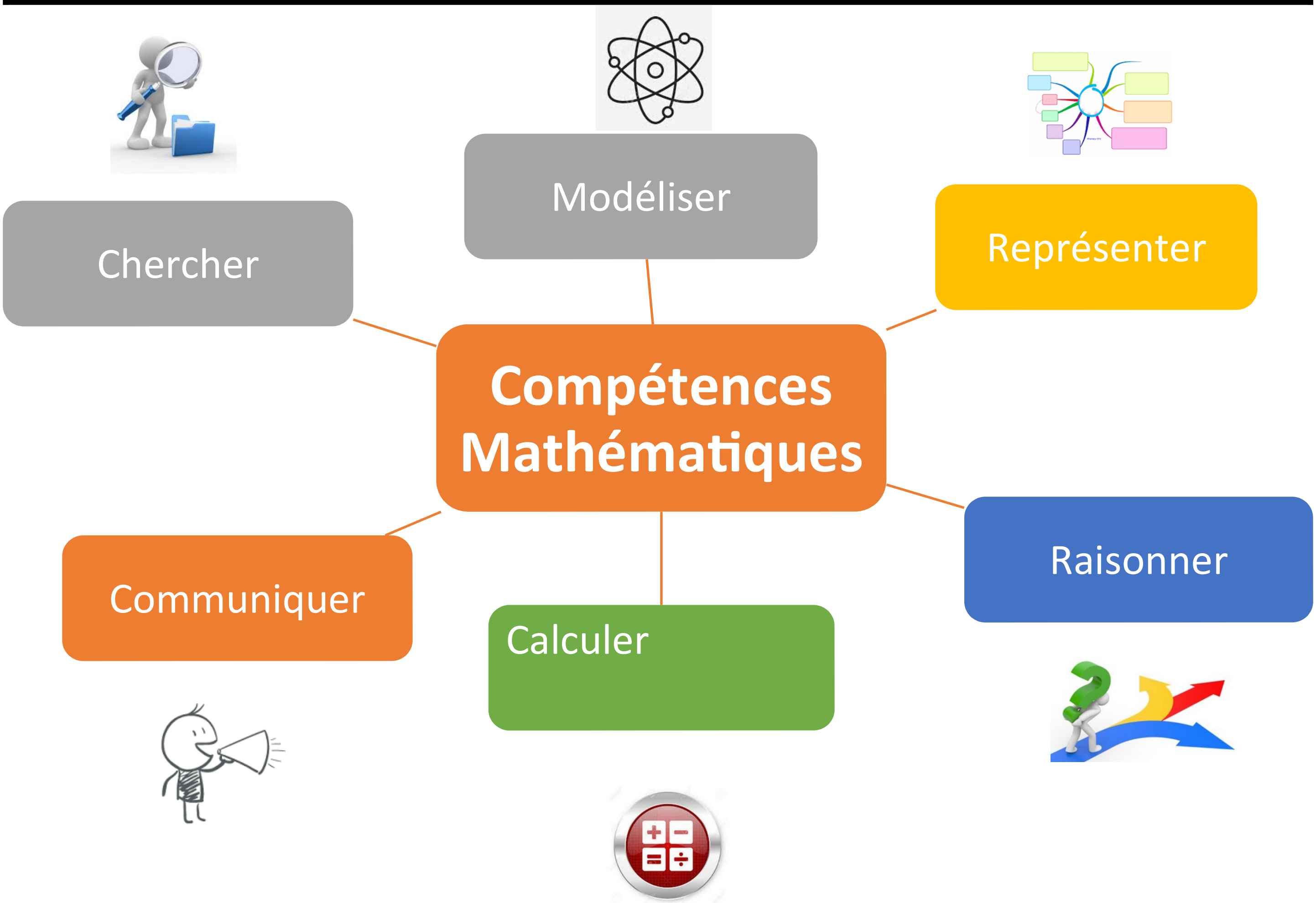
Livret d'exercices de Mathématiques
de la 3ème vers la 2nde
CORRECTION



FRACTIONS

$$B=\frac{5}{12}+\frac{4}{9}$$
$$B=\frac{5\times3}{12\times3}+\frac{4\times4}{9\times4}$$
$$B=\frac{15}{36}+\frac{16}{36}$$
$$B=\frac{15+16}{36}$$
$$B=\frac{31}{36}$$

$$D=\frac{-8}{3}\times\frac{21}{16}$$
$$D=\frac{-8\times21}{3\times16}$$
$$D=\frac{-1\times8\times3\times7}{3\times2\times8}$$
$$D=\frac{-1\times7}{2}$$
$$D=\frac{-7}{2}$$

$$F=\frac{8}{11}\div\frac{(-3)}{4}$$
$$F=\frac{8}{11}\times\frac{4}{-3}$$
$$F=\frac{8\times4}{11\times-3}$$
$$F=\frac{32}{-33}$$
$$F=\frac{-32}{33}$$

QCM
1-C
2-A
3-A

PUISSANCES

Exercice 1 :

