



Compétition interclasses de 3^{ème} et de 2^{nde}

Mathématiques sans frontières



organisée avec le concours de l'Inspection Pédagogique Régionale, l'IREM et l'association « rallye Mathématiques sans frontières ».

**ÉPREUVE
D'ENTRAÎNEMENT
DÉCEMBRE 2002**

- Des explications ou des justifications sont demandées pour les exercices 3, 6, 10, 11, 12 et 13.
- Toute solution même partielle sera examinée.
- Le soin sera pris en compte.
- Ne rendre qu'une feuille-réponse par exercice.

Exercice n°1	7 points	Sans perdre la face
---------------------	-----------------	----------------------------

Solution à rédiger en allemand, anglais, espagnol ou italien (en un minimum de 30 mots).

Die Abbildung zeigt ein Möbiusband. Seine geometrischen Eigenschaften überraschen.

Um ein Möbiusband aus einem rechteckigen Papierstreifen ABCD herzustellen, musst du die Seite AD an die Seite BC kleben. Aber Achtung: A muss mit C und B mit D zusammenfallen.

Stelle ein solches Band her und male eine Seite farbig an. **Was hast du bemerkt ?**

Zeichne nun die Mittellinie des Bandes ein und schneide das Band entlang dieser Linie. **Was stellst du fest ?**

The Möbius strip is presented in the figure. It has got amazing geometric properties.

To make such a Möbius strip with a rectangular band of paper ABCD, you must link side AD to side BC... but be careful A must coincide exactly with C and B with D.

Now cut out such a Möbius strip. Color one side. **What do you observe ?**

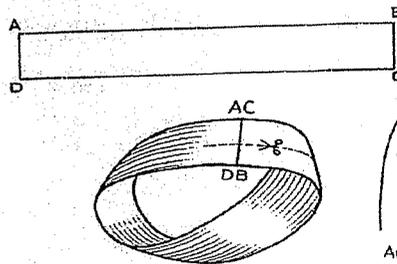
Draw the median line of the strip. Cut the strip on that line. **What do you notice ?**

El dibujo nos muestra la cinta de Möbius. Esta cinta tiene propiedades geométricas sorprendentes.

Para fabricar una cinta de Möbius con una tira de papel rectangular ABCD, hay que unir el lado AD con el lado BC... pero cuidado A debe coincidir con C y B con D.

Construya una cinta así. Coloree una cara. **¿ Qué observas ?**

Trace la línea mediana de la cinta. Corte la cinta siguiendo esta línea. **¿ Qué constatas ?**



August MÖBIUS (1790-1869)

Il nastro di Möbius è rappresentato in figura : possiede delle proprietà geometriche sorprendenti.

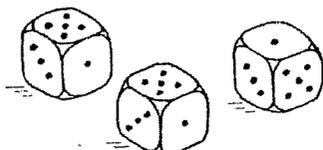
Per costruire un nastro di questo tipo con una striscia di carta rettangolare ABCD, si deve raccordare il lato AD con il lato BC... ma attenzione perché A deve coincidere con C e B con D.

Costruite un tale nastro. Coloratene una faccia. **Che cosa notate ?**

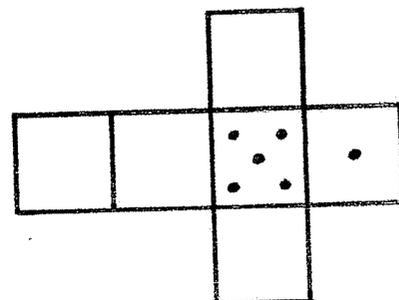
Tracciate la mediana del nastro. Tagliate il nastro secondo questa linea. **Che cosa osservate ?**

Exercice n°2	5 points
Sans défauts	

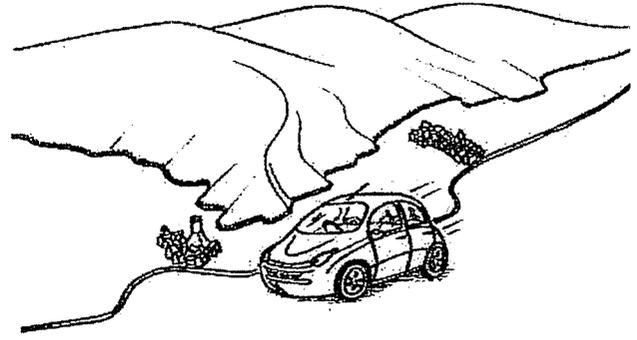
Pour qu'un dé cubique soit homologué, la somme de points marqués sur 2 faces opposées doit toujours être égale à 7. Malgré cette exigence, on peut rencontrer de nombreux modèles de dés différents, comme par exemple :



Dessiner les patrons de tous les dés homologués en complétant à chaque fois le patron ci-dessous.



