

Compétition interclasses de 3^{ème} et de 2^{nde}

organisée avec le concours de l'Inspection Pédagogique Régionale, l'IREM et l'association Rallye
Mathématiques sans frontières



Mathématiques sans frontières

Epreuve d'entraînement
au rallye 2004

- ☛ On demande des explications ou des justifications pour tous les exercices sauf pour les numéros 4, 6, 7 et 9.
- ☛ Toute solution même partielle sera examinée.
- ☛ Le soin sera pris en compte.
- ☛ Ne prendre qu'une feuille-réponse par exercice.

Exercice n°1
7 points

Bonnet d'Anne

Solution à rédiger en allemand, anglais, espagnol ou italien
en un minimum de 30 mots.

En un cuarto oscuro, hay tres gorros : dos rojos y uno blanco. Ana y Brígida cogen cada una un gorro, se lo ponen en la cabeza y salen del cuarto ; primero Ana y luego Brígida. Brígida ve el color del gorro de Ana pero Ana no ve el del gorro de Brígida.

Brígida dice : " No estoy segura del color de mi gorro ". Ana contesta : " Entonces yo, conozco el color del mio "

¿ De qué color es el gorro de Ana ? Explica por qué.

In einem völlig dunklen Raum liegen drei Käppchen, zwei rote und ein Weißes. Anna und Brigitte setzen sich je ein Käppchen auf und verlassen den Raum, Anna als erste, dann Brigitte.

Brigitte sieht die Farbe des Käppchens, das Anna trägt ; Anna sieht aber diejenige von Brigittes Käppchen nicht.

Brigitte sagt : " Ich bin mir der Farbe meines Käppchens nicht sicher ". Anna antwortet : " Dann kenne ich genau die Farbe des meinigen "

Welches ist die Farbe von Annas Käppchen ? Erkläre warum !

In un locale buio vi sono tre berretti: due rossi e uno bianco.

Anna e Brigitta ne prendono uno ciascuna, lo infilano ed escono dalla stanza, prima Anna e poi Brigitta.

Brigitta vede il colore del berretto d'Anna, ma Anna non vede il colore di quello di Brigitta.

Brigitta dice : " Non sono sicura del colore del mio berretto ". Anna risponde : " Allora io conosco il colore del mio "

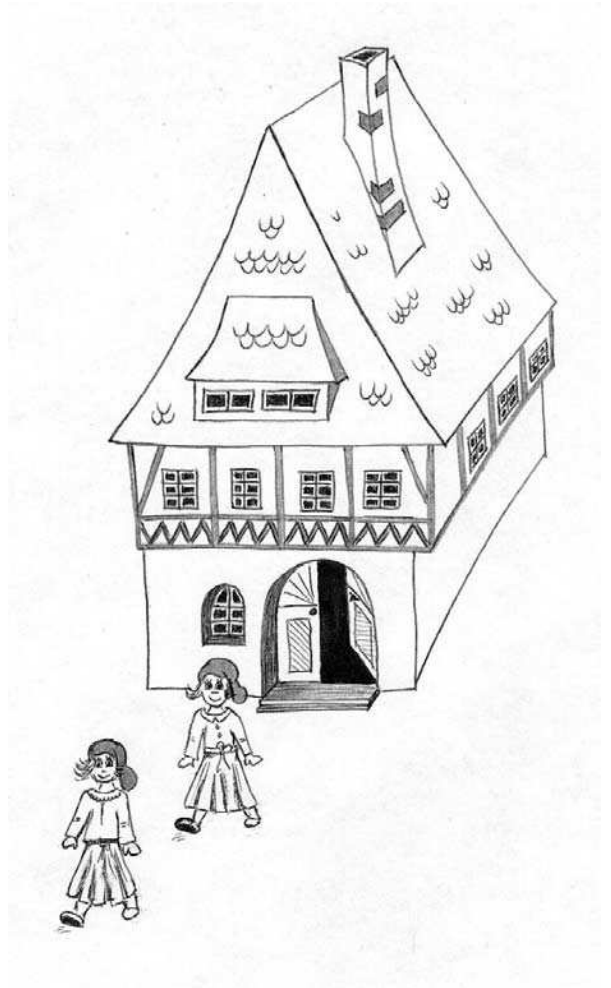
Di quale colore è il berretto di Anna? Spiega perché Anna lo conosce.