1/

$$E=5^3-2^3$$
$$E=125-8$$
$$E=117$$

$$F=4^{-2}+2^{-3}$$
$$F=\frac{1}{4^2}+\frac{1}{2^3}$$
$$F=\frac{1}{16}+\frac{1}{8}$$
$$F=\frac{1}{16}+\frac{1\times 2}{8\times 2}$$
$$F=\frac{1}{16}+\frac{2}{16}$$
$$F=\frac{1+2}{16}$$
$$F=\frac{3}{16}$$

$$G=-5^3+(3^2-1)^3$$
$$G=-125+(9-1)^3$$
$$G=-125+8^3$$
$$G=-125+512$$
$$G=387$$

2/

$$H=17{,}6\times 10^5$$
$$H=17{,}6\times 100000$$
$$H=1\,760\,000$$

$$J=150\times 10^{-5}$$
$$J=150\times 0{,}00001$$
$$J=0{,}0015$$

<u>Exercice 2 :</u>

$$540\,000\,kg=5{,}4\times 10^5\,kg$$

$$30000\,kg=3\times 10^4\,kg$$

$$0{,}000006\,kg=6\times 10^{-6}\,kg$$

$$0{,}000000003\,kg=3\times 10^{-9}\,kg$$

<u>Exercice 3 :</u>

a/

Nombre de secondes dans une année :
1 an = 365 jours = 365 x 24 h = 8760 h = 8760 x 60 min = 525 600 min = 525 600 x 60 s = 31 536 000 s

La vitesse de la lumière est 300 000 km/s, cela signifie que la lumière parcourt 300 000 km en 1 s, et donc $31\,536\,000\ x\ 300000\ km=9{,}4608\times 10^{12}\,km$ en 31 536 000 s.
Un ordre de grandeur d'une année-lumière est donc bien 10^{13} km.

b /

Distance Terre – Proxima :
$$4{,}3\,années-lumière=4{,}3\times 9{,}4608\times 10^{12}\,km=4{,}068144\times 10^{13}\,km$$

Durée pour se rendre de la Terre à Proxima :

Distance (en km)	100	$4{,}068144 \times 10^{13}$
Durée (en s)	1	?

Durée = $4{,}068144 \times 10^{11}\,s$ = 406 814 400 000 s
Durée = 406 814 400 000 : 60 min = 6 780 240 000 min
Durée = 6 780 240 000 : 60 h = 113 004 000 h
Durée = 113 004 000 : 24 jours = 4 708 500 jours
Durée = 4 708 500 : 365 ans = 12 900 ans.

MULTIPLES, DIVISEURS, NOMBRES PREMIERS

Exercice 1

1/

90 = 2 x 45 = 2 x 3 x 15 = 2 x 3 x 3 x 5
126 = 2 x 63 = 2 x 3 x 21 = 2 x 3 x 3 x 7

2/

$$\frac{90}{126} = \frac{2\,x\,3\,x\,3\,x\,5}{2\,x\,3\,x\,3\,x\,7} = \frac{5}{7}$$

Exercice 2

Œufs : 154 = 2 x 77 = 2 x 7 x 11
Poissons : 286 = 2 x 143 = 2 x 11 x 13

Il peut proposer à la vente 2 x 11 = 22 sachets composé de 7 œufs et 13 poissons.

Exercice 3 :

1/

36 est un multiple de 9.
9 est un diviseur de 27.
8 est un diviseur de 32.

2/

Les restes possibles d'une division euclidienne par 7 sont 0 (cas où le nombre est divisible par 7) ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 et 6.

3/

132 n'est pas un nombre premier car il a d'autres diviseurs que 1 et lui-même, en effet 2 est un diviseur évident de 132 car 132 se termine par 2.
17 est un nombre premier car il n'a que 2 diviseurs : 1 et lui-même.
53 est un nombre premier car il n'a que 2 diviseurs : 1 et lui-même.
2013 n'est pas un nombre premier car il a d'autres diviseurs que 1 et lui-même, en effet 3 est un diviseur évident de 2013 car la somme de ses chiffres 2+1+0+3=6 est divisible par 3.

4/

8 n’est pas un nombre premier donc 6x8 n’est pas la décomposition en produit de facteurs premiers de 48.
24 n’est pas un nombre premier donc 2x24 n’est pas la décomposition en produit de facteurs premiers de 48.
4 n’est pas un nombre premier donc 2x2x3x4 n’est pas la décomposition en produit de facteurs premiers de 48.
2x2x2x2x3 est la décomposition en produit de facteurs premiers de 48.

Exercice 4 :

Nombre de tours	Durée sur la ligne 1 1 tour = 8x3min = 24 min	Durée sur la ligne 2 1 tour = 8x4min = 32 min
1 tour	1x24 =24 minutes	1x32=32 minutes
2 tours	2x24=48 minutes	2x32=64 minutes
3 tours	3x24=72 minutes	3x32=96 minutes
4 tours	4x24=96 minutes	4x32=128 minutes
5 tours	5x24=120 minutes	5x32=160 minutes

Ils se retrouvent pour la première fois ensemble à la station Mairie 96 minutes c’est à dire 1h36 min après le départ donc à 8h06.
Ils se retrouveront donc à la station Mairie toutes les 96 minutes c’est à dire à :
6h30 ; 8h06 ; 9h42 ; 11h18 ; 12h54 ; 14h30 ; 16h06 ; 17h42 et 19h18.

