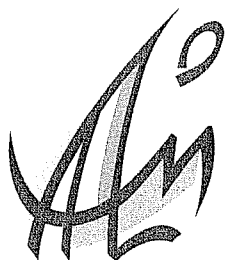


Organisé par  
l'Inspection  
Pédagogique  
Régionale,  
l'IREM,  
et l'association  
Mathématiques  
sans Frontières



Académie  
d'Aix-Marseille

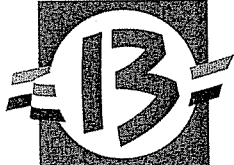
COMMISSION  
EUROPÉENNE



REPRESENTATION A MARSEILLE



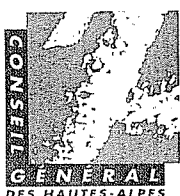
DEPARTEMENT



BOUCHES-DU-RHONE



Conseil général de Vaucluse

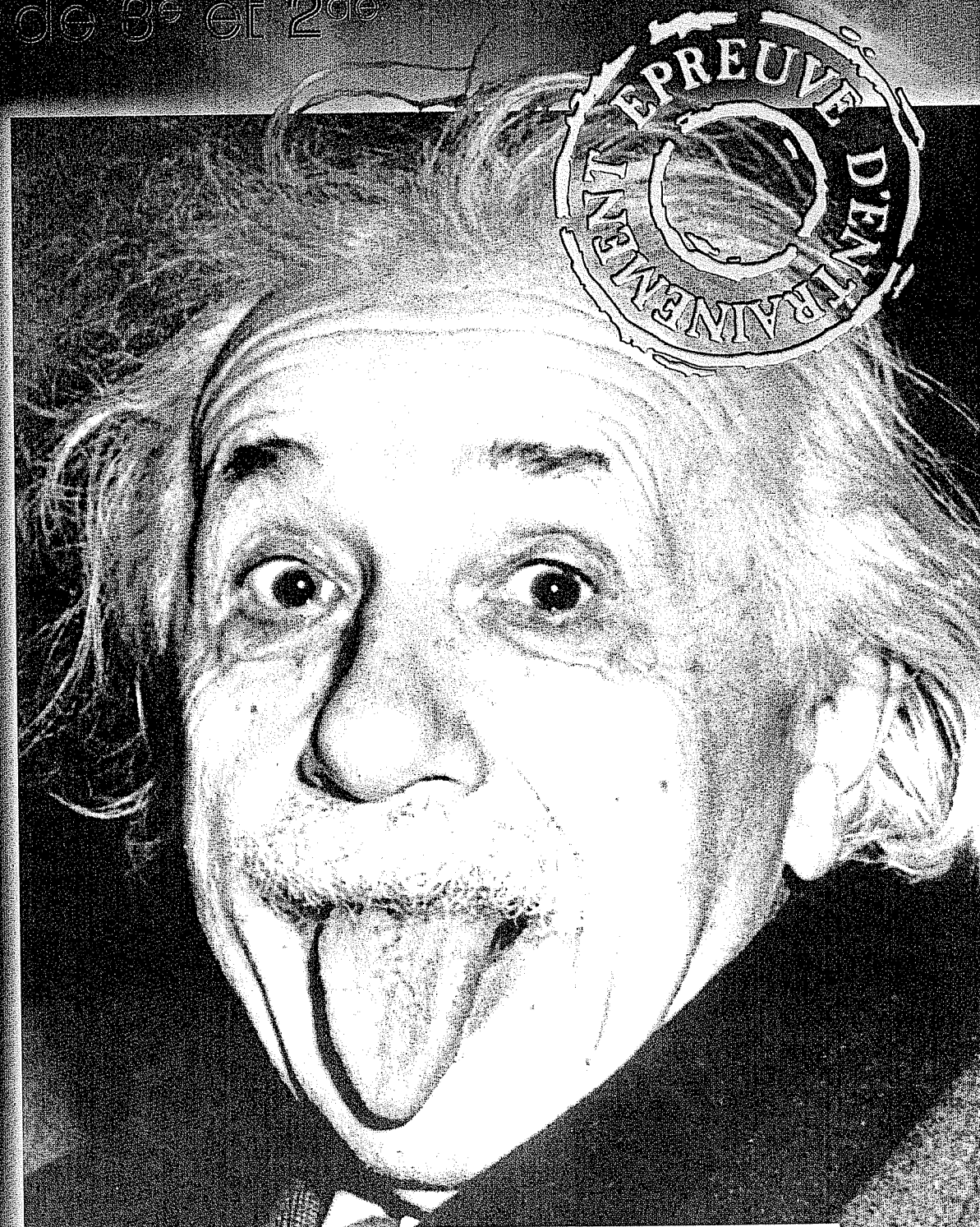


année mondiale des mathématiques  
soutenue par l'Unesco

# 2000

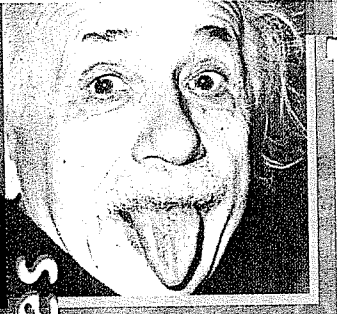
# mathématiques sans frontières

rallye européen interclasses  
de 3<sup>e</sup> et 2<sup>de</sup>



Crédit Mutuel

la banque à qui parler



**Les exercices n°2, 3, 4, 6 et 8 ne nécessitent aucune justification. Pour les autres, des explications sont demandées. Toute solution, même partielle, sera examinée. Le soin sera pris en compte. Ne prendre qu'une feuille-réponse par exercice.**

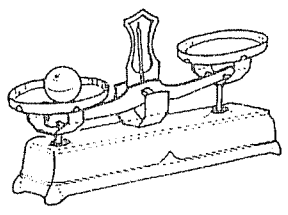
**Exercice n°1**  
**Langue vivante**

**10 POINTS**

**Solution à rédiger en allemand, anglais, espagnol ou italien**  
(en un minimum de 30 mots)

**DEUX POIDS, DEUX MESURES**

Antonio posee cuatro canicas, aparentemente idénticas, llamadas A, B, C, D. Tres de ellas tienen la misma masa y la cuarta tiene una masa diferente. No sabe si esta cuarta canica pesa más o menos que los demás. Antonio sólo tiene una balanza que permite comparar masas y tiene que encontrar la canica diferente de las demás en sólo dos pesadas.  
