

# Compétition interclasses de 3<sup>ème</sup> et de 2<sup>nde</sup>

organisée avec le concours de l'Inspection Pédagogique Régionale, l'IREM et l'association rallye  
Mathématiques sans frontières



## Mathématiques sans frontières

Epreuve d'entraînement  
au rallye 2006

- On demande des explications ou des justifications pour tous les exercices sauf les numéros 2, 4 et 7.
- Toute solution même partielle sera examinée.
- Le soin sera pris en compte.
- Ne prendre qu'une feuille-réponse par exercice.

Exercice n°1  
7 points

### Graines de champions

Solution à rédiger en allemand, anglais, espagnol ou italien  
en un minimum de 30 mots.

Anatole, Barnabé, Charles, Denis et Emile ont fini leur entraînement de football. Monsieur Petit qui vient chercher les enfants après l'entraînement a droit au compte-rendu de son fils :  
« J'ai marqué trois buts de moins qu'Anatole ; Charles trois de plus que Denis ; Anatole cinq de moins que Charles et Barnabé trois de plus que moi. »

**Classer les enfants selon le nombre de buts marqués. Justifier.**

Anton, Bruno, Charly, Dennis und Emilio kommen vom Fußballtraining. Als Herr Klein die Kinder abholt, wird ihm von seinem Sohn Bericht erstattet:  
„Ich habe drei Tore weniger geschossen als Anton, Charly drei mehr als Dennis, und Anton fünf weniger als Charly. Bruno hat drei Tore mehr als ich geschossen.“

**Bewerte die Kinder nach der Anzahl der geschossenen Tore. Begründe.**

Antonio, Bruno, Carlo, Dino ed Emilio hanno finito la loro partita di calcio. Il signor Piccolo che è venuto a prendere i ragazzi dopo la partita ascolta il resoconto di suo figlio:

„Ho segnato tre reti meno di Antonio; Carlo ne ha segnate tre più di Dino; Antonio cinque meno di Carlo e Bruno tre più di me.“

**Classificare i ragazzi in base al numero di reti segnate. Motivare la risposta.**

Anatolio, Bernabé, Carlos, Dionisio y Emilio han acabado su entrenamiento de fútbol.

Don Pequeño quien viene a buscar a los niños después del entrenamiento escucha lo que le cuenta su hijo:

„He apuntado tres goles menos que Anatolio; Carlos tres más que Dionisio; Anatolio cinco menos que Carlos y Bernabé tres más que yo.“

**Clasifica a los niños según el número de goles que han apuntado. Justifica.**



Alan, Ben, Charles, Dennis and Eliot's football training session is over.

Mr Small, who comes to get the children after their training, is being given the report by his son.

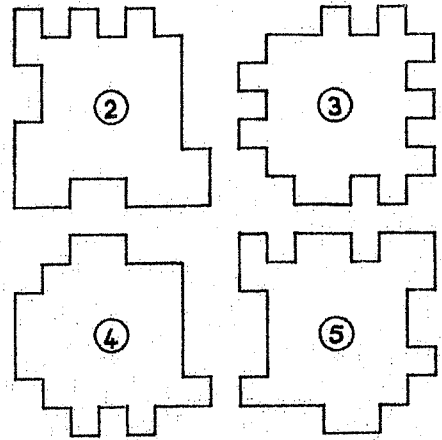
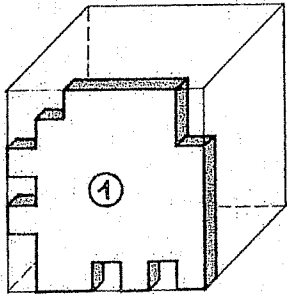
„I scored three goals less than Alan did; Charles three more than Dennis; Alan five less than Charles and Ben three more than I did.“

**Grade the children according to the number of goals they have scored. Justify.**

**Exercice n°2**  
5 points

## Cube à crans

Dans une plaque d'épaisseur 1 cm, on a découpé 6 pièces. L'assemblage de ces 6 pièces permet de constituer un cube d'arête 7 cm. Les silhouettes de 5 de ces pièces sont représentées ci-dessous.



