

Organisé par  
l'Inspection  
Pédagogique  
Régionale,  
l'IREM,



Académie d'Aix-Marseille

et l'association  
Mathématiques  
sans Frontières



COMMISSION  
EUROPÉENNE



REPRESENTATION A MARSEILLE



LA RÉGION

DEPARTEMENT



BOUCHES-DU-RHONE



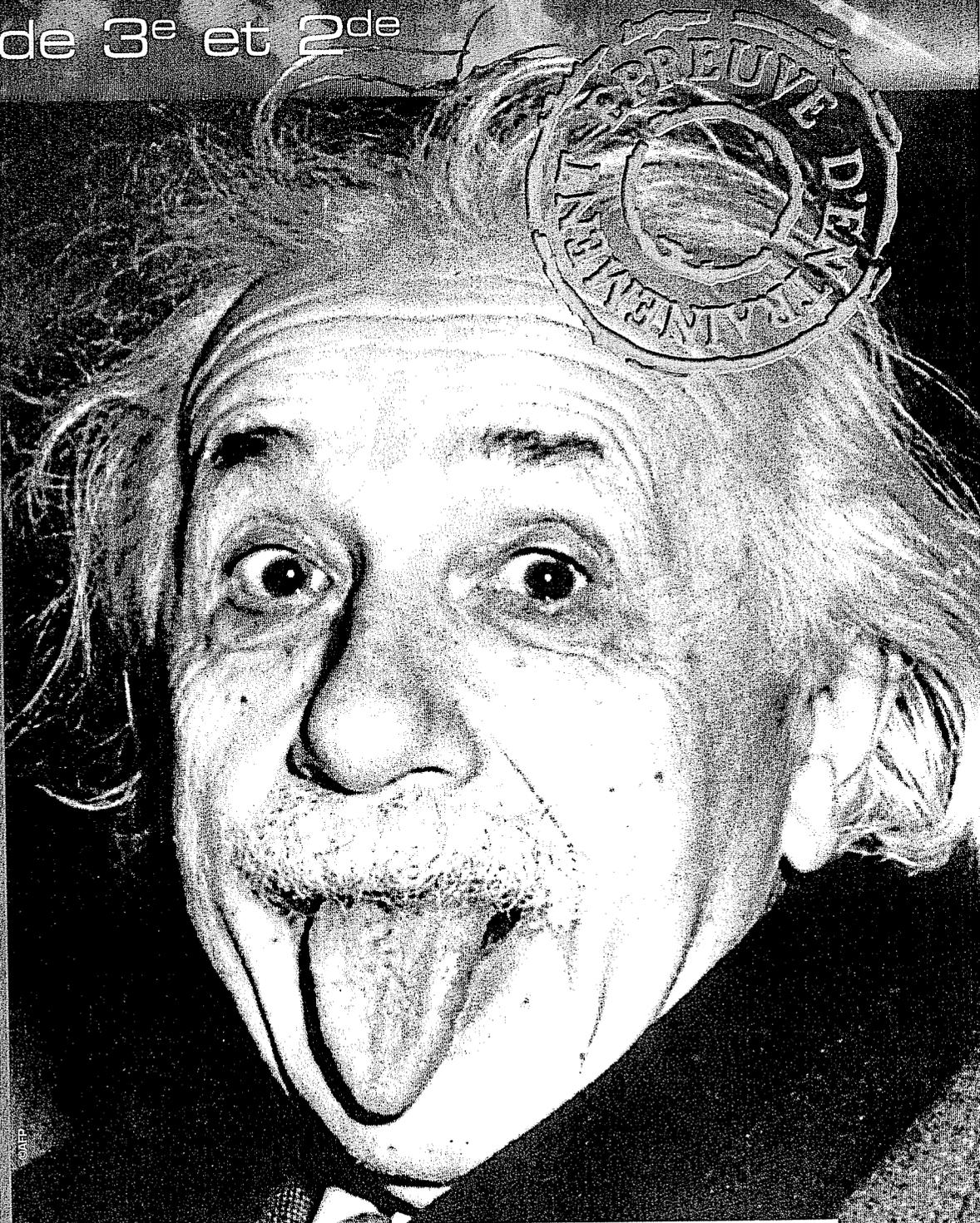
Conseil général de Vaucluse



# 2001

# MATHEMATIQUES SANS FRONTIERES

rallye européen interclasses  
de 3<sup>e</sup> et 2<sup>de</sup>



Crédit  Mutuel

la banque à qui parler



MATHEMATIQUES SANS FRONTIERES

Des explications ou des justifications sont demandées pour tous les exercices. Toute solution, même partielle, sera examinée. Le soin sera pris en compte. Ne rendre qu'une feuille-réponse par exercice.