*¿Cómo tiene que proceder ?*



Antonio ha 4 biglie d'aspetto identico, dette A, B, C e D. Tre hanno la stessa massa e la quarta ha una massa differente. Non si sa se questa biglia è più pesante o più leggera delle altre. Antonio ha una sola bilancia che permette di comparare delle masse e deve determinare la biglia che è differente delle altre in due pesate al massimo.  
*Come deve procedere ?*

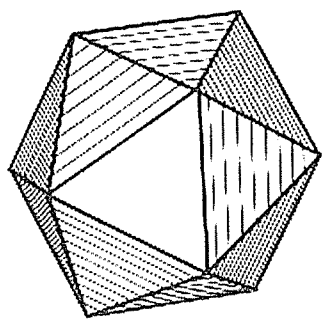
Antoine has got 4 apparently identical marbles called A, B, C and D. 3 of them have a similar mass, and the fourth marble has got a different one. He doesn't know if this marble is heavier or lighter than the others.  
Antoine has only got scales that enable him to compare masses and he has to determine which marble is different from the others in a maximum of 2 weighings.  
*How does he have to proceed ?*

Antoine hat vier Murmeln, die mit A, B, C und D bezeichnet sind, sonst aber völlig gleich aussehen. Drei dieser Murmeln haben die gleiche Masse. Die Masse der vierten Murmel unterscheidet sich von der Masse der anderen. Er weiß jedoch nicht, ob diese Murmel leichter oder schwerer als die anderen ist.  
Antoine besitzt eine Balkenwaage, mit deren Hilfe er nur die Massen vergleichen kann. Mit höchstens zwei Wägungen kann er feststellen, welche der vier Murmeln sich von den anderen unterscheidet.  
*Wie muss er dabei vorgehen ?*