In a dark room there are three bonnets, two red ones and a white one. Anne and Brigitte take one each, put it on and leave the room, Anne first, then Brigitte.

Brigitte can see the colour of Anne's bonnet but Anne can't see the colour of Brigitte's bonnet.

Brigitte says : " I am not sure what the colour of my bonnet is ". Anne answers : " So I know the colour of mine "

What colour is Anne's bonnet ? Explain why.

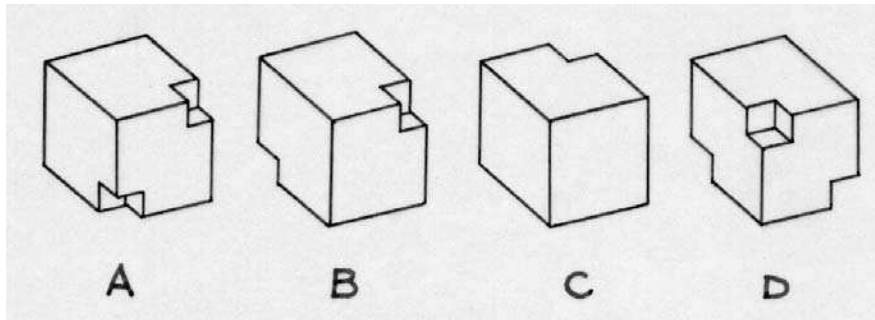


Exercice n°2
5 points

Aux coins du bon sens

Ces dessins représentent quatre cubes en bois dont certains coins ont été évidés.

Deux seulement de ces solides sont identiques. Dire lesquels.



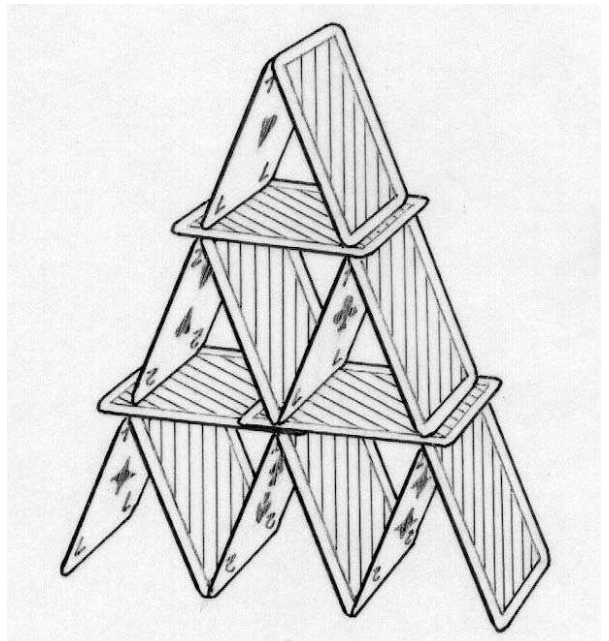
Exercice n°3
7 points

Châteaux de cartes

Victor est un garçon patient et méticuleux. Il s'applique à construire des châteaux de cartes suivant le modèle ci-contre.

Victor aimerait construire un grand château utilisant toutes ses cartes. Hélas, son édifice s'effondre toujours bien avant qu'il ne soit achevé. Pourtant Victor a calculé que ses cinq jeux de 52 cartes lui suffiraient exactement pour réaliser son audacieux projet.

Quel est le nombre d'étages du château dont rêve Victor ?