CALCUL LITTÉRAL - 1 – DÉVELOPPEMENTS

A vous :

$$D=(4x+3)(x+1)$$
$$D=4x\times x+4x\times 1+3\times x+3\times 1$$
$$D=4x^2+4x+3x+3$$
$$D=4x^2+7x+3$$

$$E=(3t+1)(t-5)$$
$$E=3t\times t-3t\times 5+1\times t-1\times 5$$
$$E=3t^2-15t+1t-5$$
$$E=3t^2-14t-5$$

$$F=(k-2)(k+3)$$
$$F=k\times k+3\times k-2\times k-2\times 3$$
$$F=k^2+3k-2k-6$$
$$F=k^2+1k-6$$
$$F=k^2+k-6$$

Exercice :

Aire du rectangle bleu :
$$B=(6x+4)(4x+2)$$
$$B=6x\times 4x+6x\times 2+4\times 4x+4\times 2$$
$$B=24x^2+12x+16x+8$$
$$B=24x^2+28x+8$$

Aire du rectangle rose :

$$R=(8x+4)(3x+2)$$
$$R=8x\times3x+8x\times2+4\times3x+4\times2$$
$$R=24x^2+16x+12x+8$$
$$R=24x^2+28x+8$$

Félix a raison.

CALCUL LITTÉRAL – 2 - FACTORISATIONS

$$J=28a-12$$
$$J=4\times7a-4\times3$$
$$J=4\times(7a-3)$$
$$J=4(7a-3)$$

$$K=6x^2+7x$$
$$K=x\times6x+x\times7$$
$$K=x\times(6x+7)$$
$$K=x(6x+7)$$

$$L=(3y+2)(y-1)+2(3y+2)$$
$$L=(3y+2)\times(y-1)+2\times(3y+2)$$
$$L=(3y+2)\times[(y-1)+2]$$
$$L=(3y+2)\times[y-1+2]$$
$$L=(3y+2)\times(y+1)$$
$$L=(3y+2)(y+1)$$

<u>Exercice :</u>

1/

A=4x3-1x3=3x3=9
B=7x5-2x5=5x5=25
C=10x7-3x7=7x7=49

2/

A=3^2
B=5^2
C=7^2

3/

$$D=(3x+1)(2x+1)-x(2x+1)$$
$$D=(3x+1)\times(2x+1)-x\times(2x+1)$$
$$D=(2x+1)\times[(3x+1)-x]$$
$$D=(2x+1)\times[3x+1-x]$$
$$D=(2x+1)\times[3x+1-1x]$$
$$D=(2x+1)\times(2x+1)$$
$$D=(2x+1)^2$$

4/

$$225=15^2=(2\times7+1)^2=(3\times7+1)\times(2\times7+1)-7\times(2\times7+1)=22\times15-7\times15$$

CALCUL LITTÉRAL – 3 - RÉSOUDRE UNE ÉQUATION

A vous

$$7a-1=2a+9$$
$$7a-1-2a=2a+9-2a$$
$$5a-1=9$$
$$5a-1+1=9+1$$
$$5a=10$$
$$\frac{5a}{5}=\frac{10}{5}$$
$$a=2$$

Cette équation a une seule solution qui est 2.

$$2p-10=0$$
$$2p-10+10=0+10$$
$$2p=10$$
$$\frac{2p}{2}=\frac{10}{2}$$
$$p=5$$

Cette équation a une seule solution qui est 5.

$$4z-6=0$$
$$4z-6+6=0+6$$
$$4z=6$$
$$\frac{4z}{4}=\frac{6}{4}$$
$$z=\frac{6}{4}(\textit{écriture fractionnaire})$$
$$z=\frac{2\times3}{2\times2}$$
$$z=\frac{3}{2}(\textit{écriture fractionnaire irréductible})$$
$$z=1{,}5(\textit{écriture décimale})$$

Cette équation a une seule solution qui est $\frac{3}{2}=1{,}5$.

Exercice :

1/

6 → 6x4=24 → 24-1=23
Lorsque le nombre choisi est 6, le résultat du programme A est bien 23.

2/

- 3 → - 3 x 2 = -6 → -6 +6=0
Lorsque le nombre choisi est -3, le résultat du programme B est 0.

3/ a/

Lorsque le nombre choisi est x , le résultat du programme A est $4x-1$.

3/ b/

Lorsque le nombre choisi est x , le résultat du programme B est $2x+6$.

3/ c/

On cherche x tel que :

$$4x-1=2x+6$$
$$4x-1-2x=2x+6-2x$$
$$2x-1=6$$
$$2x-1+1=6+1$$
$$2x=7$$
$$\frac{2x}{2}=\frac{7}{2}$$
$$x=\frac{7}{2}(\text{écriture fractionnaire irréductible})$$
$$x=3{,}5(\text{écriture décimale})$$

Pour que les 2 programmes donnent le même résultat, il faut entrer le nombre $\frac{7}{2}=3{,}5$.

LA PROPRIÉTÉ DE PYTHAGORE (1) : CALCULER UNE LONGUEUR

<u>Exercice 1 :</u>

Le triangle ABC est rectangle en A.
L'égalité de Pythagore me permet d'écrire :
BC²=BA²-AC²
BC²=4,5²+6²
BC²=20,25+36
BC²=56,25
$BC=\sqrt{56},25$
BC=7,5

Le segment [BC] mesure 7,5 cm.

<u>Exercice 2 :</u>

Le triangle DEF est rectangle en E.
L'égalité de Pythagore me permet d'écrire :
DF²=DE²+EF²
11²=7²+EF²
121=49+EF²
121-49=49+EF²-49
72=EF²
EF²=72
$EF=\sqrt{72}$ (valeur exacte)
$EF\approx 8{,}5$ (valeur arrondie au mm près)

Le segment [EF] mesure $\sqrt{72}$ cm soit environ 8,5 cm.