**Dessiner la silhouette de la 6ème pièce.**

**Exercice n°3**  
7 points

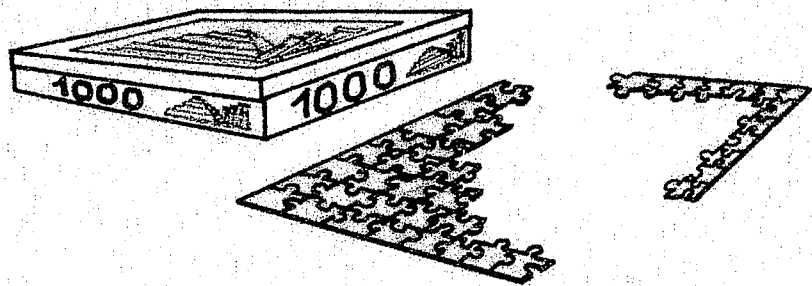
## Près des 1000

Mélanie veut faire un puzzle. Le couvercle de la boîte de ce puzzle présente son motif rectangulaire avec l'inscription : « 1000 pièces ».

La trame du puzzle, constituée de lignes courbes suivant grossièrement deux directions perpendiculaires, peut être considérée comme un quadrillage.

Mélanie met d'abord de côté toutes les pièces du bord. Elle trouve exactement 124 pièces de bord, y compris les 4 coins.

En essayant de les assembler, Mélanie se dit soudain qu'il est alors impossible que ce puzzle compte exactement 1000 pièces.



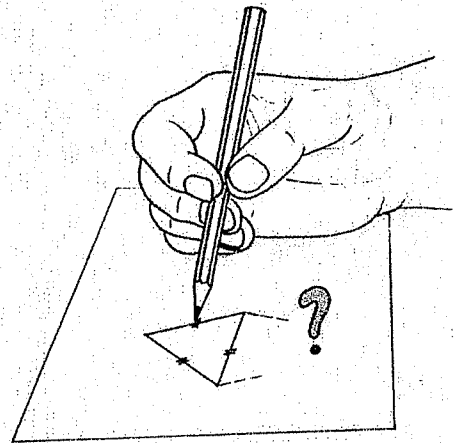
**Quel peut être le nombre exact de pièces du puzzle de Mélanie, sachant qu'il est proche de 1000 ? Justifier.**

**Exercice n°4**  
5 points

## Pas régulier

Alain fabrique un tétraèdre dont les faces sont deux triangles équilatéraux de 5 cm de côté et deux triangles rectangles.

**Dessiner un patron de ce tétraèdre sur la feuille-réponse.**



**Exercice n°5**  
7 points

## La bonne combine

Martine est bien embêtée car elle ne se souvient plus de la combinaison de son cadenas.

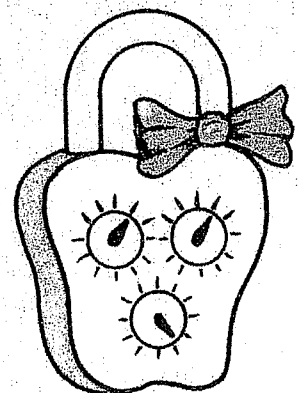
Celui-ci est formé de 3 cadrans comportant chacun 12 positions.

Pour ouvrir son cadenas, Martine décide alors de tester méthodiquement chaque combinaison : 0-0-0 ; 0-0-1 ; 0-0-2 ; ... ; 0-0-11 ; 0-1-0 ; 0-1-1 ; ... ; 0-1-11 ; 0-2-0 ; ... etc.

Il faut 1 seconde pour chaque test.

Au bout de 16 min 45 s, le cadenas s'ouvre enfin !