Calculer la vitesse moyenne de chacun de ces conducteurs.



Exercice n°3

7 points

La vitesse, c'est dépassé

4 personnes pratiquent le covoiturage et effectuent à tour de rôle le même trajet long de 24 km chaque jour de la semaine.

Sylvie, prudente, roule calmement et met toujours le même temps. Christine met 6 minutes de moins. Michel roule trop vite et met 6 minutes de moins que Christine. Quant à Antoine, il est irresponsable et met encore 6 minutes de moins que Michel.

De ce fait, la vitesse d'Antoine est double de celle de Christine.

Exercice n°4

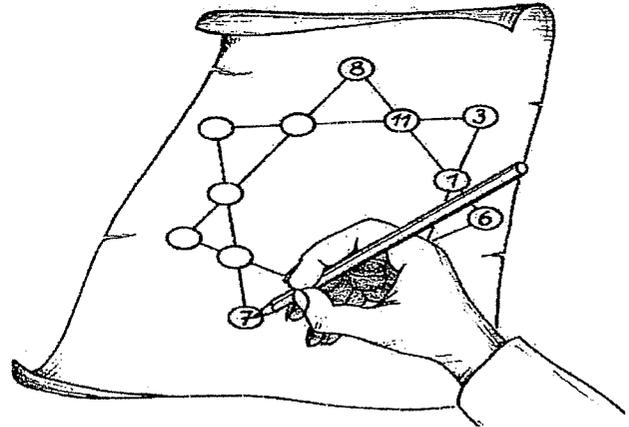
5 points

Heptagone magique

Maurice s'applique à tracer une étoile magique à 7 branches dans laquelle il va placer tous les nombres entiers de 0 à 13 de sorte que la somme de 4 nombres alignés soit toujours la même.

Compléter l'étoile de Maurice et la présenter joliment sur la feuille-réponse.

Heptagone magique



Exercice n°5

7 points

Contrôle continu

Vers la fin du XX^{ème} siècle, la Syldavie s'est dotée de quatre centres de contrôle de son espace aérien. Ils ont été installés à Nantsk, Klow, Lugdun et Tolsa.

Pour coordonner le travail de ces quatre centres, les autorités syldaves ont énoncé une règle simple :

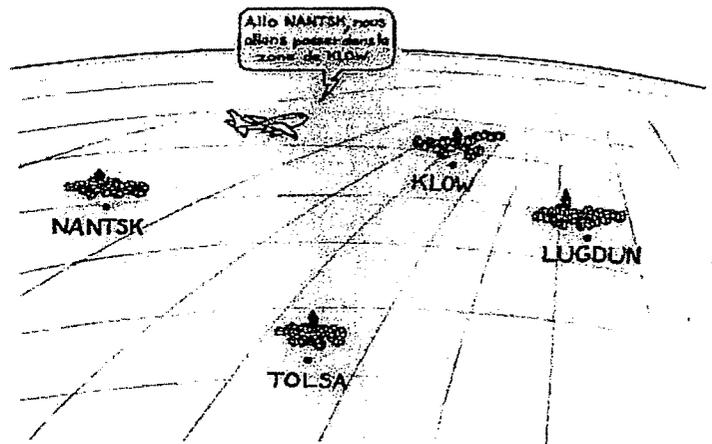
"Tout avion survolant le pays devra être surveillé par le centre de contrôle le plus proche de sa position."

L'espace aérien syldave se trouve ainsi partagé en quatre zones.

Représenter sur la feuille-réponse les positions relatives des 4 centres de contrôle en prenant 1 cm pour 50 km.

Matérialiser les 4 zones avec 4 couleurs après avoir bien tracé leurs frontières.

On donne les distances : KT = 600 km, KL = 350 km, NK = 350 km, TL = 400 km, NT = 450 km.



Exercice n°6

5 points

Tout augmente !

Hector, âgé de 50 ans aujourd'hui, apprend que l'espérance de vie dans son pays est actuellement de 78 ans et qu'elle augmente de 2 mois chaque année.

Si cette évolution se poursuivait, en quelle année l'âge d'Hector serait-il égal à l'espérance de vie dans son pays ?