<u>Exercice 3 :</u>

Le triangle ASH est rectangle en H.
L'égalité de Pythagore me permet d'écrire :
AS²=AH²+HS²
5,6²=4,5²+HS²
31,36=20,25+HS²
31,36-20,25=20,25+HS²-20,25

11,11=HS^2
HS^2=11,11
$HS=\sqrt{11},11$ (valeur exacte)
$HS\approx3,3$ (valeur arrondie au dm près)

LA PROPRIÉTÉ DE PYTHAGORE (2) : LE TRIANGLE EST-IL RECTANGLE ?

Exercice 1 :

D'une part $KI^2=9,7^2=94,09$
D'autre part $KJ^2+JI^2=7,2^2+6,5^2=51,84+42,25=94,09$
Ainsi $KI^2=KJ^2+JI^2$
L'égalité de Pythagore est vérifiée.
Donc le triangle KIJ est rectangle en J.

Exercice 2 :

D'une part $ST^2=9,2^2=84,64$
D'autre part $SR^2+RT^2=8^2+4,5^2=64+20,25=84,25$
Ainsi $ST^2\neq SR^2+RT^2$
L'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée.
Donc le triangle RST n'est pas rectangle.

Exercice 3 :

D'une part $15^2=225$
D'autre part $9^2+12^2=91+144=235$
L'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée.
Donc le triangle KIJ n'est pas rectangle.
La construction de ce maçon n'est pas correcte.

Exercice : Camion (brevet) :

Le triangle ABC est rectangle en B.
L'égalité de Pythagore me permet d'écrire :
$AC^2=AB^2+BC^2$
$AC^2=59^2+198^2$
$AC^2=3481+39\,204$
$AC^2=42685$
$AC=\sqrt{42685}$
$AC\approx206,6$

La longueur de la diagonale est supérieure à la hauteur du camion car 206,6 > 205 donc Allan ne pourra pas redresser le réfrigérateur.

LE THÉORÈME DE THALÈS : CALCULER UNE LONGUEUR

Exercice 1 :

Les droites (RV) et (BO) sont parallèles.
L'égalité de Thalès me permet d'écrire :

$$\frac{AR}{AB}=\frac{AV}{AO}=\frac{RV}{BO}$$

$$\frac{AR}{6,3}=\frac{1,8}{AO}=\frac{2,9}{8,7}$$

$$Pour\,calculer\ AO,\ j'utilise\ \frac{1,8}{AO}=\frac{2,9}{8,7}\ et\ je\ trouve\ AO=\frac{1,8\times 8,7}{2},9=5,4$$

$$Pour\ calculer\ AR,\ j'utilise\ \frac{AR}{6,3}=\frac{2,9}{8,7}\ et\ je\ trouve AR=\frac{6,3\times 2,9}{8,7}=2,1$$

Autre méthode : Le triangle ABO est un agrandissement du triangle ARV de rapport 8,7 : 2,9 = 3.

Exercice 2 :

Les droites (CD) et (HT) sont parallèles.
L'égalité de Thalès me permet d'écrire :

$$\frac{GC}{TG}=\frac{GD}{GH}=\frac{CD}{HT}$$

$$\frac{2}{TG}=\frac{2,5}{4,5}=\frac{CD}{2,7}$$

$$Pour\,calculer\ TG,\ j'utilise\ \frac{2}{TG}=\frac{2,5}{4,5}\ et\ je\ trouve\ TG=\frac{2\times 4,5}{2,5}=3,6$$

$$Pour\,calculer\ CD,\ j'utilise\ \frac{2,5}{4,5}=\frac{CD}{2,7}\ et\ je\ trouve\ CD=\frac{2,5\times 2,7}{4,5}=1,5$$

QCM :

Réponse C

LE THÉORÈME DE THALÈS : CALCULER UNE LONGUEUR (suite)

1/
Le triangle ABE est rectangle en E.
L'égalité de Pythagore me permet d'écrire :
AB²=AE²+EB²
1000²=800²+EB²
1 000 000=640 000+EB²
1 000 000-640 000=640 000+EB²-640 000
360 000=EB²
EB²=360 000
$EB=\sqrt{360}000$
EB=600
Le station de ski se situe bien à 600 m d'altitude.

2/
Les droites (BE) et (DC) sont parallèles car elles sont toutes les deux perpendiculaires à la droite (AC).

3/
Les droites (BE) et (DC) sont parallèles par la question 2/.
L'égalité de Thalès me permet d'écrire :

$$\frac{AB}{AD}=\frac{AE}{AC}=\frac{BE}{CD}$$

$$\frac{1000}{AD}=\frac{800}{2000}=\frac{600}{DC}$$

$$\textit{Pour calculer } DC\textit{, j'utilise } \frac{800}{2000}=\frac{600}{DC}=\frac{600\times 2000}{800}=1500$$

Le point de départ D se situe à une altitude de 1 500 m.