**5 POINTS**

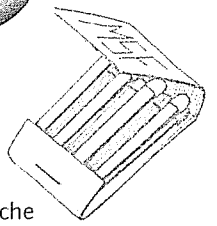
**Exercice n°2**  
**RÉUNION AU SOMMET**

L'icosaèdre est un polyèdre régulier à 12 sommets et 20 faces qui sont des triangles équilatéraux. Reproduire le patron ci-contre sur la feuille-réponse, puis, comme sur le patron, marquer de la même façon (couleur, ...) les angles des triangles dont les sommets se confondent avec l'un des sommets de l'icosaèdre.



**Exercice n°3**  
**TOPO LOGIQUE**

**10 POINTS**



Avec un nombre donné d'allumettes on réalise sur une table des assemblages avec les règles suivantes :

- Chaque allumette en touche au moins une autre par une extrémité.
- Les contacts ne peuvent se faire qu'aux extrémités.

Deux assemblages sont considérés comme identiques si on peut passer de l'un à l'autre en déplaçant des allumettes sans les soulever et en gardant les contacts. Par exemple, voici deux assemblages identiques :



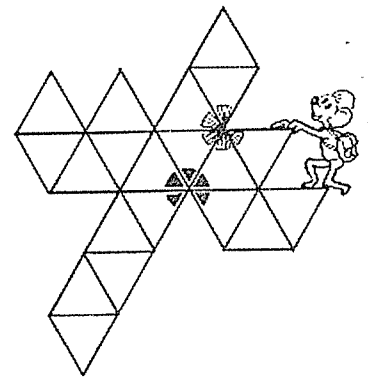
Ainsi, il n'y a que 3 façons d'assembler 3 allumettes :



Et 5 façons d'en assembler 4 :



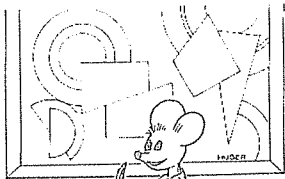
*De combien de façons peut-on assembler 5 allumettes ? Réaliser les figures correspondantes.*



## Exercice n°4 ODI-MATH

5  
POINTS

On lui doit qu'il n'y a pas  
 De fraction de carré égal à deux,  
 Pour multiplier une table  
 Plusieurs fois formidable  
 Et un théorème par trop fameux  
 Pour son nom vous n'hésitez pas.



Par  $(16/9)^2$  en Egypte on m'approcha  
 Puis la course des siècles fut  
 Aussi celle à mes décimales :  
 Plus d'un milliard au compteur  
 aujourd'hui !  
 Par bonheur vous m'écrirez autrement  
 Moi l'aire du disque de rayon 1.

*De qui ou de quoi parle chacun  
 de ces deux textes ?  
 Ecrire sur le même principe un  
 texte poétique en rapport avec  
 les mathématiques.*

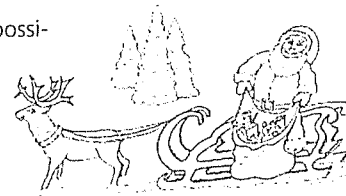
## Exercice n°5 COURSE AUX ÉTRENNES

10  
POINTS

Grégoire et Juliette jouent avec les dates  
 d'une même année. Celui qui commence  
 donne le numéro d'un jour de janvier, par  
 exemple le 6 janvier. Ensuite, chaque  
 joueur à son tour donne une date ulté-  
 rieure mais en conservant soit le numéro  
 du jour, soit le mois de la date que vient  
 de donner l'autre joueur.