## Exercice n°1 Langue vivante

7  
POINTS

Solution à rédiger en allemand, anglais, espagnol ou italien  
(en un minimum de 30 mots)

### JETONS UN ŒIL

Geneveffa mostra alla sua amica Anna un gioco di magia. Con le spalle girate le dice :

«Allinea 13 gettoni numerati da 0 a 12 sistemandoli con valore decrescente da sinistra a destra.

Girali per nascondere i loro valori. Aggiungi sulla stessa linea, alla destra di quelli già sistemati, 12 altri gettoni scelti a caso essendo i loro valori nascosti. Infine, sposta a sinistra della linea un certo numero di questi ultimi 12 gettoni».

Geneveffa si gira, quindi, e vede una linea di 25 gettoni tutti identici. Ne prende uno solo che le indica il numero dei gettoni spostati da Anna.

### Spiegare questo gioco di magia.

Geneveffa zeigt ihrer Freundin Anne einen Zaubertrick. Mit dem Rücken zu Anne sagt sie zu ihr :

"Lege 13 Spielmarken, die von 0 bis 12 nummeriert sind in einer Reihe vor dich hin. Ordne sie von links nach rechts in absteigender Reihenfolge an. Drehe sie um, damit ihr Wert verdeckt ist.

Fügenuninerselben Reihe rechts 12 weitere, zufällig ausgewählte Spielmarken an, deren Wert ebenfalls verdeckt ist.

Jetzt verschiebst du von diesen 12 hinzugekommenen Marken eine bestimmte Anzahl an das linke Ende der Reihe." Geneveffa dreht sich um und sieht vor sich eine Reihe von 25 gleichen Spielmarken. Sie nimmt eine davon und erkennt, wieviele Steine verschoben wurden.

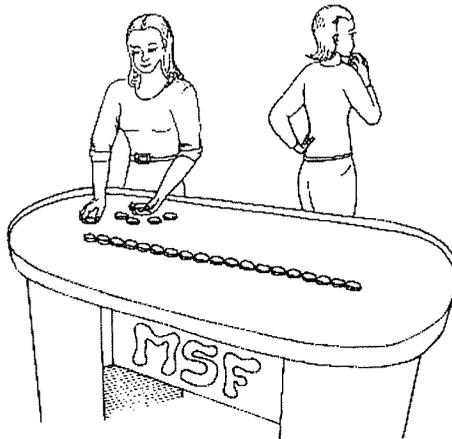
### Erkläre diesen Trick.

Geneveffa le enseña un truco de magia a su amiga Ana.

De espaldas a ella, le dice :

«Pon en una línea recta 13 fichas numeradas de 0 a 12, colocándolas en orden decreciente de su valor y de izquierda a derecha.

Ponlas cara abajo para que no se pueda ver el valor de cada una. A la derecha de las fichas



ya colocadas y en la misma línea, pon otras 12 fichas, elegidas por azar y también cara abajo. Por fin, desplaza a la izquierda de la línea algunas fichas sacadas de entre éstas últimas.» Geneveffa se vuelve y ve una línea de 25 fichas idénticas. No saca más que una ficha y esta ficha le indica el número de fichas desplazadas por Ana.

### Explicar el truco de magia.

Genevieve shows her friend Anne a magic trick. With her back to Anne, she gives her the following instructions :

«Lay out 13 tokens numbered 0 to 12 in a straight line, setting them in decreasing order from left to right.

Then turn them face down to hide the numbers written on them. To the right of those already laid out but along the same line, add twelve more tokens picked at random with their faces down. End by moving to the left end of the line some of the tokens that have just been added.» Genevieve then turns round, facing a line of 25 identical tokens. She picks one and it tells her how many tokens have been moved by Anne.