**Quelle est la combinaison du cadenas ? Expliquer la réponse.**



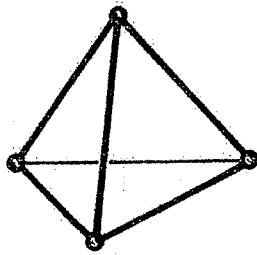
**Exercice n°6**  
5 points

# Platonique

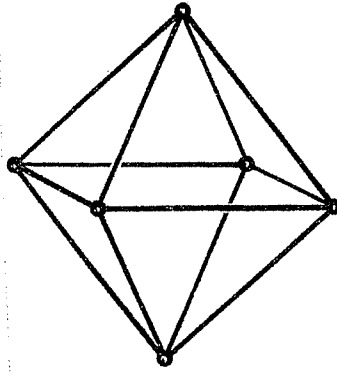
Un jeu de construction permet de réaliser des maquettes de polyèdres réguliers par des assemblages de boules métalliques identiques et de bâtonnets magnétiques identiques.

La maquette d'un octaèdre a une masse de 132 g et la maquette d'un tétraèdre a une masse de 76 g.

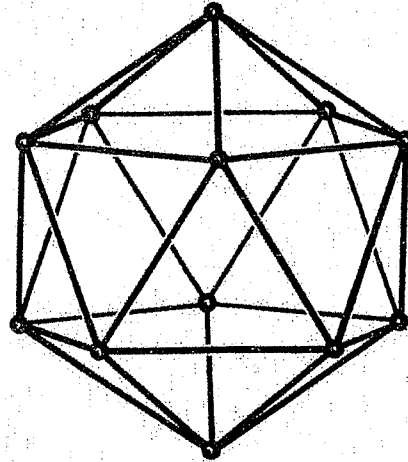
Quelle est la masse de la maquette d'un icosaèdre? Justifier. (voir figure ci-dessous)



tétraèdre



octaèdre



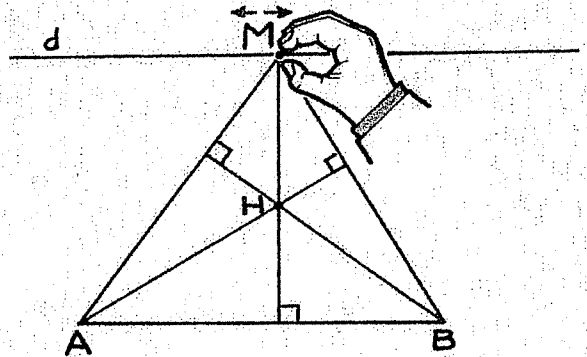
icosaèdre

**Exercice n°7**  
7 points

## Prendre de la hauteur

Soit MAB un triangle de base AB égale à 8 cm. Les points A et B sont fixes. Le sommet M se déplace sur une droite  $d$  parallèle à la droite (AB). La distance entre les droites  $d$  et (AB) est égale à 6 cm.

Tracer point par point la courbe sur laquelle se déplace l'orthocentre H du triangle MAB lorsque M se déplace sur la droite  $d$ .



**Exercice n°8**  
5 points

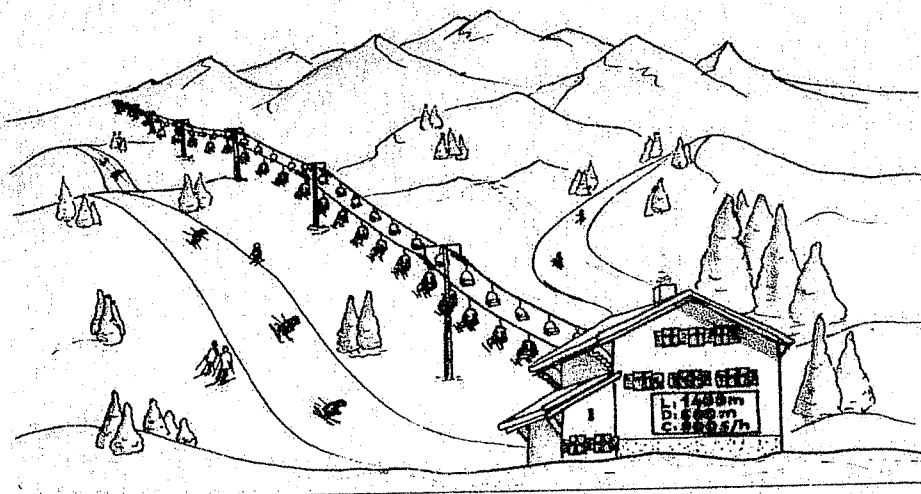
## En piste !