Par exemple, après le 6 janvier, il est possi-  
 ble de dire 10 janvier, 20 janvier ou  
 6 février, 6 avril, 6 septembre ...  
 Le vainqueur est le premier qui dit  
 " 31 décembre "

*Après quelques parties, Juliette  
 affirme qu'il existe une stratégie  
 qui permet de gagner à coup sûr.  
 Expliquer cette stratégie.*



## Exercice n°6 CALCUBATRICE

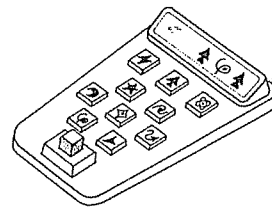
5  
POINTS

Sur la planète Xcyzq tout est de forme  
 cubique. Les habitants utilisent le même sys-  
 tème décimal que nous mais avec 10 sym-  
 boles différents des nôtres. Ils ne connais-  
 sent que l'opération d'élevation au cube.  
 Ci-dessous est dessinée une de leurs cal-  
 culatrices appelée **calcubatrice**.  
 Elle a 10 touches pour leurs chiffres et une  
 onzième pour l'élevation au cube.

Voici 4 opérations faites avec cette  
 calculatrice :

⊗ ⊠ ⇒ ▲ ♪ ▲  
 ▲ ⊠ ⇒ ◆ ♣ ★  
 ♪ ⊠ ⇒ ♪ ♪  
 ♪ ⊠ ⇒ ⊗ ★ ♪

*Faire correspondre les symboles  
 avec nos chiffres de 0 à 9.*

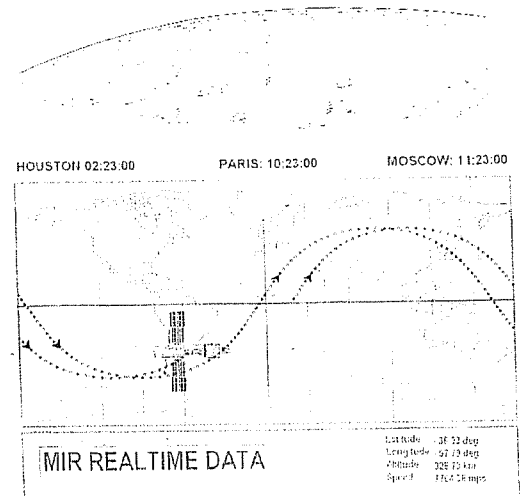
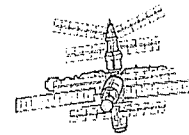
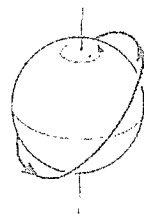


## Exercice n°7

10  
POINTS

### MIR

La station MIR tourne autour de la Terre sur une orbite quasi  
 circulaire inclinée par rapport au plan de l'équateur.  
 Boris est surpris de découvrir en temps réel la trace de ce  
 mouvement sur l'écran de son ordinateur : il est 10h23min à  
 Paris et MIR se trouve au-dessus de Buenos Aires.  
 MIR fait le tour de la Terre en 91min : elle survole l'équateur  
 toutes les 45 minutes et demie. Les traces de ses passages  
 successifs sont décalées à cause du mouvement de rotation de la Terre autour de  
 son axe.



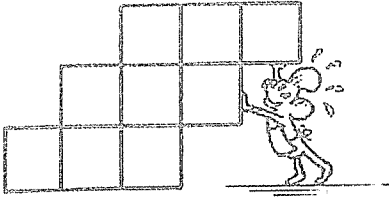
*Dessiner sur la feuille-réponse (carte ci-jointe) la suite de la  
 trace de MIR jusqu'à ce qu'elle survole la France, puis donner  
 une estimation de l'heure de passage au-dessus de Paris.*



## Exercice n°8 NOMBRES GRILLÉS

5  
POINTS

Numéroter les neuf cases de 1 à 9 de façon que dans n'importe quelle ligne, colonne et diagonale, on n'ait jamais deux entiers consécutifs.



## Exercice n°9 LES COLLES DES CUBES

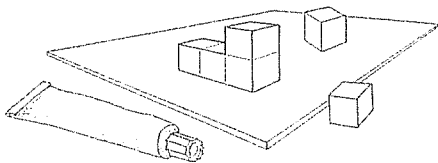
10  
POINTS

Wczxop, habitant de la planète Xcyzq, dispose de cubes de 1 cm d'arête.

