

Organisé par
l'Inspection
Pédagogique
Régionale,
l'IREM,
et l'association
Mathématiques
sans Frontières

Compétition interclasses de 3^e & 2^{de}

Mathématiques sans frontières



Académie
d'Aix-Marseille



EPREUVE DU 14 MARS 2000

- ☞ Les exercices n°3, 6 et 8 ne nécessitent aucune justification. Pour les autres, des explications sont demandées. Toute solution, même partielle, sera examinée.
- ☞ Le soin sera pris en compte.
- ☞ Ne prendre qu'une feuille-réponse par exercice.

exercice
n° 1
10 points

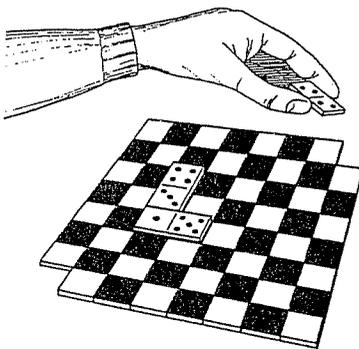
Echecs aux dominos

Solution à rédiger en allemand, anglais, espagnol ou italien en un minimum de 30 mots

Bei einem Schachbrett entfernt man zwei schwarze Felder, die in gegenüberliegenden Ecken liegen, so wie es in der Abbildung zu sehen ist. Auf die restlichen Felder verteilt man 30 Dominosteine, wobei jeder Stein genau zwei Felder bedeckt. Zuletzt bleiben zwei Felder frei.

Haben diese Felder die gleiche Farbe? Begründe deine Antwort.

Two black squares are removed from opposite corners of a chessboard. See diagram opposite. 30 dominoes are then laid on the remaining squares. Each domino occupies exactly two squares. So two remaining squares are uncovered. **Say whether or not these squares are the same colour? Justify your answer.**



En un tablero, se quitan dos casillas negras en los rincones opuestos, como se indica en la figura al lado. Se colocan 30 fichas de dominó en las casillas restantes :

cada dominó cubre exactamente dos casillas. Entonces quedan dos casillas sin cubrir.

¿ Son del mismo color estas casillas? Justifica tu respuesta.

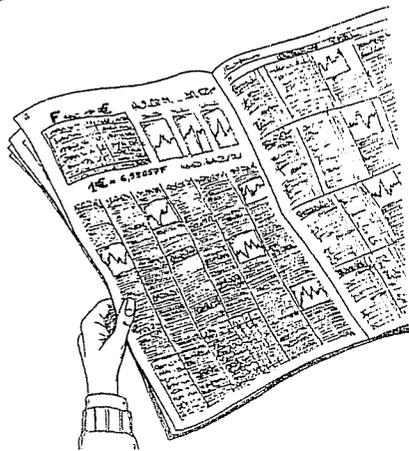
Si tolgono due caselle nere situate negli angoli opposti di una scacchiera, come nella figura a fianco.

Si pongo 30 domino sulle caselle restanti. Ogni domino copre esattamente

due caselle. Rimangono due caselle scoperte. **Queste caselle sono dello stesso colore? Giustificare la risposta.**

exercice
n° 2
5 points

Poussières d'euros



Le cours de l'euro a été fixé à : 1 euro = 6,55957 F
Pour convertir en euros une somme de plusieurs prix donnés en francs, on a le choix entre deux possibilités :

- ▶ Soit convertir cette somme en euros et arrondir le résultat au centième d'euro.
- ▶ Soit convertir chaque prix en euros, arrondir le résultat au centième d'euro puis additionner ces arrondis.