TRIGONOMÉTRIE

Exercice 1 :

Le triangle ACW est rectangle en C.

$$\sin\widehat{A}=\frac{CW}{AW}$$

$$\sin\widehat{A}=\frac{2{,}4}{8{,}3}$$

On utilise la touche « arcsin » de la calculatrice.
On obtient : $\widehat{A}\approx 17$ (valeur arrondie au degré près)

Exercice 2 :

Le triangle DOG est rectangle en D.

$$\cos\widehat{G}=\frac{GD}{GO}$$

$$\cos 63°=\frac{GD}{5{,}3}$$

Par produit en croix : $GD=5{,}3\times\cos 63°$
donc $GD\approx 2{,}4$ (valeur arrondie au dixième près)

Exercice 3 :

La hauteur de cet arbre était : PC + CS.
Déterminons ces 2 longueurs.

SC= ?
Le triangle PCS est rectangle en P.

$$\cos\hat{S}=\frac{SP}{SC}$$

$$\cos 25°=\frac{4{,}5}{SC}$$

$$SC=\frac{4{,}5}{\cos 25°}$$

PC= ?
Le triangle PCS est rectangle en P.

$$\tan\hat{S}=\frac{PC}{SP}$$

$$\tan 25°=\frac{PC}{4{,}5}$$

$$PC=4{,}5\times\tan 25°$$

Hauteur :

$$Hauteur = PC + CS$$

$$Hauteur = \frac{4,5}{\cos 25°} + 4,5 \times \tan 25°$$

$$Hauteur \approx 7,1\,m\,(valeur\ arrondie\ au\ dm\ près)$$

Avant la tempête, l'arbre mesurait environ 7,1 m.

<u>Exercice :</u>

1/

Le triangle BAC est rectangle en B.

$$\tan \widehat{C} = \frac{AB}{CB}$$

$$\tan \widehat{C} = \frac{10}{100}$$

On utilise la touche « arctan » de la calculatrice.

$\widehat{C} \approx 6°$ (valeur arrondie au degré près)

2/

Panneau A :

Le triangle BAC est rectangle en B.

$$\tan \widehat{C} = \frac{AB}{CB}$$

$$\tan \widehat{C} = \frac{15}{100}$$

On utilise la touche « arctan » de la calculatrice.

$\widehat{C} \approx 9°$ (valeur arrondie au degré près)

Panneau B :

Le triangle BAC est rectangle en B.

$$\tan \widehat{C} = \frac{AB}{CB}$$

$$\tan \widehat{C} = \frac{1}{5}$$

On utilise la touche « arctan » de la calculatrice.

$\widehat{C} \approx 11°$ (valeur arrondie au degré près)

Le panneau qui indique la plus forte pente est le panneau B car 11° > 9°.

TRANSLATION

<u>Exercice 1 :</u>

1/ Dans la translation qui transforme la cocotte 1 en la cocotte 8, l'image de la cocotte 2 est la cocotte 7.

2/ Dans la translation qui transforme la cocotte 11 en la cocotte 7, l'image de la cocotte 16 est la cocotte 14.

TRANSLATION (suite)

Exercice 3 :

1/ L’image du triangle 1 par la symétrie axiale d’axe (d) est le triangle 3.

2/ L’image du triangle 1 par la symétrie centrale de centre A est le triangle 5.

3/ L’image du triangle 1 par la translation de vecteur ... (ajouter 2 points sur la figure) est le triangle 2.

4/ Le triangle 1 a pour image le triangle 4 par la rotation de centre A, d’angle 90° et dans le sens inverse des aiguilles d’une montre.

NOTION DE FONCTION : VOCABULAIRE, NOTATION

Exercice 1 :

1/

Je calcule $g(5)=4\times5-9=20-9=11$
L’image de 5 par la fonction g est 11.

2/

Je calcule $g(-1)=4\times(-1)-9=-4-9=-13$
L’image de -1 par la fonction g est -13.

3/

x	-2	0	1	2	6
$g(x)$	-17	-9	-5	-1	15

4/

Je cherche x tel que :

$$g(x)=25$$
$$4x-9=25$$
$$4x-9+9=25+9$$
$$4x=34$$
$$\frac{4x}{4}=\frac{34}{4}$$
$$x=\frac{34}{4}(\textit{écriture fractionnaire})$$
$$x=\frac{17\times2}{2\times2}$$
$$x=\frac{17}{2}(\textit{écriture fractionnaire irréductible})$$
$$x=8,5(\textit{écriture décimale})$$

25 a un seul antécédent par la fonction g qui est $\frac{17}{2}=8,5$.

Exercice 2 :

1/ L’image de 5 par la fonction h est -8.

2/ 7 est un antécédent de 5 par la fonction h.

3/ $h(-8)=3$

4/ 0 et 15 sont deux antécédents de 7.

Exercice 3 :

1/

→ Choisir un nombre
→ Le multiplier par 2
→ Ajouter 7
→ Multiplier le résultat par 4
→ Soustraire 28

2/

2 → 2x2=4 → 4+7=11 → 11x4=44 → 44-28=16
Si le nombre de départ est 2 alors le résultat obtenu est 16.

3/

- 4 → 2x(-4)=-8 → - 8 + 7 = - 1 → - 1 x 4 = - 4 → - 4 – 28 = - 32
Si le nombre de départ est - 4 alors le résultat obtenu est – 32.

4/ a/

Si le nombre de départ est - 4 alors le résultat obtenu est $(2x+7)\times 4-28$.

4/ b/

$(2x+7)\times 4-28=4\times 2x+4\times 7-28=8x+28-28=8x$

5/

Le bloc qui remplace les 4 blocs est : Mettre N à réponse * 8 d'après la question 4/.