Exercice n°4
5 points

Ce n'est pas aussi chinois que ça en a l'air !

Voici un exercice, son l'illustre extraits d'un livre chinois.

corrigé et la figure qui

Imaginer et rédiger un énoncé correspondant à cet exercice.

ÉNONCÉ 例 已知 $\odot A$ 、 $\odot B$ 、 $\odot C$ 两两外切，它们的圆心距分别是 5cm、6cm、7cm，求这三个圆的半径。

SOLUTION 解 设 $\odot A$ 、 $\odot B$ 、 $\odot C$ 的半径分别为 x 、 y 、 z ，因为 $\odot A$ 、 $\odot B$ 、 $\odot C$ 两两外切，于是有方程组

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ y + z = 7 \\ x + z = 6 \end{cases}$$

解之得：

$x = 2, y = 3, z = 4.$

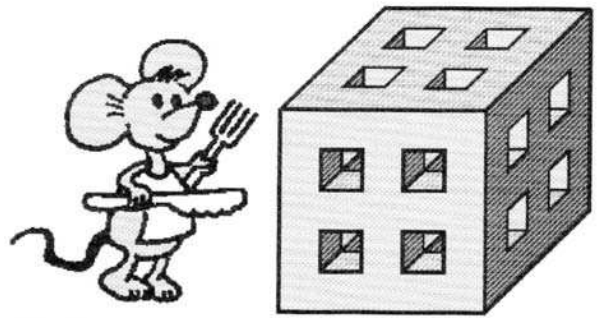
答 $\odot A$ 、 $\odot B$ 、 $\odot C$ 的半径分别是 2cm、3cm、4cm。

Exercice n°5
7 points

Gruyère

Un cube a des arêtes de 5 cm.
On perce ce cube de part en part : chaque trou a la forme d'un parallépipède rectangle dont la section est un carré de 1 cm de côté. Les douze trous sont disposés « régulièrement » comme l'indique la figure ci-contre.

Calculer le volume total du cube ainsi perforé.



Exercice n°6
5 points

Bonne impression

Un imprimeur fabrique un livre de 32 pages. Ces 32 pages sont imprimées sur une grande feuille avec 16 pages au recto et 16 pages au verso.
Cette grande feuille est ensuite pliée simplement en deux, quatre fois de suite. On obtient ainsi un cahier de 16 épaisseurs de papier qui sera cousu suivant le dernier pli et massicoté sur trois côtés.
Sur le recto et le verso de la grande feuille représentés ci-dessous, cinq numéros de pages ont été placés.

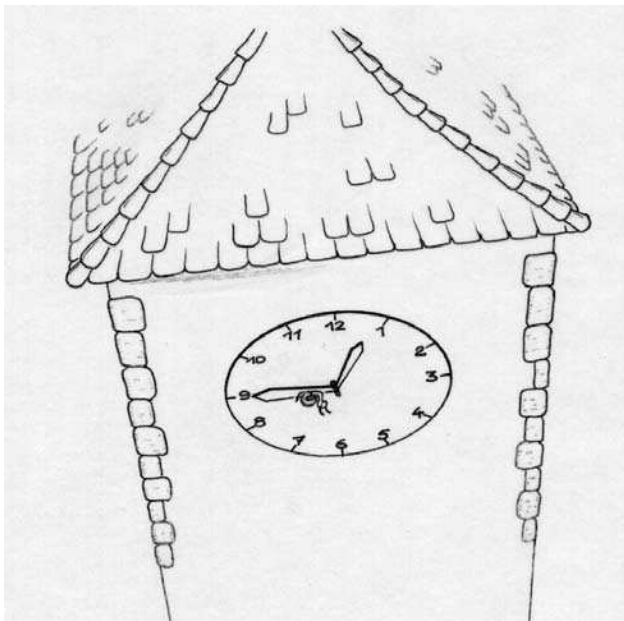
Recopier le recto et le verso de la grande feuille et y placer les 27 numéros manquants de façon à ce que les pages du livre soient numérotées de 1 à 32, en bas, au milieu.