### Explain what the trick is.

## Exercice n°3

### UNE DOUZAINÉ

Sur un quadrillage formé de carrés, on trace un cercle dont le centre est un nœud du quadrillage et le rayon est le double du côté des carrés. Ce cercle coupe le quadrillage en 12 points qui sont les sommets d'un dodécagone.

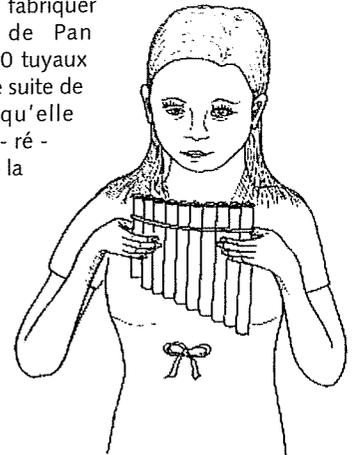
### Ce dodécagone est-il régulier ? Justifier.

## Exercice n°2 PAS SI FACILE À ...

5  
POINTS

Aurélié veut fabriquer une flûte de Pan formée de 10 tuyaux donnant une suite de 10 notes qu'elle appelle «do - ré - mi - fa - sol - la - si - do - ré - mi».

Le tuyau qui donne le son le plus grave a une longueur de 16 cm.

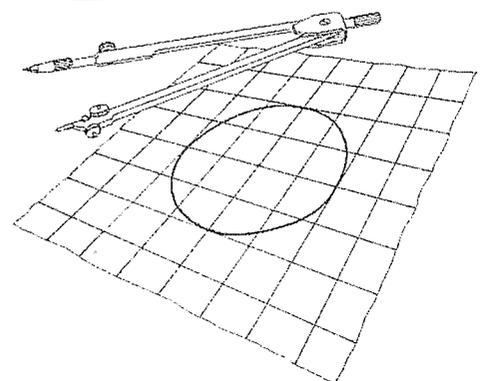


Si elle divise la longueur

d'un tuyau quelconque par 2, elle obtient une note plus aiguë située une octave au-dessus. Si elle prend les 2/3 d'une longueur quelconque de tuyau, elle obtient une note plus aiguë située une quinte au-dessus (exemple : do - sol, ré - la).

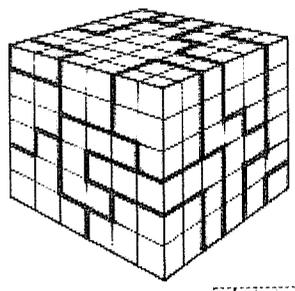
Sans utiliser d'autres longueurs, calculer les longueurs exactes des 10 tuyaux, les ranger dans l'ordre décroissant puis représenter la flûte d'Aurélié à l'échelle 1 (diamètre extérieur des tuyaux = 1 cm).

7  
POINTS



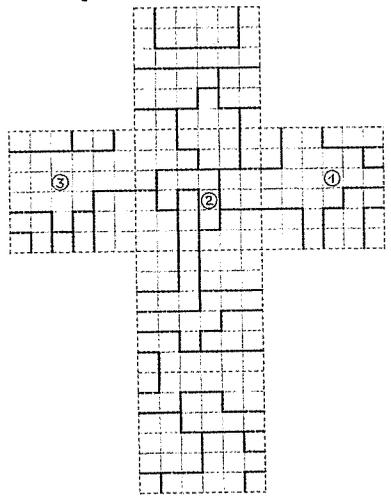
**Exercice n° 4**  
**CUBOLORIAGE**

**5**  
**POINTS**



Dans un univers où tout est cubique, voici la mappemonde d'une planète dont les faces sont formées de 36 carrés. En gras sont tracées les frontières des pays de cette planète.