Il colle le premier cube sur une planche par une de ses faces puis il prend un deuxième cube qu'il colle au premier par une de ses faces, ce cube pouvant éventuellement être aussi collé sur la planche, et ainsi de suite : chaque nouveau cube est collé par une seule de ses faces à une face de l'un des cubes précédents, avec éventuellement une autre de ses faces collée sur la planche.

À la fin, Wczxop trouve 30 cm<sup>2</sup> pour l'aire extérieure de l'assemblage.

De combien de cubes l'assemblage est-il formé ?  
Dessiner un tel assemblage sur la feuille-réponse.  
Justifier la réponse.



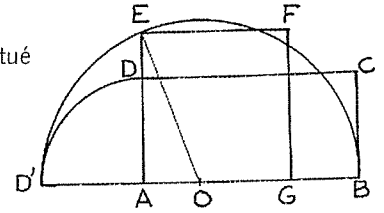
## Exercice n°10 QUADRATURE

15  
POINTS

"Quarrer un rectangle", c'est construire à la règle et au compas un carré de même aire. Voici la méthode d'Euclide pour quarrer le rectangle ABCD de longueur AB égale à  $x$  et de largeur AD égale à  $y$ .

- On rabat le segment [AD] sur la droite (AB) pour obtenir le segment [AD'].
- On construit le demi-cercle de diamètre [D'B] situé du côté de D.
- On construit le carré AGFE, E appartenant au demi-cercle.

Justifier que ABCD et AGFE ont la même aire.

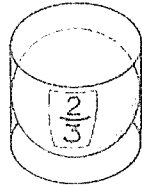


## Exercice n°11

5  
POINTS

### ARCHI-CONNU

SPECIAL SECONDE



Gravée sur la tombe d'Archimède, la figure ci-contre illustre une propriété démontrée par lui.

Énoncer cette propriété et la démontrer

(D'après le roman " Le Théorème du Perroquet " de M. Denis Guedj)

## Exercice n°12

10  
POINTS

### À UN POIL PRÈS

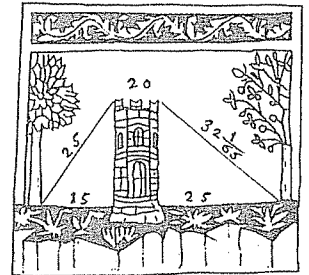
SPECIAL SECONDE

Le document ci-contre est extrait de Compendion Del Abaquos, écrit en langue occitane par Frances Pelos en 1492. Camille et David qui n'ont pas de calculatrice essayent de comprendre la valeur  $32 \frac{1}{65}$  proposée par Frances Pelos.

Camille : "C'est facile. Je sais calculer l'hypoténuse du triangle de droite."

David : " $32^2 = 1024$  et  $33^2 = 1089$  et il reste à passer de 1024 à 1025."

Justifier l'affirmation de Camille et terminer la méthode commencée par David pour retrouver  $32 \frac{1}{65}$ .



## Exercice n°13

15  
POINTS

### UN DESSERT POUR FINIR

SPECIAL SECONDE

Le gâteau de Mamie est superbe et plein de surprises. Quand on le coupe, on découvre qu'elle s'est donné bien du mal à le faire !

Il est formé de deux pâtes différentes : l'une est à la vanille et l'autre est au chocolat. Il comprend trois étages de même hauteur. Le moule qui a permis de le faire est circulaire.

Le damier qu'on obtient sur la tranche est constitué de 12 rectangles de mêmes dimensions. Il suffit de le regarder pour en avoir un avant-goût ! En comptant les rectangles blancs et les rectangles noirs, un de ses petits-fils,

Gaston, s'exclame : "Tiens, on dirait que dans le gâteau il y a autant de vanille que de chocolat."

Gaston a-t-il raison ?

Justifier la réponse.

