

Mathématiques Sans Frontières

Épreuve du 26 février 2008



- ✓ Ne prendre qu'une feuille-réponse par exercice.
- ✓ Des explications ou des justifications sont demandées pour tous les exercices sauf les numéros 2, 3, 4 et 7.
- ✓ Toute solution même partielle sera examinée.
- ✓ Le soin sera pris en compte.

Mathématiques
SANS
Frontières

Exercice 1 7 points

Courage, fuyons !

Solution à rédiger en allemand, anglais, espagnol ou italien en un minimum de 30 mots.

La notte è scura e senza luna. Giulietta, Romano, Antonio e Sofia sono inseguiti da pericolosi briganti. Per sfuggire ai loro inseguitori devono superare un precipizio passando su una passerella molto danneggiata che sopporta al massimo il peso di due persone.

Per il passaggio occorre, anche, assolutamente una luce. I quattro amici hanno a disposizione solo una lanterna con un'autonomia massima di mezz'ora. Giulietta è veloce; è capace di percorrere la passerella in un minuto. Romano ha bisogno di due minuti; Antonio è lento: gli occorrono dieci minuti. Sofia, ancora più lenta, necessita di venti minuti.

Se due amici attraversano insieme avanzano al ritmo del più lento.

Alla fine, tutti e quattro riescono a passare in meno di trenta minuti.

Spiegare la loro strategia.

It is a dark and moonless night. Juliet, Rob, Tony and Sophie are being chased by dangerous bandits. In order to escape they have to cross a precipice on a footbridge which is in a very bad state. It can hold the weight of two persons only.

A light is absolutely needed to cross. The four friends have only got one lantern which will go out in half an hour.

Juliet is quick; she can cross the footbridge in one minute. Rob needs two minutes to do that. Tony is slow: ten minutes will be necessary. Sophie is even slower: she will need twenty minutes.

If two friends cross together, they will move according to the rhythm of the slowest.

The four of them managed to cross in less than thirty minutes.

Explain their strategy.

La noche es oscura y sin luna. Julieta, Román, Antonio y Sofia están perseguidos por unos bandidos. Para escaparles, tienen que franquear un precipicio pasando por una pasarela en muy mal estado. Soporta el peso de dos personas como máximo.

Se necesita absolutamente una luz para poder cruzar. Los cuatro amigos sólo tienen una linterna que se apagará dentro de media hora.

Julieta es rápida, es capaz de pasar la pasarela en un minuto.

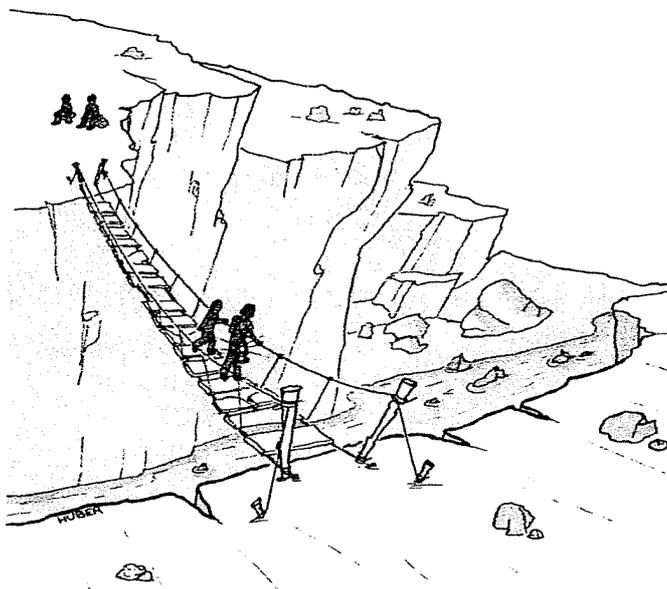
Román necesita dos minutos para pasar. Antonio es más lento, necesita diez minutos.

Sofia es todavía más lenta, necesita veinte minutos.