FONCTION ET REPRÉSENTATION GRAPHIQUE

Exercice 1 :

1/ L'image de 3 par la fonction h est -2.

2/ L'image de -3 par la fonction h est -3.

3/ $h(-1)\approx 1,3$

4/ Les antécédents de -2 sont environ -2,3 et 3.

5/ Les antécédents de 2 sont environ -0,6 et environ 0,6.

Exercice 2 :

1/ a/ La balle est lancée d'un hauteur de 1 m.

1/ b/ La balle retombe au sol à 10 m.

1/ c/ La hauteur maximale semble être 3 m.

2/ a/ L’image de 2 par la fonction h est environ 2,4.

2/ b/ 1,5 a deux antécédents par la fonction h qui sont environ 0,5 et environ 8,5.

3/ a/ Je calcule h(2)= - 0,1 x 2² +0,9 x 2 + 1 = - 0,1 x 4 + 0,9 x 2 + 1 = - 0,4 + 1,8 + 1 = 2,4

3/ c/ On trouve le même résultat.

FONCTIONS LINÉAIRES – FONCTIONS AFFINES

Exercice 1 :

1/ a/

$$v(x)=12+1{,}5x$$

1/ b/

$$u(x)=12-1{,}5x$$

1/ c/

$$A(x)=\frac{12\times x}{2}=6x$$

2/

La fonction v est représentée par la courbe (C2).
La fonction u est représentée par la courbe (C3).
La fonction A est représentée par la courbe (C1).

Exercice 2 :

	Coefficient directeur a	Ordonnée à l’origine b	Expression de la fonction
(d1)	-2	1	-2x+1
(d2)	0,5	0	0,5x
(d3)	1	3	x+3
(d4)	-2,5	5	-2,5x+5

Exercice 3 :

1/

$$T(4{,}810)=22-4{,}810\times6{,}5=22-31{,}265=-9{,}265$$

En haut du Mont Blanc, la température est -9,265°.

2/

$T(x)=22-6,5x$

On cherche x tel que :

$$\begin{aligned} t(x) &= -21 \\ 22-6,5x &= -21 \\ 22-6,5x+6,5x &= -21+6,5x \\ 22 &= -21+6,5x \\ 22+21 &= -21+6,5x+21 \\ 43 &= 6,5x \\ \frac{43}{6,5} &= \frac{6,5x}{6,5} \\ x &\approx 6,6 \end{aligned}$$

-21 a un seul antécédent par la fonction affine T qui est $\frac{43}{6,5}\approx 6,6$.

La température est de -21° à environ 6,6 km = 6 600 m d'altitude.

3/

$T(0,165)=22-6,5\times 0,165=22-1,0725=20,9275$

Au mont des Cats (165m), la température du ballon sera supérieure à 20°C car 20,9275 > 20.
Benoît n'a pas raison.

EFFECTIFS ET FRÉQUENCES

Exercice 1 :

En 2017

Type de pêche	Petite pêche	Grande pêche	Pêche hauturière	
Effectif	6349	5984	603	Effectif total : 12 936
Fréquence en % à 0,01 % près	Environ 49,08 %	Environ 46,26 %	Environ 4,66 %	Fréquence totale : 100 %

En 2018

Type de pêche	Petite pêche	Grande pêche	Pêche hauturière	
Fréquence à 0,001 près	0,517	0,442	1-0,517-0,442=0,041	Fréquence totale : 1

Exercice 2 :

a/

	Production (en t)	Fréquence (en%)
Bretagne	76810	45,05
PACA	1442	$\frac{1442\times 45,05}{76810}\approx 0,85$

b/

Hauts de France :

$$\frac{7,20}{100}=\frac{?}{170507}$$
$$?=\frac{7,20\times 170507}{100}\approx 12276,504\,t$$

Les Hauts de France ont produit 12 276,504 t.

EFFECTIFS ET FRÉQUENCES (suite)

Exercice 3 :

Collège Maryam Mirzakhani :

Note	0 ou 1	2;3 ou 4	5;6 ou 7	8 ; 9 ou 10	
Fréquence	? 100 % - 18,59 % - 57,69 % -22,44%=1,28 ?	18,59 %	57,69 %	22,44 %	Fréquence totale : 100 %

Collège Evariste Galois

Note	0 ou 1	2;3 ou 4	5;6 ou 7	8 ; 9 ou 10	
Fréquence	0,026	0,164	? 0,27	? 0,54	Fréquence totale : 1

1 – 0,026 – 0,164 = 0,81
0,81 : 3 = 0,27
0,27 x 2 = 0,54

Collège Jacques Hadamard

Note	0 ou 1	2;3 ou 4	5;6 ou 7	8 ; 9 ou 10	
Effectif	8	25	? 113-8-25-35=45	35	Effectif totall : 113
Fréquence	Environ 7,08 %	Environ 22,12 %	Environ 39,82 %	Environ 30,97 %	Fréquence totale : 100 %

2/

Le collège Maryam Mirzakhani est représenté par le diagramme rouge.
Le collège Evariste Galois est représenté par le diagramme bleu.
Le collège Jacques Hadamard est représenté par le diagramme jaune.

Question culture scientifique :
Maryam Mirzakhani, Evariste Galois et Jacques Hadamard sont 3 grands mathématiciens.

