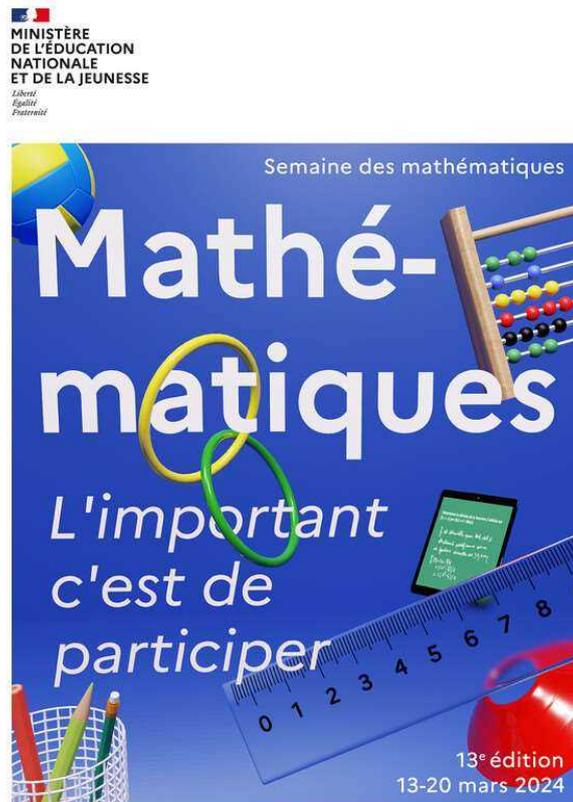


# Concours d'énigmes à l'occasion de la semaine des mathématiques !



Trois énigmes vous sont proposées pour faire chauffer vos méninges...

Pour rendre vos productions avant vendredi 22 mars 2024, cela peut se faire :

- sur feuille en rendant votre devoir à votre professeur de mathématiques
- de manière numérique par mail à [lycee.espariat@gmail.com](mailto:lycee.espariat@gmail.com)

Pensez à soigner la présentation et la rédaction de vos conjectures, des idées qui vous ont permis de faire ces conjectures, de vos résultats et de vos démonstrations éventuelles.

Vous pouvez vous aider dans vos recherches d'outils informatiques et, au choix, chercher 1,2 ou 3 énigmes.

Faites-vous plaisir, c'est l'essentiel !

# La semaine des mathématiques : Enigme 1

ABC est un triangle équilatéral de côté 1, et P un point à l'intérieur de ce triangle.

On appelle distance  $D$  de  $P$  au triangle  $ABC$  la somme des distances de  $P$  à chacun des côtés du triangle.