Si dos amigos pasan juntos, avanzarán al ritmo del más lento.

Los cuatro llegaron a pasar en menos de treinta minutos.

Explica su estrategia.



Die Nacht ist schwarz und ohne Mond. Juliette, Romain, Antoine und Sophie werden von gefährlichen Räubern verfolgt. Um ihnen zu entkommen, müssen sie mit Hilfe eines Stegs einen Abgrund überwinden. Der Steg ist in sehr schlechtem Zustand und hält höchstens das Gewicht von zwei Personen aus.

Für die Überquerung braucht man unbedingt eine Beleuchtung. Die vier Freunde besitzen nur eine einzige Laterne, die in einer halben Stunde erlischt.

Juliette ist schnell: Sie schafft es den Steg in einer Minute zu überqueren. Romain braucht zwei Minuten für die Überquerung. Antoine ist langsam, er braucht dafür zehn Minuten. Sophie ist noch langsamer, sie benötigt zwanzig Minuten.

Wenn zwei Freunde gemeinsam hinübergehen, dann kommen sie im Rhythmus des langsamsten voran.

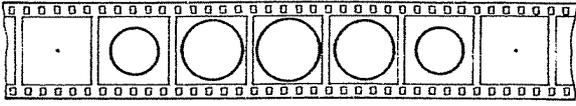
Alle vier haben es in weniger als dreißig Minuten geschafft hinüberzugehen.

Erklärt ihre Strategie.

Exercice 2
5 points

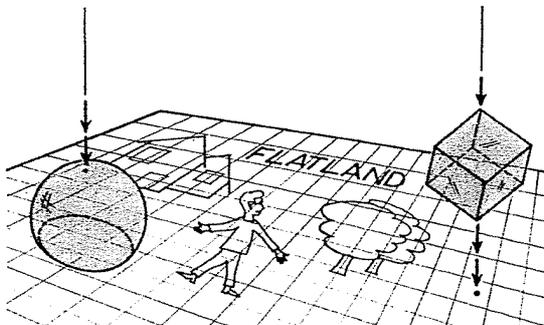
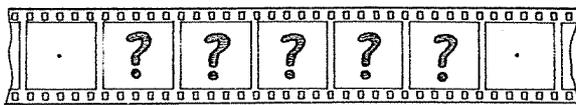
Le plat pays

Le Flatland est un monde à 2 dimensions. Lorsqu'une sphère traverse ce monde, ses habitants observent le phénomène représenté par le film ci-dessous :



Ces 7 images prises à intervalles de temps réguliers montrent des sections de la sphère. Voilà qu'un jour un cube s'apprête à traverser le Flatland. Il se présente par l'un de ses sommets et se déplace à vitesse constante le long de l'axe défini par la grande diagonale passant par ce sommet. Cet axe est perpendiculaire au Flatland.

Compléter de même le film du passage du cube à travers le Flatland.

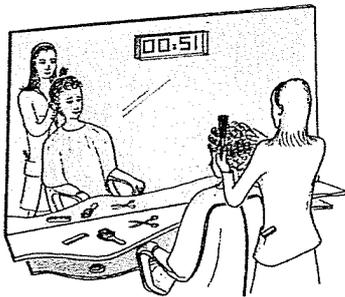


Exercice 3
7 points

Reflec'tif

Rêveuse, Roselyne donne libre cours à ses pensées pendant que la coiffeuse s'occupe de ses mèches. Soudain, elle lève les yeux pour regarder l'heure et se dit : « Oh là là ! Mais je vais être en retard ... ».

Mais quelques instants plus tard, Roselyne comprend sa méprise : elle a confondu l'affichage de l'horloge avec son reflet dans le miroir du salon de coiffure, et de ce fait, elle s'est trompée de 20 minutes.



L'affichage varie entre 00:00 et 23:59. Les chiffres possibles sont : 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9.