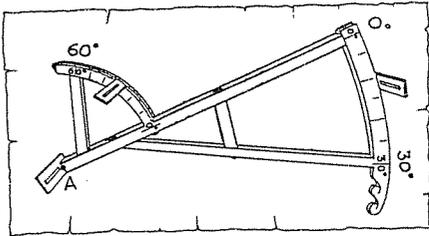
Montrer sur un exemple que ces deux méthodes peuvent conduire à des résultats différents.

exercice n° 3
10 points

Quartier de Davis

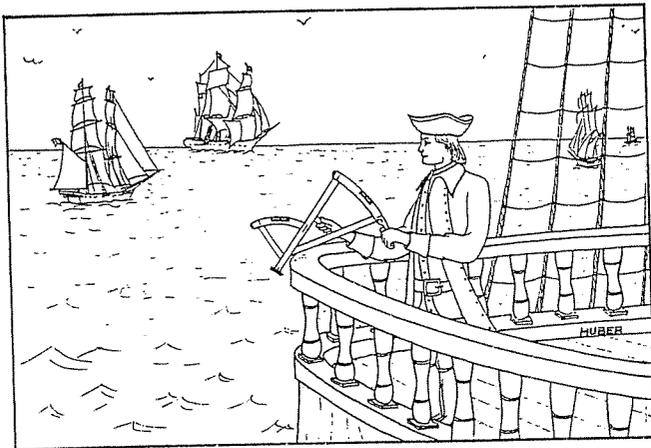
Vers 1590 un marin anglais, John Davis, mettait au point, à partir de l'arbalète, un instrument qui porta son nom : le Quartier de Davis. Il permettait de calculer la hauteur du soleil en degrés d'angle. Ce fut un tel progrès que tous les navigateurs l'utilisèrent jusqu'au milieu du 18^{ème} siècle.

Cet appareil était constitué d'une baguette sur laquelle étaient fixés deux arcs de cercle. L'arc de cercle supérieur était gradué de 0° à 60°, l'arc inférieur de 0° à 30°. Sur les deux arcs de cercle de même centre A, deux fentes coulissaient.



Pour effectuer la mesure, l'observateur tournait le dos au soleil et maintenait l'instrument dans un plan vertical. Ses rayons passaient à travers la fente de l'arc de cercle supérieur et venaient éclairer une fente horizontale située en A à l'extrémité de la baguette. Dans le même temps, l'observateur visait par la fente de l'arc de cercle inférieur l'horizon à travers cette même fente.

Représenter l'observateur mesurant la hauteur du soleil avec un quartier de Davis et expliquer le calcul de cette hauteur (en degrés d'angle).

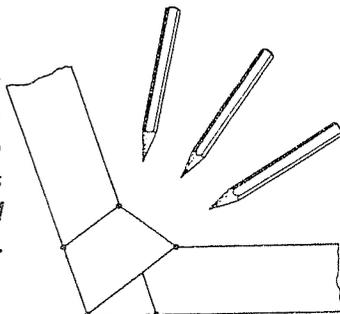


exercice n° 4
5 points

Nœud de couleur

Avec une bande de papier de 4 cm de large, faire un nœud comme sur la figure ci-dessous. Ce nœud fait apparaître un pentagone.

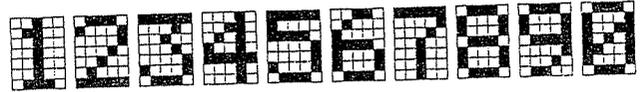
Colorier de la même couleur toutes les parties du pentagone qui comptent le même nombre de couches de papier. Coller le nœud colorié sur la feuille réponse.



exercice n° 5
10 points

Pixels

Ma calculatrice affiche le nombre 1 234 567 890 sur l'écran en allumant des pixels. Par exemple, il faut allumer 19 pixels pour afficher le chiffre 0 et 21 pixels pour le nombre 17. Un nombre entier non nul ne commence pas par 0.



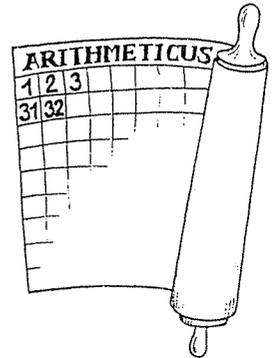
Trouver un nombre pour lequel le nombre de pixels allumés est égal au nombre affiché. Est-ce le seul ? Justifier.