RECTO

			1
5			

VERSO

2			
3	19		



Exercice n°7
7 points

Coquille

Un escargot chemine tranquillement sur la grande aiguille de la grosse horloge du village à une vitesse constante.
Partant de l'extrémité de la grande aiguille, il met une heure pour parcourir la longueur totale de cette aiguille qui est de 90 cm afin de se retrouver au centre de l'horloge.

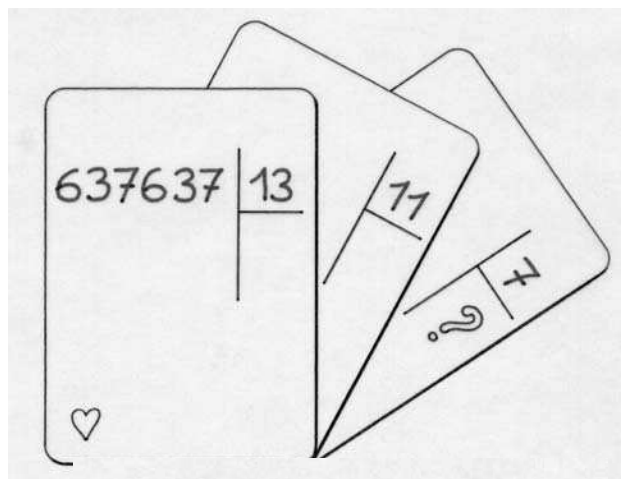
Dessiner le cadran de l'horloge à l'échelle 1/10 et y inscrire la trajectoire de l'escargot.

Exercice n°8
5 points

Retour à la case départ

Prendre un nombre de trois chiffres. Former le nombre N de six chiffres obtenu en écrivant deux fois ce nombre côte à côte. Par exemple avec 637, N est égal à 637 637. Diviser N par 13, le quotient obtenu par 11 et enfin le nouveau quotient obtenu par 7.

Faire plusieurs essais. Que constate-t-on ? Justifier.

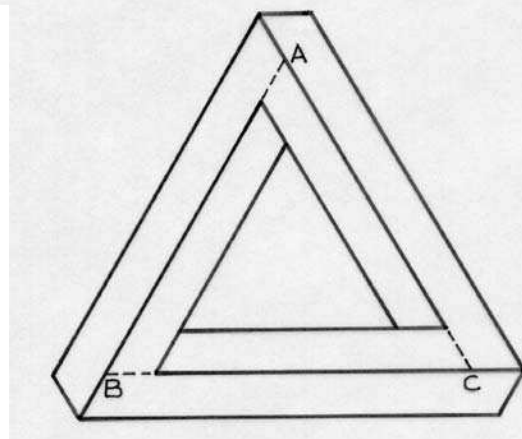


Exercice n°9
7 points

Penrose

La figure représente un « triangle de Penrose » dessiné à partir d'une figure de base qui est le triangle équilatéral ABC.

Dessiner sur la feuille réponse un « carré de Penrose » ayant pour figure de base un carré de 8 cm de côté.