MOYENNE, MÉDIANE ET ÉTENDUE

Exercice 1 :

1/

$$Moyenne=\frac{3\times1+6\times2+3\times3+2\times4+0\times5+0\times6+1\times7}{3+6+3+2+0+0+1}$$
$$Moyenne=\frac{39}{15}$$
$$Moyenne=2{,}6$$

Le nombre moyen de buts est 2,6.

2/

Étendue = valeur maximale – valeur minimale = 7-1 = 6
L'étendue est 6.
Il y a un écart de 6 buts entre le match où il y a eu le plus de buts et le match où il y a eu le moins de buts.

Exercice 2 :

1/

Dimanche :
Effectif total = 6 pair
6:2=3
Les valeurs sont déjà rangées dans l'ordre croissant.
9 – 12 – 14 // 15 – 17 - 24
La médiane est $\frac{14+15}{2}=14{,}5$.

Mercredi :
Effectif total = 11 impair
11-1=10
10:2=5
Les valeurs doivent être rangées dans l'ordre croissant.
2 - 4 – 5 – 6 – 8 // 10 // 10 – 11 – 12 – 14 - 14
La médiane est 10.

2/

Le 1er avril, pendant 50% du temps, elle a vendu au maximum 10 tartelettes aux fraises par heure.

MOYENNE, MÉDIANE ET ÉTENDUE (suite)

Exercice 3 :

1/ a/

$$Moyenne=\frac{14+14+\ldots+1+1}{21}(en\, utilisant\, la\, liste\, de\, départ)$$
$$Moyenne=\frac{102}{21}$$
$$Moyenne\approx4{,}9(valeur\, arrondie\, au\, dixième\, près)$$

Le nombre moyen de médailles d’or par pays est environ 4,9.

1/ b/

Effectif total = 21 impair
21-1=20
20:2=10
1-1-1-1-1-1-2-2-2-3 // 4 // 5-5-5-5-7-8-9-11-14-14
Le nombre médian de médailles d’or est 4.

1/ c/

La moitié des pays ont eu plus de 4 médailles d’or.
La moitié des pays ont eu moins de 4 médailles d’or.

2/

La formule saisie dans la cellule L2 est : =B2+C2+D2+E2+F2+G2+H2+I2+J2+K2
ou = SOMME(B2:K2).

PROBABILITÉS – VOCABULAIRE

A vous :

Citer les issues possibles	1-2-3-4-5-6
Citer un évènement élémentaire	« Obtenir 4 »
Citer un événement certain	« Obtenir un chiffre inférieur à 6 »
Citer un événement impossible	« Obtenir 10 »
Citer deux événements contraires	P : « Obtenir un chiffre pair » et I : « Obtenir un chiffre impair »

PROBABILITÉS – CALCULS

Exercice 1 :

1/

$$P(T)=\frac{4}{8}=\frac{4\times1}{4\times2}=\frac{1}{2}$$

Léa a raison.

2/

$$P(M)=\frac{3}{8}$$

3/

L’événement contraire de l’événement M est l’événement : « Ne pas obtenir M » = « Obtenir A ou T »

$$P(non\ M)=1-\frac{3}{8}=\frac{8}{8}-\frac{3}{8}=\frac{8-3}{8}=\frac{5}{8}$$

Exercice 2 :

1/

	Garçons	filles	total
Espagnol	40-12=28	60-8=52	80
Allemand	20-8=12	8	100-80=20
Total	40	100-40=60	100

2/ a/

$$P(A)=\frac{20}{100}=\frac{20\times 1}{20\times 5}=\frac{1}{5}=0{,}2$$

2/ b/

$$P(F)=\frac{60}{100}=\frac{20\times 3}{20\times 5}=\frac{3}{5}=0{,}6$$

2/ c/

$$P(G-E)=\frac{28}{100}=0{,}28$$

3/

$$P(F\,sachant\,que\;A)=\frac{8}{20}=\frac{4\times 2}{4\times 5}=\frac{2}{5}=0{,}4$$

Exercice 3 :

1/

Deuxième 2 : 1-3-5-7-9-11

Troisième dé : 2-3-5-7-11-13

2/ a/

Zoé obtient 25 avec le troisième dé, le nombre était 5 car $5^2=25$.

2/ b/

Léo obtient un carré supérieur à celui de Zoé avec le premier dé s'il obtient 6 ou 8 ou 10 ou 12 car $2^2=4<25$ et $4^2=16<25$ et $6^2=36>25$ et $8^2=64>25$ et $10^2=100>25$ et $12^2=144>25$

La probabilité est donc : $\frac{4}{6}=\frac{2\times 2}{2\times 3}=\frac{2}{3}$

3/ a/

$$525=5\times 105=5\times 5\times 21=5\times 5\times 3\times 7$$

Mohamed a obtenu 3 ; 5 ; 5 et 7.

3/ b/

On ne peut pas savoir avec quel dé Mohamed a joué : le deuxième dé ou le troisième dé.

ALGORITHMIQUE : NOTION DE VARIABLE

Exercice 1 :

1/

Si on choisit 5 alors : $A=5\times5=25$ et $B=4\times5=20$ donc $Résultat=25-20=5$

2/

Si on choisit – 1 alors : $A=-1\times(-1)=1$ et $B=4\times(-1)=-4$ donc $Résultat=1-(-4)=1+4=5$

Exercice 2 :

1/

Si on choisit 2 alors :

$$x=2$$
$$y=2\times2=4$$
$$y=4-5=-1$$
$$z=3\times2=6$$
$$z=6+2=8$$
$$x=-1\times8=-8$$

On obtient -8.