exercice n° 6
5 points

5^{ème} colonne

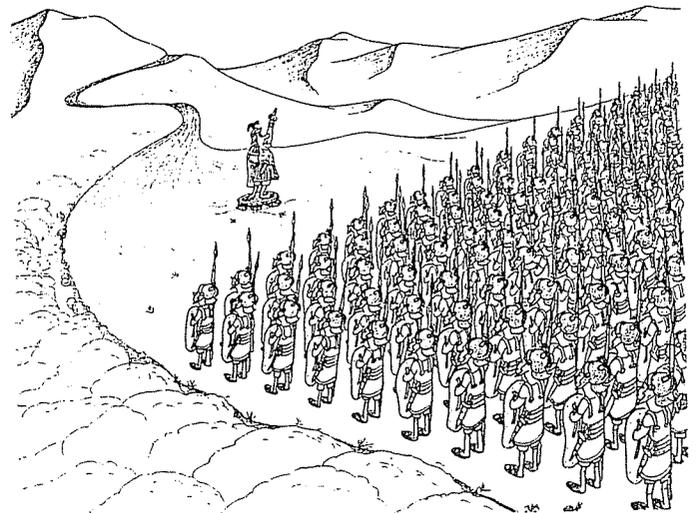
Dans l'armée romaine on ne badine pas avec l'ordre. Chaque légionnaire porte un numéro qui lui permet de connaître sa place et qu'il conserve toujours.

Le général Arithméticus a rassemblé ses 990 légionnaires et les a rangés en un rectangle de 33 lignes et 30 colonnes. Il remplit successivement chaque ligne comme sur la figure ci-dessous. Hocus et Pocus sont dans la 5^{ème} colonne et aucun n'est en première ligne.



Mais Arithméticus est rappelé à Rome et le général Calculus prend le commandement des troupes. Il les repositionne de la même manière en un rectangle de 30 lignes et 33 colonnes. Hocus et Pocus sont encore dans la 5^{ème} colonne.

Quels sont leurs numéros ? Expliquer la réponse.



**exercice n° 7
10 points**

Retour vers le futur

En l'année 20000, un antiquologue trouvera un fossile en très mauvais état de ce qui s'avèrera avoir été une feuille de papier. Il réussira à déchiffrer en haut de la page les lettres "M.THEMA... QUES...S FR...IERES", en dessous un texte d'une dizaine de lignes totalement illisible car détruit par le temps, puis une équation $4(x - 5) = 3x + 6$. Après avoir consulté les spécialistes de la période post-protohistorique, l'antiquologue comprend qu'il s'agit de l'énoncé sous forme de poème d'un problème de mathématiques d'un célèbre concours et de sa solution.

Rédiger sur la feuille réponse le texte qui sera trouvé dans 18000 ans. Pour cela, il faut inventer un énoncé sous forme de poème puis rédiger sa solution qui contient l'équation trouvée par l'antiquologue.



**exercice n° 8
5 points**

Polyèdre oublié

Pierre dit "Tiens, j'ai fabriqué un solide qui a 6 faces"

Jean : "Mais je le connais, c'est un cube ! Il a 6 faces et 8 sommets"

Pierre : "Ah non, mon solide n'a que 5 sommets et donc 9 arêtes"

Jean : "Mais alors les faces ne sont pas carrées ?"

Pierre : "Non bien sûr, ce ne sont que des triangles équilatéraux."

Jean : "Alors je sais aussi le fabriquer."



Sur la feuille-réponse dessiner un patron et une représentation en perspective de ce solide. Quel est son nom ?

**exercice n° 9
10 points**

Cyclométrie

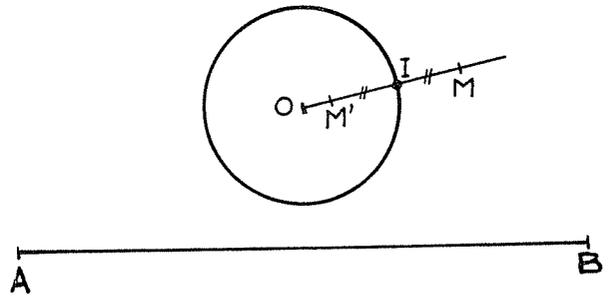
Soit un cercle de centre O.

Voici comment obtenir le point symétrique d'un point M différent de O par rapport à ce cercle :

- On trace la demi-droite [OM) qui coupe le cercle au point I.
- Le symétrique M' de M par rapport à I est le symétrique de M par rapport au cercle.