Exercice n°7**7 points****Non conforme**

« Encore orthogonale, la symétrie ! C'est assez ! »

Jacques veut changer les règles de construction pour que la symétrie par rapport à une droite ne soit plus orthogonale mais oblique.

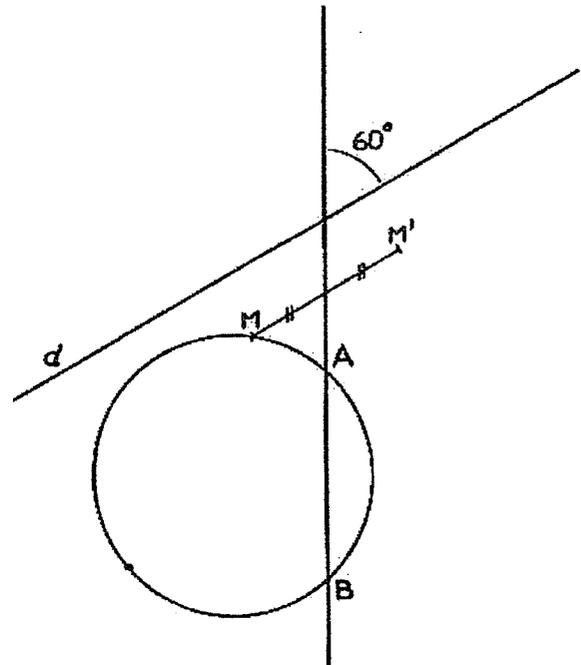
Pour cela il invente la symétrie oblique dont voici les règles :

Le point M' symétrique de M par rapport à la droite (AB) parallèlement à la direction d est tel que :

- 1° Les droites (MM') et d sont parallèles.
- 2° Le milieu de $[MM']$ appartient à la droite (AB) .

Reproduire sur la feuille-réponse une figure analogue à la figure ci-dessous puis construire point par point l'image du cercle par cette symétrie oblique.

Les droites (AB) et d forment un angle de 60° .

**Exercice n°8****5 points****Saute-mouton**

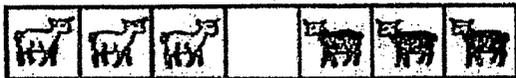
On voudrait que les moutons blancs se retrouvent à droite et les noirs à gauche, séparés des blancs par la case vide.

Donner une suite de mouvements réalisant cet échange.

Des moutons blancs et des moutons noirs doivent échanger leur pâturage ...

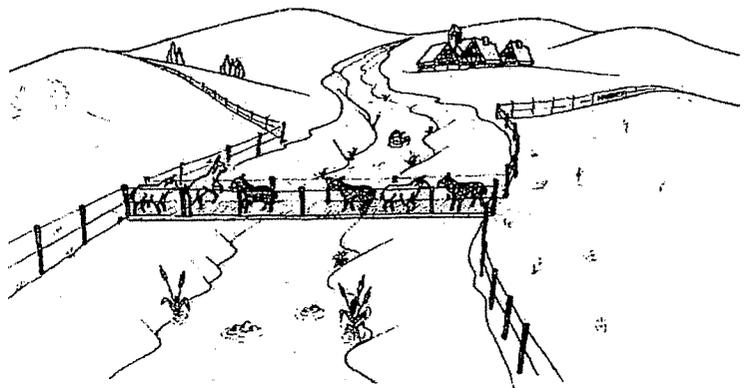
Cette situation est schématisée par le jeu suivant :

3 moutons blancs et 3 moutons noirs sont disposés dans une grille de 7 cases comme indiqué ci-dessous.



On ne peut les déplacer que suivant deux mouvements :

- faire avancer un mouton dans la case vide qui est devant lui ;
- faire sauter un mouton par-dessus un mouton voisin pour aller occuper la case vide.

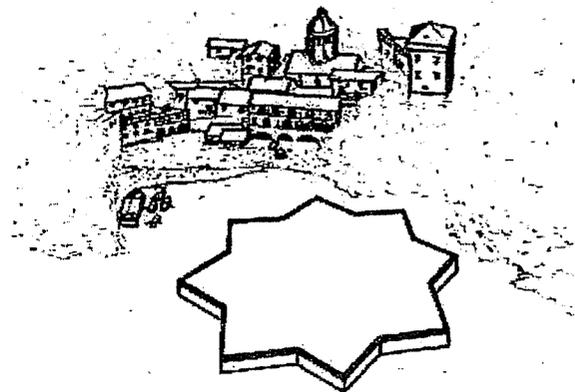
**Exercice n°9****7 points****Carrelage élève**

Coller sur la feuille-réponse, à l'échelle 1/2, un agencement de 6 carreaux : 3 de chaque sorte.