2/

Si on choisit x alors on obtient $(2x-5)(3x+2)$ c'est à dire l'expression B.

3/

$$B=(2x-5)(3x+2)$$
$$B=2x\times3x+2x\times2-5\times3x-5\times2$$
$$B=6x^2+4x-15x-10$$
$$B=6x^2-11x-10$$

Jeanne a raison, je l'ai démontré en utilisant le calcul littéral, plus précisément le développement à l'aide de la double distributivité et la réduction.

Exercice 3 :

1/ a/

On choisit le nombre 2.

Programme 1 :

$$2$$
$$2^2=4\ et\ 4\times(-4)=-16$$
$$2\times(-4)=-8$$
$$-16+(-8)=-16-8=-24\ et\ -24+3=-21$$

Programme 2 :

$$A=2$$
$$B=2\times2=4$$
$$B=4-1=3$$
$$C=-2\times2-3=-4-3=-7$$
$$B\times C=3\times(-7)=-21$$

On constate que l'on obtient le même résultat avec les 2 programmes pour x=2.

1/ b/

On choisit le nombre -1.

Programme 1 :

$$-1$$
$$(-1)^2=1\,et\,1\times(-4)=-4$$
$$-1\times(-4)=4$$
$$-4+4=0\,et\,0+3=3$$

Programme 2 :

$$A=-1$$
$$B=2\times(-1)=-2$$
$$B=-2-1=-3$$
$$C=-2\times(-1)-3=2-3=-1$$
$$B\times C=-3\times(-1)=3$$

On constate que l'on obtient le même résultat avec les 2 programmes pour x=-1.

2/

On peut émettre la conjecture que les programmes donnent toujours le même résultat.

3/

On choisit un nombre x .

Le programme 1 donne : $-4x^2-4x+3$

Le programme 2 donne :
$$(2x-1)(-2x-3)$$
$$2x\times(-2x)-2x\times3+1\times2x+1\times3$$
$$-4x^2-6x+2x+3$$
$$-4x^2-4x+3$$

J'ai démontré ma conjecture en utilisant le calcul littéral, plus précisément le développement à l'aide de la double distributivité et la réduction.

ALGORITHMIQUE : NOTION DE VARIABLE (suite)

<u>Exercice 4 :</u>

1/

Choisir un nombre.
Multiplier ce nombre par 2.
Ajouter 3 au produit obtenu.
Diviser par 5 la somme obtenue.

2/

Si on choisit le nombre 8 alors :

$$A=8$$
$$A=2\times8=16$$
$$A=16+3=19$$
$$A=\frac{19}{5}=3{,}8$$

On obtient 3,8.

3/

Si on choisit un nombre x alors on obtient : $\frac{2x+3}{5}$

4/

On cherche x tel que :

$$\frac{2x+3}{5}=6$$
$$\frac{2x+3}{5}\times5=6\times5$$
$$2x+3=30$$
$$2x+3-3=30-3$$
$$2x=27$$
$$\frac{2x}{2}=\frac{27}{2}$$
$$x=13{,}5$$

On doit choisir 13,5 au départ si on veut obtenir 6 à la fin.

SÉQUENCES D’INSTRUCTIONS, BOUCLES, INSTRUCTIONS CONDITIONNELLES

<u>Exercice 1 :</u>

1/

On prend A=8
8 n’est pas strictement supérieur à 16 donc on applique les instructions du « sinon » :

$$B=8+3=11$$
$$A=2\times11=22$$

puis :

$$A=22-1=21$$

2/

On prend A=24
24 est strictement supérieur à 16 donc on applique les instructions du « alors » :

$B=24+1=25$
$A=2\times25=50$
puis :
$A=50-1=49$

3/

On prend A=16
16 n ‘est pas strictement supérieur à 16 donc on applique les instructions du « sinon » :
$B=16+3=19$
$A=2\times19=38$
puis :
$A=38-1=37$

Exercice 2 :

1/ a/

La variable S en début de script représente la première somme versée par Fabian en Mars

1/ b/

Le bloc d’instructions est répété 3 trois car il répète son versement en suivant son principe en avril, mai et juin.

1/ c/

La variable S en fin de script représente la somme économisée par Fabian jusqu’en juin et donc disponible pour ses vacances de juillet.

2/

On choisit S=15 (mars).

Premier passage dans la boucle (avril) :
$S=2\times15-10=30-10=20$

Deuxième passage dans la boucle (mai) :
$S=2\times20-10=40-10=30$

Troisième passage dans la boucle (juin) :
$S=2\times30-10=60-10=50$

On obtient 50.

SÉQUENCES D’INSTRUCTIONS, BOUCLES, INSTRUCTIONS CONDITIONNELLES (suite)

Exercice 3 :

1/

Le montant de la cotisation annuelle est 6€.

2/

Après avoir réglé cette cotisation, l’emprunt d’un livre revient à 0,5 € = 50 ct.

3/

Le budget dont Théo dispose est 27 €.

4/

On cherche x tel que :

$$\begin{aligned} 6+0,5x &\leq 27 \\ 6+0,5x-6 &\leq 27-6 \\ 0,5x &\leq 21 \\ \frac{0,5x}{0,5} &\leq \frac{21}{0,5} \\ x &\leq 42 \end{aligned}$$

Théo peut emprunter 42 livres au maximum dans l'année.