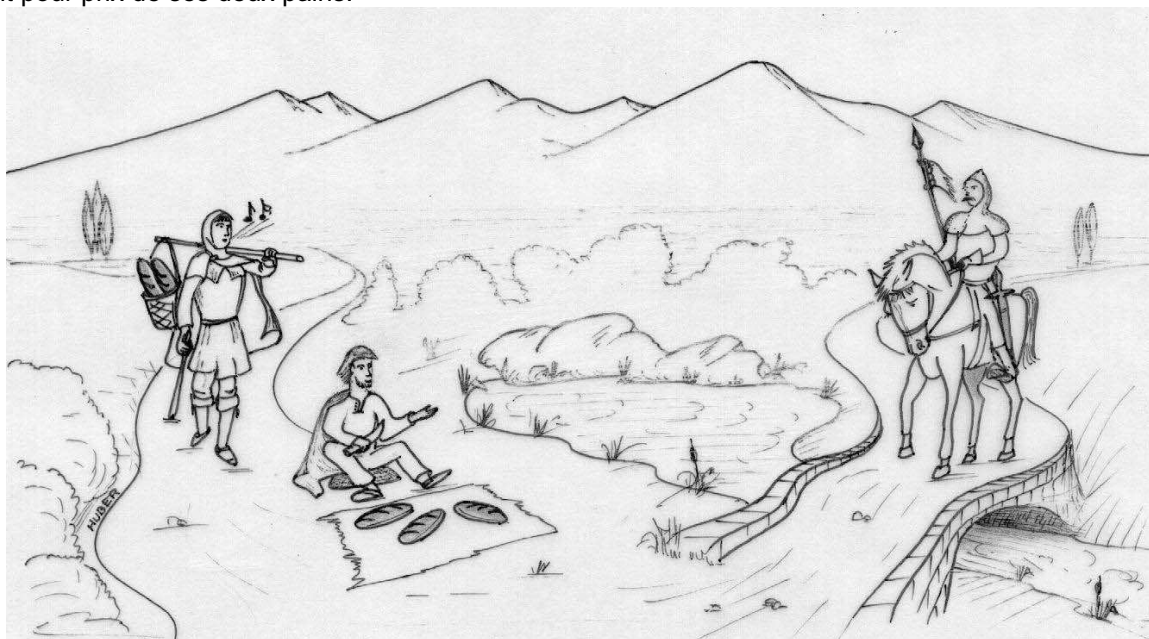


Exercice n°10
10 points

Un texte savant

Un jour deux hommes avaient l'un trois pains, l'autre deux. Ils allèrent se promener près d'une source. Lorsqu'ils furent arrivés en ce lieu, ils s'assirent pour manger ; un soldat passa, ils l'invitèrent. Celui-ci prit place à côté d'eux et mangea avec eux, chaque convive ayant part égale.

Lorsque tous les pains furent mangés, le soldat partit en leur laissant cinq pièces pour prix de son repas. De cet argent le premier prit trois pièces puisqu'il avait apporté trois pains, l'autre de son côté prit les deux pièces qui restaient pour prix de ses deux pains.



Ce partage a-t-il été bien fait ? Sinon proposer le partage qui semble le plus équitable, en justifiant la réponse.

(D'après Léonard de Pise : De duobus hominibus panes habentibus.)