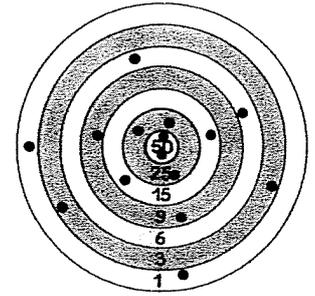
À quelle heure Roselyne a-t-elle regardé l'horloge ?

Donner les autres heures pour lesquelles l'affichage de l'horloge et son reflet dans le miroir donnent une différence de 20 minutes.

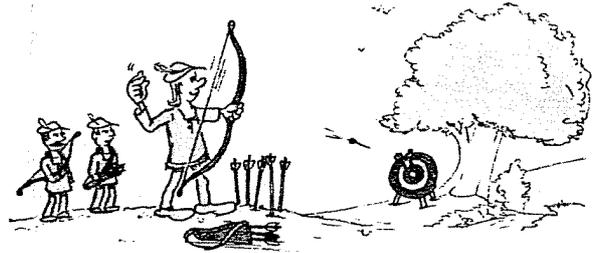
Exercice 4
5 points

Pour les flèches

Trois archers ont effectué chacun 5 tirs sur cette cible. On peut voir les trous laissés par les flèches. Les trois archers ont terminé la partie à égalité.

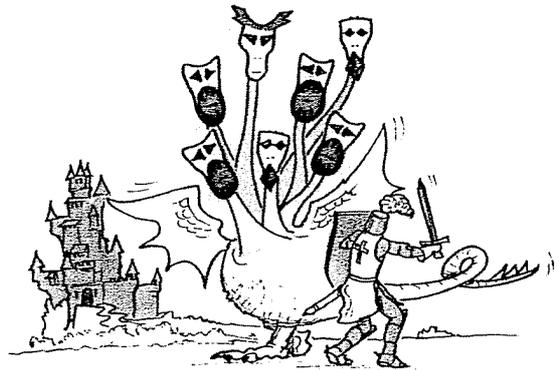


Donner la répartition des points marqués par chacun des trois archers.



Exercice 5
7 points

Prise de têtes



Après de nombreuses épreuves, le preux chevalier doit encore tuer un dragon polycéphale avant de libérer la princesse. Les dragons de cette espèce ont 7 têtes qui peuvent être de trois sortes : têtes-bec, têtes-oreilles ou têtes-gueule.

D'un coup d'épée, le chevalier peut couper une ou deux têtes. S'il coupe une ou deux têtes identiques, elles repoussent immédiatement. Mais s'il coupe simultanément deux têtes de sortes différentes, il repousse une seule tête de la troisième sorte. Par exemple, s'il coupe une tête-oreilles et une tête-bec, il repousse une tête-gueule.

Lorsque le dragon n'a plus qu'une tête, il meurt.

Peut-on tuer le dragon présenté sur le dessin ? Expliquer.

Quels sont tous les dragons polycéphales qu'il est impossible de tuer ?

Exercice 6
5 points

A voté

En visitant le blog de son amie Marjolaine, Julien constate que les visiteurs sont invités à donner leur avis sur ce blog par une note. Un message indique la moyenne actuelle des avis. Julien qui aime bien le blog de son amie, décide de donner comme note cette moyenne augmentée de 1 point.



Après son vote, la page Internet du blog se réactualise automatiquement. Julien constate que la moyenne a augmenté de 0,02 point. Il se demande alors combien de personnes ont bien pu voter avant lui.

Calculer le nombre d'internautes qui ont voté avant Julien sur le blog de Marjolaine.