Annabelle est au pied des pistes de ski et attend son tour pour prendre le télésiège. Un panneau affiche les caractéristiques du télésiège :

Longueur 1 400 m
Dénivelé 500 m
Débit maximum 900 skieurs / heure
150 sièges de 2 places chacun

Le débit est le nombre de skieurs qui arrivent au sommet en une heure. Ce débit est maximum lorsque toutes les places sont occupées à la montée.

Calculer la durée de la montée pour un skieur.



**Exercice n°9**  
7 points

# Euro-spin

On dispose 6 pièces de 50 centimes d'euros en triangle comme l'indique la figure n°1. Le mot « CENT » est écrit horizontalement. On ne déplace que la pièce A en la faisant rouler sans glisser sur les autres pièces comme l'indique la figure n°2. Elle reste toujours en contact avec une autre pièce au minimum. Elle fait le tour des autres pièces jusqu'à retrouver sa place initiale.

Représenter les 6 pièces après la manipulation. De quel angle la pièce A a-t-elle tourné sur elle-même ? Justifier.



figure n°1

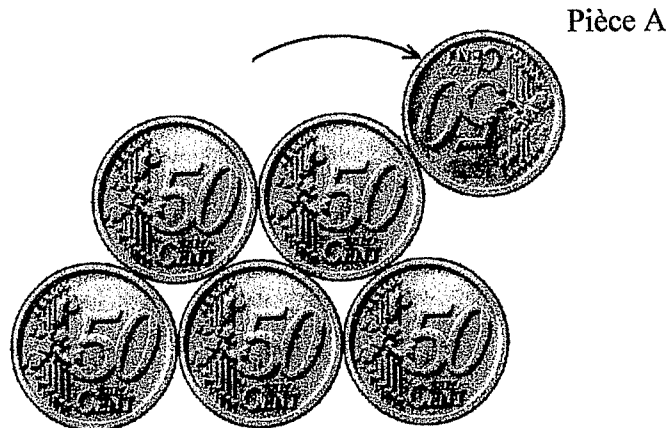
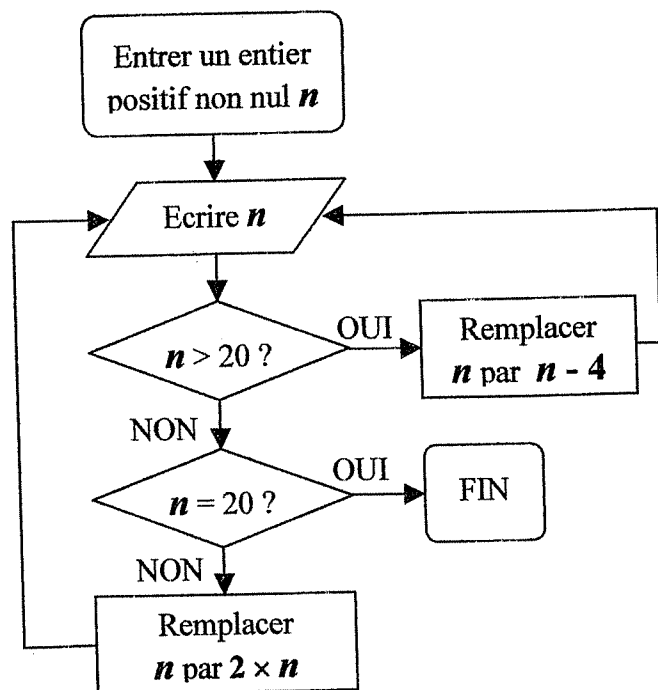
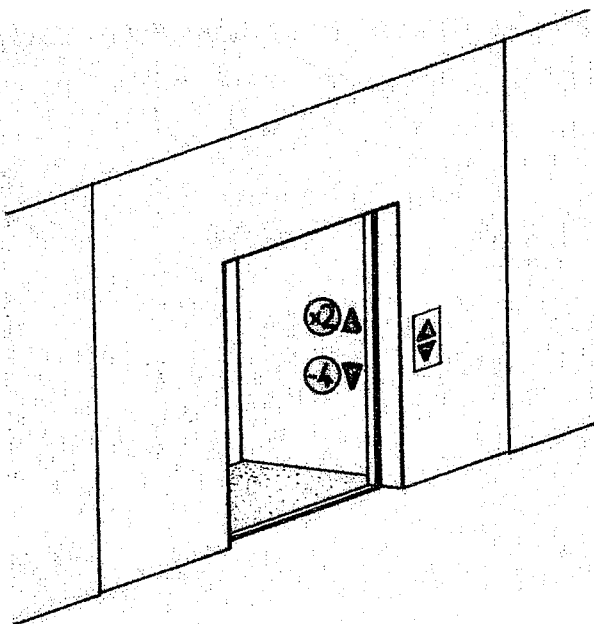