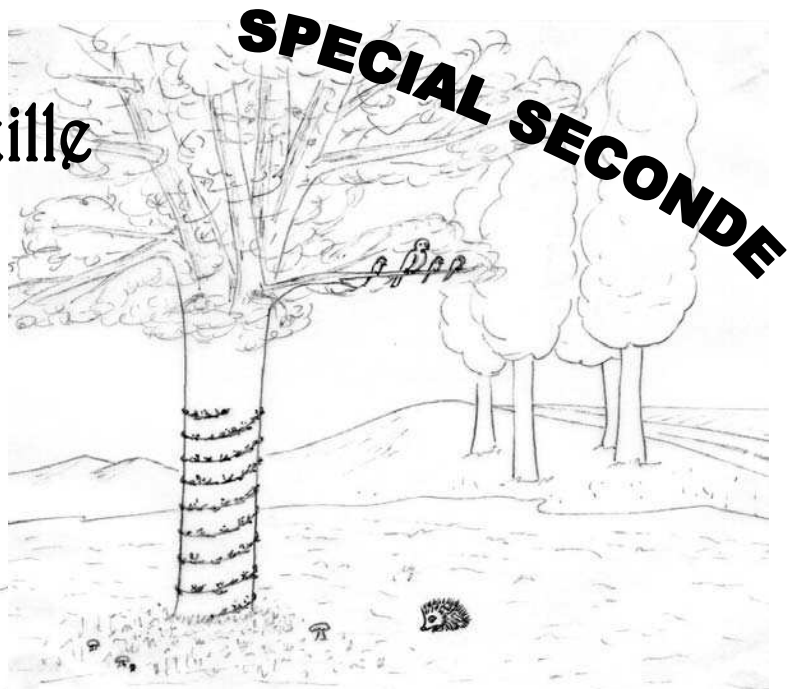
Exercice n°11
5 points

Le chèvrefeuille

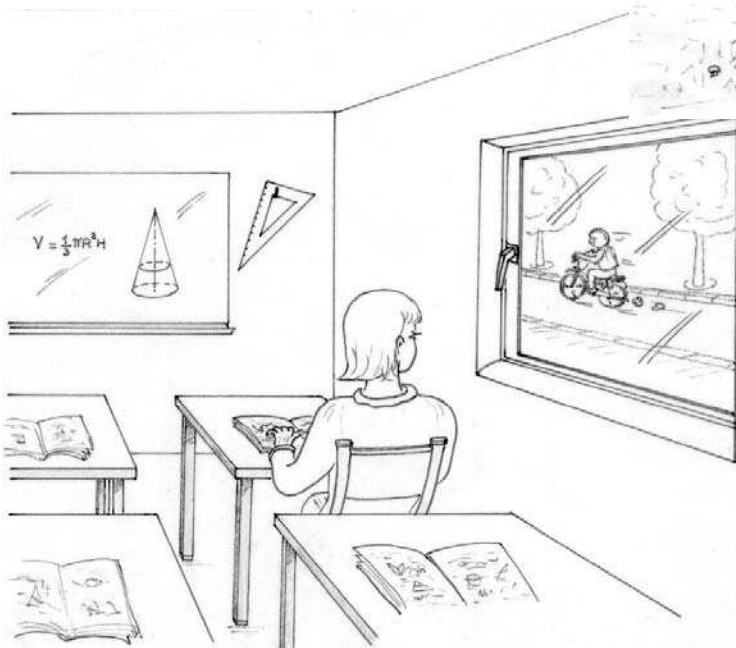
Le chèvrefeuille est une plante aux fleurs odorantes de la famille des caprifoliacées et qui grimpe le long des arbres.

Notre chèvrefeuille est enroulé autour d'un tronc cylindrique de 40 cm de diamètre. Il en fait huit fois le tour en une hélice régulière pour atteindre une hauteur de 12 m.

Calculer la longueur totale de la liane.



SPECIAL SECONDE



Exercice n°12
7 points

Rêverie

La leçon s'achève. Le regard tourné vers la fenêtre, Zazie voit son copain Prosper passer à scooter pendant 2 secondes.

Quelle vitesse peut-il avoir, se demande-t-elle ?

Renseigner Zazie sachant qu'elle est assise à 1 m de la fenêtre, que cette fenêtre a 1 m de large, enfin que la rue longe le lycée à 25 m de la façade.

Exercice n°13
10 points

100 ans de cinéma

Au cinéma, il peut nous arriver de voir une diligence échapper aux indiens tandis que les roues semblent tourner à l'envers ou paraissent être arrêtées. Ce phénomène est dû au fait que le film est constitué d'images isolées projetées successivement sur l'écran.

Si, entre deux images, une roue avance juste d'un angle tel qu'un rayon prenne la place de son prédécesseur, les différentes images montrent les rayons toujours dans la même position et la roue semble ne pas tourner.

Quelle est, dans ce cas, la vitesse de la diligence, sachant que ses roues de diamètre 1,20 m ont 12 rayons et que le film est projeté à la fréquence de 24 images par seconde ? Présenter les calculs et exprimer la réponse en km/h.