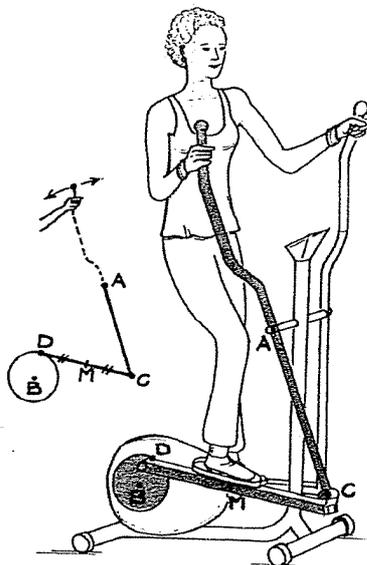
Exercice 7
7 points

Pour transpirer

L'utilisatrice de ce « vélo » d'appartement actionne les leviers autour d'un axe fixe A; d'avant en arrière. Ces leviers sont reliés à deux plateaux sur lesquels reposent ses pieds, et ces deux plateaux entraînent un disque pesant.

La figure ci-contre illustre le mécanisme :

- les points A et B sont fixes ;
- le point D se déplace sur le cercle de centre B ;
- les segments [AC] et [DC] sont mobiles et ont des longueurs constantes.



Reproduire sur la feuille-réponse la figure avec les dimensions suivantes :

$AB = 10 \text{ cm}$, $AC = 10 \text{ cm}$, $DC = 5 \text{ cm}$ et $BD = 3 \text{ cm}$.

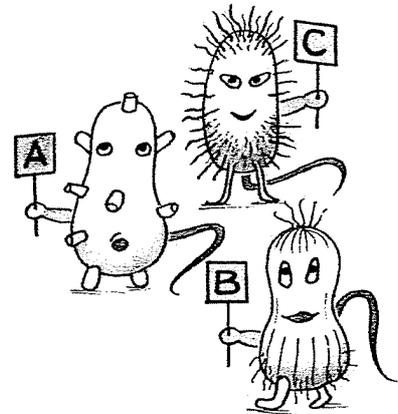
Tracer point par point la courbe que décrit le point M milieu du segment [DC] lorsque le point D effectue un tour complet autour de B.

Exercice 8
5 points

Croissez et multipliez

Dans le cadre d'une recherche sur la reproduction des micro-organismes, Aurélie s'intéresse à trois types de bactéries désignées par les lettres A, B, C. À l'instant initial, elle a le même nombre de bactéries de chacune des trois espèces.

Mais ensuite, le nombre de bactéries A doublera toutes les 2 heures, le nombre de bactéries B triplera toutes les 3 heures, le nombre de bactéries C sera multiplié par 5 toutes les 5 heures.



Quelle est l'espèce dont la population se développera le plus vite ? le moins vite ? Expliquer.

Exercice 9
7 points

A la ficelle

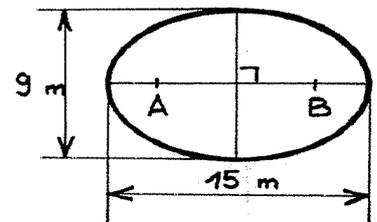
Pour tracer une ellipse, Madeleine plante deux piquets en A et B. Elle fixe une extrémité d'une ficelle au piquet A et l'autre extrémité au piquet B. Elle tend la ficelle avec un bâton, elle déplace le bâton en maintenant la ficelle tendue et elle contourne les deux piquets. Son bâton trace une ellipse sur le sol.

Voilà le dessin ci-contre.

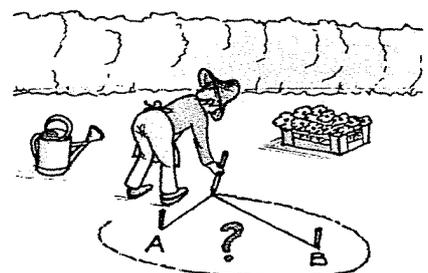
Le grand axe de l'ellipse est le segment dont les extrémités sont sur l'ellipse et qui passe par les deux points A et B.

Le petit axe de l'ellipse est le segment dont les extrémités sont sur l'ellipse, qui passe par le milieu de A et B et qui est perpendiculaire au grand axe.

Madeleine a tracé une ellipse dont les axes mesurent respectivement 15 m et 9 m.