*Colorier puis coller sur la feuille réponse une mappemonde en utilisant le moins de couleurs possible. Le pays n°1 est colorié en noir, le n°2 en vert, le n°3 en bleu, etc. Deux pays voisins ne sont pas colorés de la même couleur et les arêtes du cube ne sont pas des frontières. Il doit y avoir à la fin égalité des couleurs en terme d'aires.*

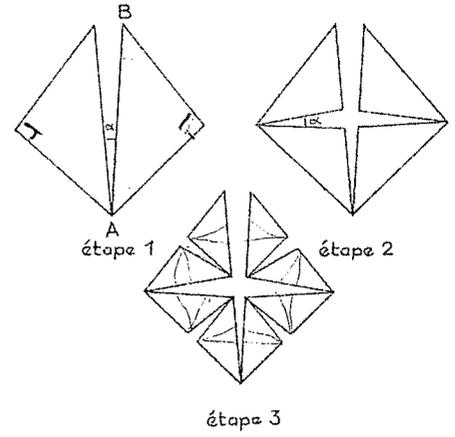


**Exercice n° 7**  
**FRACTALE DE POUMON**

**7**  
**POINTS**

On appelle «fractale» une figure géométrique où l'on retrouve dans les parties la même structure irrégulière que dans le tout mais à des échelles différentes. Voici les trois premières étapes de la construction de la fractale de poumon. Tous les triangles sont isocèles et ont les mêmes angles.

*On prend  $\alpha = 12^\circ$  et  $AB = 15$  cm. Après avoir calculé les angles des triangles, construire la figure à l'étape suivante.*



**Exercice n° 5**  
**LE 8ÈME DEGRÉ**

**7**  
**POINTS**

Un vendeur de cordes d'escalade dispose d'une table d'exactement 1 mètre de long. Les opérations qui lui sont possibles sont : mesurer un mètre, ajouter ou retrancher un mètre et doubler les longueurs.

Anais a besoin d'une corde de 44 m, Barbara d'une corde de 63 m et Claude d'une corde de 72 m. Le vendeur prépare séparément ces cordes et a besoin, pour chacune d'elles, de 8 opérations exactement.

*Comment fait-il dans chaque cas ? Justifier.*

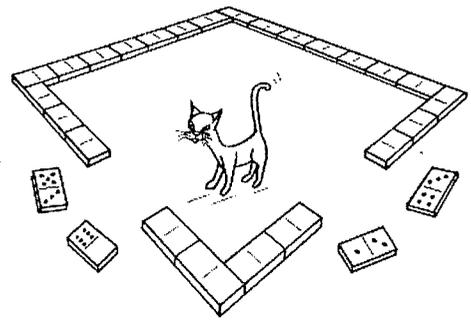


**Exercice n° 6**  
**DOMINOS MAGIQUES**

**5**  
**POINTS**

Annamaria a placé les 28 pièces différentes d'un jeu de dominos bout à bout, dans un ordre quelconque pour former les côtés d'un carré. Les sommes des points des 4 côtés du carré sont égales.

*Dessiner une telle disposition.*



**Exercice n° 8**  
**LE BOGUE**

**5**  
**POINTS**

Ma calculatrice est détraquée : quand je tape sur la touche 0, elle affiche et enregistre 1; quand je tape sur la touche 1, elle affiche et enregistre 2; quand je tape sur la touche 2, elle affiche et enregistre 3; etc quand je tape sur la touche 9, elle affiche et enregistre 0. Mais toutes les autres touches fonctionnent correctement. Ainsi pour effectuer  $12 + 34$  la calculatrice affiche  $23 + 45$  et donne comme résultat 68. Malgré cela, il peut arriver que pour certaines additions tapées au clavier, ma calculatrice affiche le bon résultat.



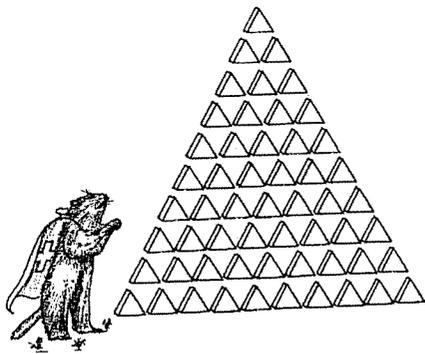
*Donner un exemple d'une telle addition. Expliquer*

## Exercice n° 9

### COMPTES SUISSES

**7  
POINTS**

Avec les dix chiffres de notre numération, **former successivement dix entiers**, le premier de 1 chiffre, le second de 2 chiffres, etc. jusqu'au dixième formé des dix chiffres, en ne faisant qu'ajouter, à chaque étape, un nouveau chiffre à droite ou à gauche du nombre précédent, et de telle sorte que le premier nombre soit divisible par 1, le second par 2, le troisième par 3, et ainsi de suite jusqu'au dixième, qui doit être divisible par 10.