A l'occasion de fouilles archéologiques dans le monastère de San Fruttuoso, près de Gênes, on a trouvé un carrelage formé de carreaux de 2 sortes, étroitement juxtaposés en nombre égal.

Les uns ont la forme d'une étoile régulière à 8 pointes que l'on pourra obtenir en superposant deux carrés de côté 1 dm et de même centre.

Les autres ont un périmètre égal à celui des premiers. Ils leur servent de compléments pour permettre la réalisation d'un carrelage sans interstice.



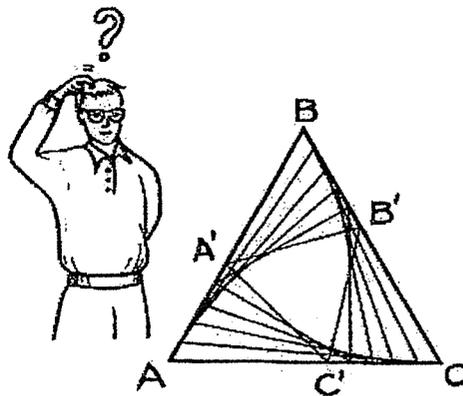
Exercice n°10

10 points

Triangles calés

ABC est un triangle équilatéral de 8 cm de côté.
On place 3 points A', B' et C', respectivement sur [AB], [BC] et [CA], de sorte que $AA' = BB' = CC'$.

Comment faut-il choisir la distance AA' pour que les triangles $AA'C'$, $BB'A'$ et $CC'B'$ soient rectangles, respectivement en A', B', C'? Justifier la réponse.



Exercice n°11

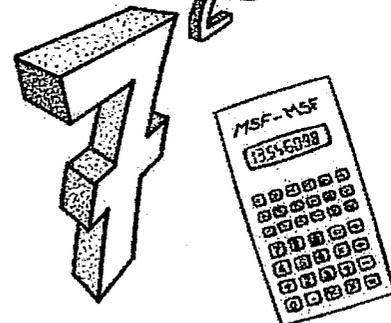
5 points

La fin justifie les moyens...

Spécial 2de 2003

Marc s'amuse avec sa calculatrice. Il dit qu'il sait calculer les deux derniers chiffres de n'importe quelle puissance de 7.

Quels sont les deux derniers chiffres de 7^{2003} ? Expliquer la démarche.



Exercice n°12

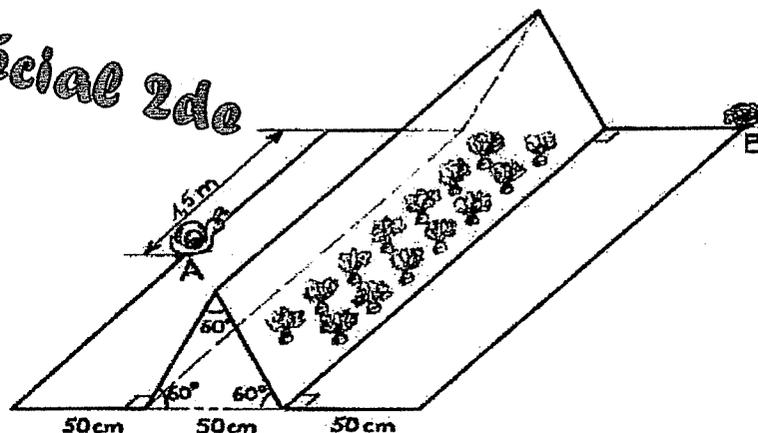
7 points

... la faim aussi !

Spécial 2de

Un escargot veut se rendre du point A au point B par le chemin le plus court. Sur son chemin, il doit graver une serre en forme de prisme. Les dimensions sont indiquées sur la figure ci-contre.

Calculer la longueur du chemin. Expliquer la démarche.



Exercice n°13

10 points

Attention fragile

Spécial 2de

Une fenêtre carrée de 1 mètre de côté est fermée par un vitrail représenté ci-contre.

Les surfaces de verre sont délimitées par deux quarts de cercles centrés sur les sommets inférieurs du carré.

Déterminer l'aire de chacune des 4 pièces du vitrail.

