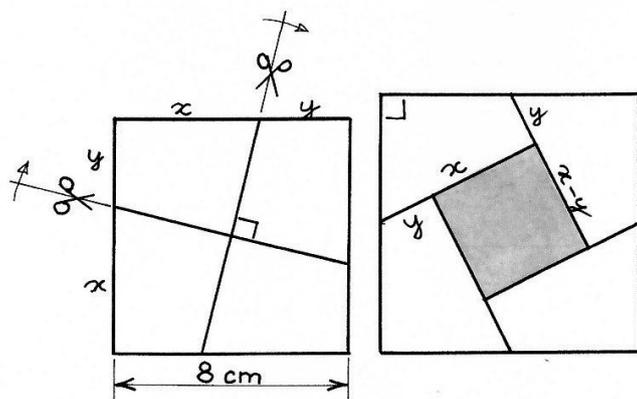
3 pts pour une explication

1 pt pour le rectangle  $11 \times 13$

Toute forme de recherche cohérente sera valorisée par au moins 2 pts.

**M**athématiques  
**SANS**  
Frontières

## Exercice 12 – Ouverture – 7 points -



L'aire du premier carré est  $64 \text{ cm}^2$ .  
 On le découpe en quatre parts égales.  
 L'aire du carré central de la deuxième figure est alors de  $16 \text{ cm}^2$ , son côté mesure  $4 \text{ cm}$ .  
 On obtient le système :

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 4 \end{cases}$$

La solution est  $x = 6$  et  $y = 2$ .

**M**athématiques  
**SANS**  
 Frontières

Les quatre parties ont leurs deux autres côtés de même longueur et valent dans ce cas :

$$\frac{\sqrt{80}}{2} = 2\sqrt{5}$$

**Objectifs et compétences :**

**Chercher Raisonner Calculer Modéliser**  
 Calcul littéral, équations, aire, système, puzzle, découpage

**Barème proposé :**

2 pts pour une mise en équation  
 2 pts pour le couple solution  
 2 pts pour les longueurs des deux autres côtés  
 1 pt le collage de l'assemblage  
 Toute forme de recherche cohérente sera valorisée par au moins 3 pts.

## Exercice 13 - Cette année-là ! -10 points - 2<sup>nde</sup>GT

Il faut commencer à calculer les premiers termes et observer :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2022	$2^2+0^2+2^2+2^2 = 12$	$1^2+2^2 = 5$	$5^2 = 25$	$2^2+5^2 = 29$	$2^2+9^2 = 85$	$8^2+5^2 = 89$	$8^2+9^2 = 145$	$1^2+4^2+5^2 = 42$	$4^2+2^2 = 20$	$2^2+0^2 = 4$	$4^2 = 16$	$1^2+6^2 = 37$	$3^2+7^2 = 58$	$5^2+8^2 = 89$

On constate que le 15<sup>e</sup> nombre est le même que le 7<sup>e</sup>. Comme la règle reste la même, on sait que les 23<sup>e</sup>, 31<sup>e</sup>, 39<sup>e</sup> nombres sont aussi 89. À partir du rang 7, la suite est de période 8, donc les 8<sup>e</sup>, 2 000<sup>e</sup>, 2 024<sup>e</sup> nombres sont 145. Et le 2023<sup>e</sup> nombre est 89.

**Objectifs et compétences :**

**Chercher Raisonner Communiquer Calculer Représenter**

Carré d'un nombre, sommes de carrés, carrés parfaits, suite de nombres, période, arithmétique.

**Barème proposé :**

3 pts pour le calcul des 20 premières valeurs.  
 3 pts pour la période de 8  
 4 pts pour le calcul du 2 023<sup>e</sup> et le raisonnement  
 Toute forme de recherche cohérente sera valorisée par au moins 4 pts.

### **Exercice 13 – Baveux – 10 points – 2<sup>nde</sup> Pro**

$$n + (n + 1) + \dots + (n + 29) = 3 \times 465$$

$$30n + (1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 29) = 1395$$

$$30n + \frac{29 \times 30}{2} = 1395$$

$$30n + (465 - 30) = 1395$$

$$30n + 435 = 1395$$

$$30n = 960$$

$$n = 32$$

Il faut commencer par  $n = 32$ .

Il n'est pas possible de trouver le double de 465 car la solution de l'équation

$$n + (n + 1) + \dots + (n + 29) = 2 \times 465 \quad \text{est } n = 16,5.$$

<b>Barème proposé :</b>
1 pt pour 1395 2 pts pour $n = 32$ 2 pts pour le raisonnement 1 pt pour la réponse « impossible » à la 2 <sup>e</sup> question 4 pts pour le raisonnement (2 <sup>e</sup> question) Toute forme de recherche cohérente sera valorisée par au moins 4 pts.

<b>Objectifs et compétences :</b>
<b>Chercher Calculer Communiquer</b> Tableur, arithmétique, somme d'entiers, équation.