Quelle est la longueur de la ficelle et quel est l'écartement entre les deux piquets A et B ? Expliquer.

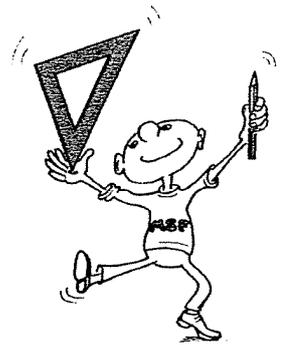


Exercice 10
10 points

D'équerre

Simon ne dispose que d'une équerre à 45 degrés, non graduée, et d'un crayon. Il trace les contours de son équerre et dessine ainsi un triangle rectangle isocèle. Avec l'équerre et le crayon, Simon parvient alors à tracer le centre de gravité et le centre du cercle inscrit de ce triangle. Il est trop fort ce Simon !

Décrire une méthode de construction pour chacun de ces deux centres à la manière de Simon. Justifier.



SPÉCIAL SECONDE

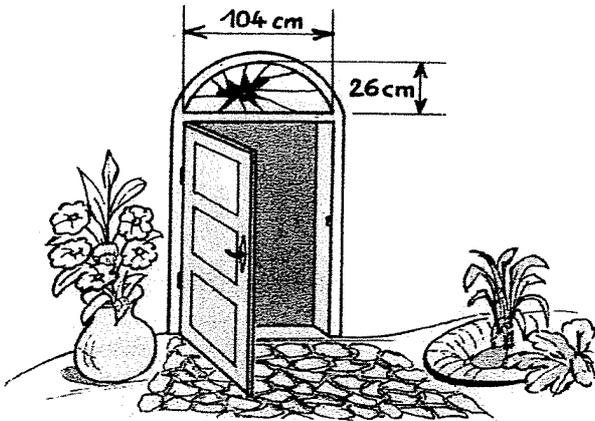
Exercice 11
5 points

Dame de carreau

Elisabeth doit remplacer le carreau cassé au-dessus de sa porte d'entrée. Ce carreau est limité par un segment de 104 cm de longueur et par un arc de cercle. La hauteur du carreau à remplacer est de 26 cm.

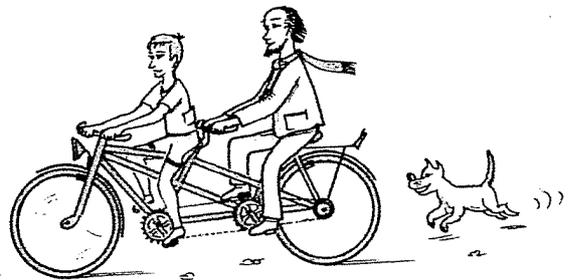
Le vitrier veut connaître le rayon de l'arc de cercle pour découper le nouveau carreau qu'Elisabeth lui commande.

Calculer le rayon de l'arc de cercle.



Exercice 12
7 points

Pour cent âges



Dans une ville de 5 000 habitants ne vivent que des jeunes et des vieux.

Mais 20% des jeunes se prennent pour des vieux et 10% des vieux se prennent pour des jeunes.

Les autres se prennent pour ce qu'ils sont.

À tous les habitants de cette drôle de ville, on pose la même question : « Êtes-vous vieux ? ».

34% des habitants répondent oui !

Combien la ville compte-t-elle de jeunes ? Justifier.

Exercice 13
10 points

Turlututu

Harry fabrique un chapeau de sorcier en empilant 2 cônes de carton de façon que leurs axes soient confondus.

Le premier cône est obtenu à partir d'un disque de 18 cm de rayon, en le découpant sur un rayon et en faisant chevaucher le carton sur un angle de 60 degrés.

Pour le deuxième cône il utilise un disque de même rayon mais avec un chevauchement de 180 degrés.

Calculer la hauteur de chaque cône, puis calculer la hauteur totale du chapeau au mm près en illustrant le calcul par un dessin.