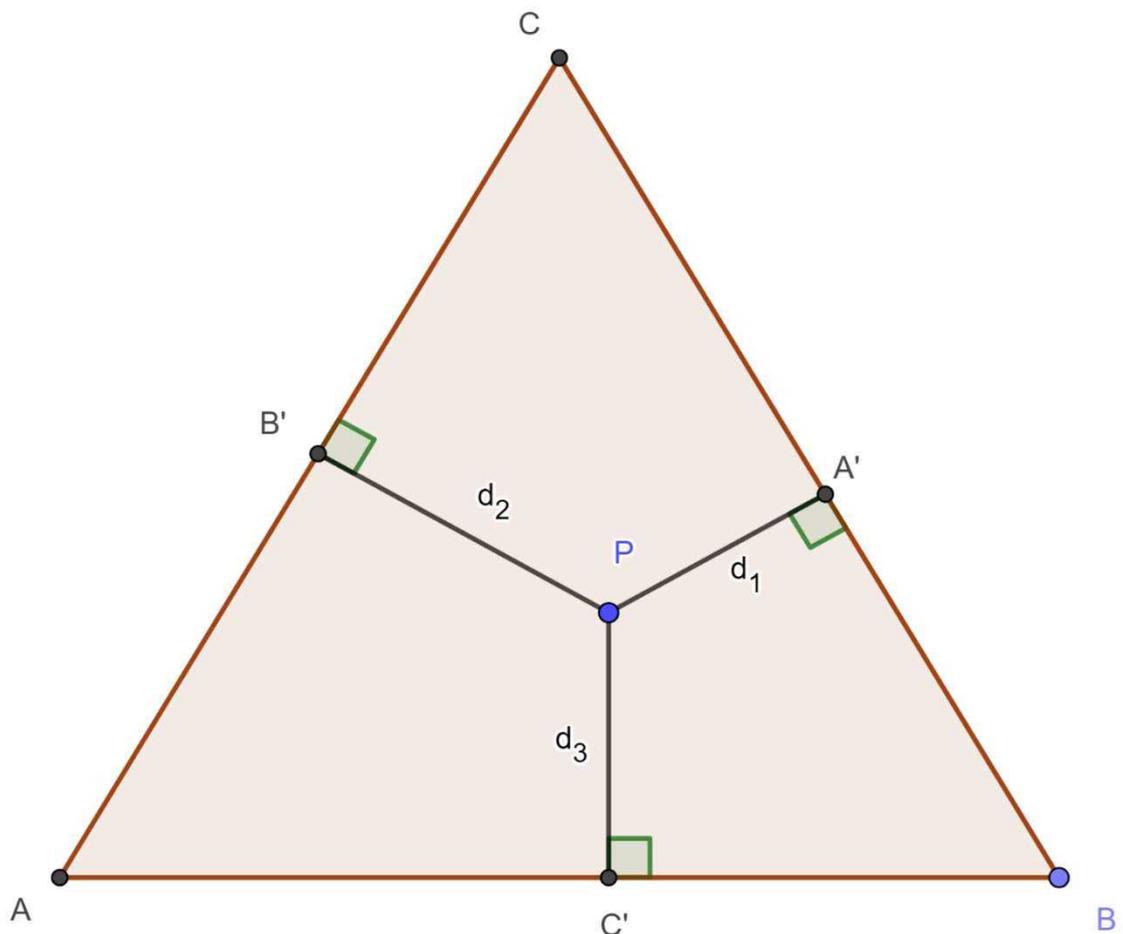
Autrement dit,  $D = d_1 + d_2 + d_3$

1) Si on place P au centre de gravité du triangle, calculer  $D$ .

*On pourra utiliser le résultat suivant : le centre de gravité d'un triangle se trouve aux deux tiers de chaque médiane en partant du sommet.*

2) Démontrer que  $D$  ne dépend pas de la position de  $P$  dans le triangle ABC.

*Indication : On pourra calculer l'aire du triangle ABC de deux manières différentes.*

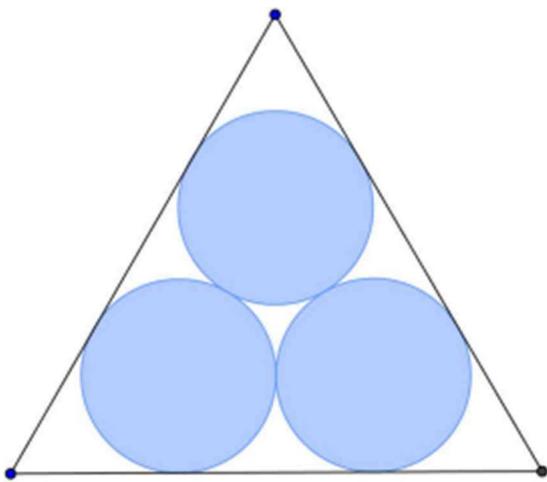


# La semaine des mathématiques : Enigme 2

## Question 1 :

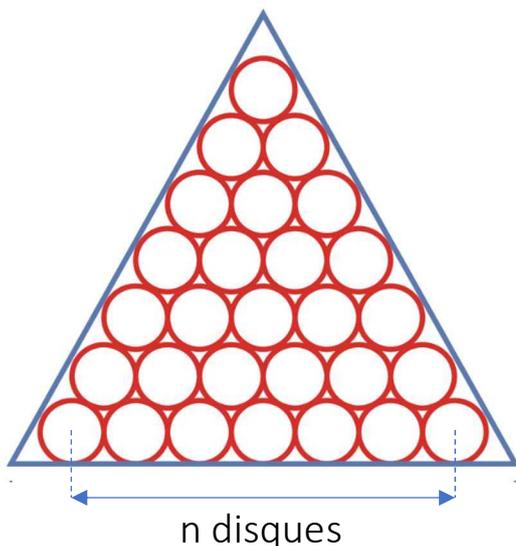
Dans un triangle équilatéral de côté 1, on dispose trois disques tangents entre eux et tangents aux côtés du triangle comme sur la figure ci-dessous.

Quelle est la proportion de la surface du triangle recouverte par les disques ?



## Question 2 :

On remplit désormais le triangle avec des disques tous identiques et tangents entre eux, sur le même principe que dans la question 1.



On note  $n$  le nombre de disques disposés sur la première rangée.

- 1) Avec  $n = 5$ , calculer la proportion de la surface du triangle recouverte par les disques.
- 2) Déterminer le nombre minimal de disques pour que la proportion de la surface du triangle recouverte par les disques dépasse 90%.
- 3) Peut-on ainsi recouvrir plus de 99% de la surface du triangle ?

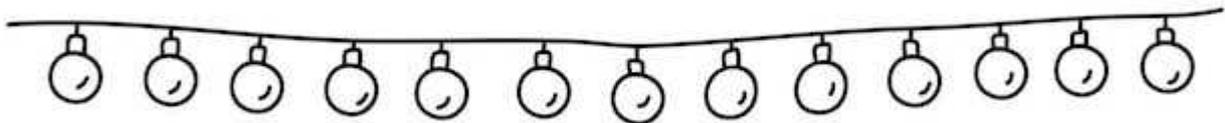
# La semaine des mathématiques : Enigme 3



1) Une guirlande de Noël est composée de 1000 ampoules.

Un interrupteur permet de modifier l'état de la guirlande de la manière suivante :

- Lorsqu'on appuie une première fois, toutes les ampoules s'allument.
- Lorsqu'on appuie une seconde fois, l'interrupteur modifie l'état (allumé ou éteint) d'une ampoule sur deux, en commençant par la deuxième.
- Lorsqu'on appuie une troisième fois, l'interrupteur modifie l'état d'une ampoule sur 3, en commençant par la troisième.
- Et ainsi de suite.



2) On a appuyé 10 fois sur l'interrupteur.

Quel est l'état des 10 premières ampoules.

Quel est l'état de la dernière ampoule ?

3) On a appuyé 1000 fois sur l'interrupteur. Quelles sont les ampoules allumées ?