## Exercice n° 10

### A L'EXTÉRIEUR

**10  
POINTS**

Alex le clown possède une veste de couleur rouge à l'extérieur et bleue à l'intérieur. Il découpe dans cette veste un triangle rectangle et il espère, en le retournant, fermer le trou fait dans la veste, de façon à obtenir extérieurement un triangle bleu sur fond rouge.

Il s'aperçoit alors qu'il ne peut fermer le trou avec le triangle retourné mais il y réussit en découpant le triangle. Il constate alors qu'il pourrait également retourner un triangle quelconque.

*Donner le découpage d'un triangle rectangle puis d'un triangle quelconque. Justifier.*



## Exercice n° 11

### PROBLÈMES DE PIEDS

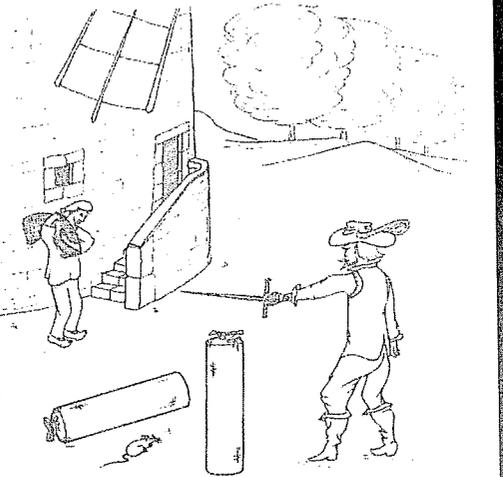
**5  
POINTS**

**SPÉCIAL SECONDE**

Chez le meunier Tudor, le mousquetaire Jacques commande 1 sac de blé cylindrique de 4 pieds de haut et 6 pieds de tour. Le meunier lui propose à la place 2 sacs de blé cylindriques de 4 pieds de haut mais de 3 pieds de tour chacun, en lui affirmant que cela donne le même volume de blé. Jacques, qui sait calculer, dégaine son épée et la pointe sur le meunier.

*Donner l'explication mathématique de son geste.*

*D'après Jacques OZANAM (1640 - 1717) auteur d'un recueil de divertissements mathématiques*



## Exercice n° 12

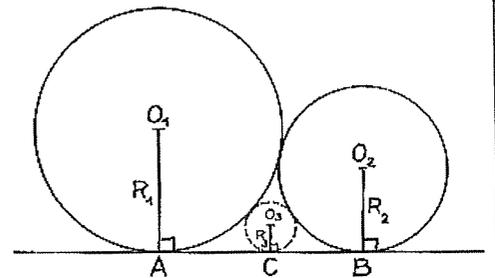
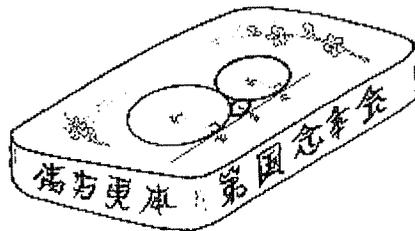
### MADE IN JAPAN

**7  
POINTS**

**SPÉCIAL SECONDE**

Cette figure est extraite d'une tablette de bois peinte, datant de 1824, de la province de Gumma au Japon. Elle montre trois cercles tangents à la droite (AB) et deux à deux tangents. On donne :  $R_1 = 9$  cm,  $R_2 = 4$  cm et  $AB = 12$  cm.

*Calculer  $R_3$ .*



## Exercice n° 13

### C'EST PUISSANT

**10  
POINTS**

**SPÉCIAL SECONDE**

Eliane a trouvé sur sa calculatrice une puissance de 2000 qui, dans l'écriture décimale, compte exactement 100 chiffres. Elle se demande s'il existe une puissance de 2000 qui s'écrive avec 1000 chiffres exactement.

*Donner la puissance de 2000 trouvée par Eliane puis répondre à sa question.*