Construire point par point le symétrique du segment [AB] par rapport au cercle.

Données : OA = OB = 11,5 cm, AB = 22 cm, Rayon = 2,5 cm.

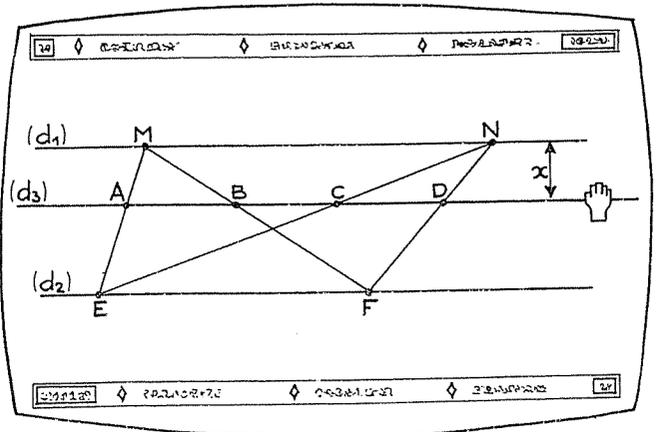


**exercice n° 10
15 points**

Liberté Égalité

Sur son écran d'ordinateur, Gérard a construit la figure ci-dessous. Les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles et distantes de 1 décimètre. Il fait glisser la droite (d_3) entre (d_1) et (d_2) parallèlement à celles-ci. Il constate que les longueurs AB et CD affichées à l'écran sont égales, quelle que soit la position de (d_3) , mais il s'agit de valeurs approchées.

Démontrer que $AB = CD$ quelle que soit la position de (d_3) .



Spécial seconde

exercice
n° 11
5 points

Dans les temps

Immobile sur le quai de la gare d'Hère, Hansi observe :

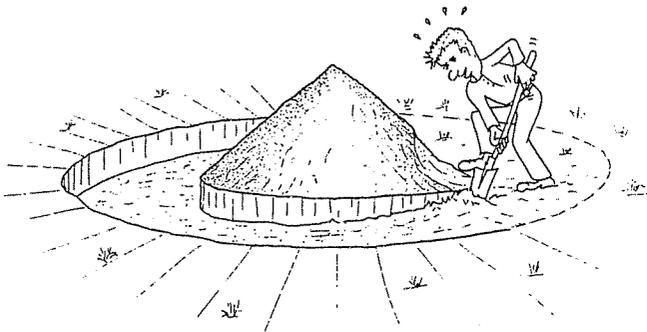
- ▶ Qu'un train a mis 6 secondes pour passer devant lui en roulant à vitesse constante,
- ▶ Qu'il se passe 23 secondes entre le moment où la locomotive de ce même train passe devant le début du quai et le moment où le dernier wagon quitte la fin du quai long de 340 m.

Calculer la vitesse et la longueur de ce train.



exercice
n° 12
10 points

Petit sablé



Pour réaliser un tas de sable, Albert creuse un fossé dont les parois sont verticales et dont la base est délimitée par deux cercles dont l'un a un rayon double de l'autre. Avec tout le sable extrait il forme au milieu un cône de révolution dont la base coïncide parfaitement avec le disque autour duquel il a creusé.

Tout à coup, le père d'Albert lui demande de s'arrêter de creuser et constate : " Le tas de sable a la forme d'un cône de révolution. En plus, si tu te tiens debout au fond du fossé, le sommet du tas de sable est exactement à la même hauteur que le sommet de ta tête ". À ce moment précis, le fossé creusé par Albert a 15 cm de profondeur.

Quelle est la taille du jeune Albert ? Justifier la réponse.

exercice
n° 13
15 points

Question de pot



Voici la coupe de deux pots identiques empilés.
Pendant l'hiver, on empile 10 pots vides identiques à ceux-ci.

Quelle est la hauteur exacte de la pile ?
Justifier la réponse.

Données : $R = 9$ cm, $r = 5$ cm, $H = 18$ cm, $e = 0,5$ cm.