figure n°2

**Exercice n°10**  
10 points

# C'est par où la sortie ?

Voici l'organigramme d'un programme de calcul :



Tester ce programme pour  $n = 11$  puis pour deux autres valeurs au choix. Ce programme se terminera-t-il quel que soit l'entier naturel non nul choisi au départ ? Expliquer la réponse.

# SPECIAL SECONDE

Exercice n°11  
5 points

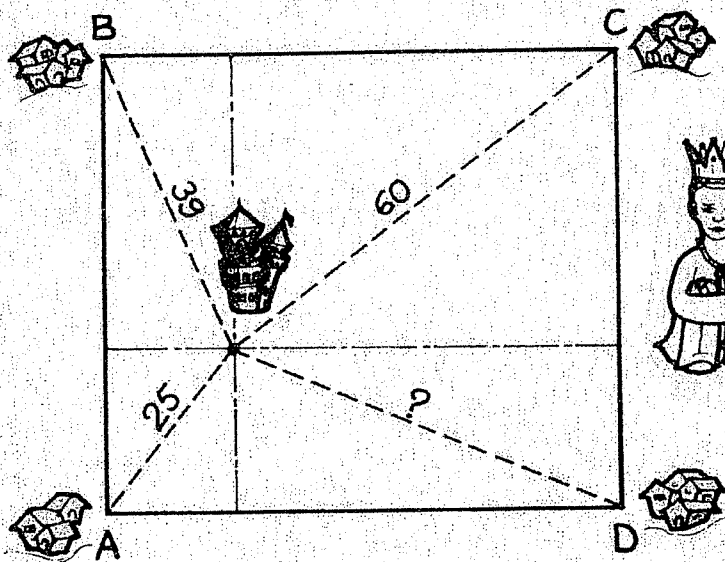
## Le b.a.-ba du calcul

Trouver deux entiers positifs  $a$  et  $b$ ,  $a$  supérieur à  $b$ , tels qu'en additionnant leur somme, leur produit et leur différence, on trouve 2005.

$$\begin{array}{r} a+b \\ + a \times b \\ + a-b \\ \hline 2005 \end{array}$$

Exercice n°12  
7 points

## Oracle à distance



Le royaume du Roi Anselme compte quatre villages A, B, C, D qui sont les sommets d'un rectangle. Son château est situé à l'intérieur du rectangle, à 25 km de A, 39 km de B, 60 km de C. Anselme se demande à quelle distance de D se trouve son château. Pour cela, il consulte son ministre Gyropathe dont voici la réponse :

*Dans quatre triangles rectangles différents,  
Un théorème célèbre tu utiliseras,  
Les quatre égalités obtenues tu  
additionneras,  
Les termes astucieusement tu regrouperas,  
La réponse tu trouveras.*

**Calculer la distance qui sépare le château du village D.**

Exercice n°13  
10 points

## L'estomac dans les talons

Un escargot se trouve sur la margelle d'un puits en un point A. Une feuille de salade est au point B. Cette margelle a la forme d'une couronne circulaire de centre O, de grand rayon 75 cm et de petit rayon 45 cm. Les points A, O et B sont alignés.

**Calculer, au cm près, la longueur du plus court chemin que pourrait emprunter l'escargot pour aller manger la salade.**

