Correction du Brevet Blanc de Mathématiques 2017-2018

Exercice 1 (10 points)

1. A 0 heures, c'est-à-dire avant d'être mises dans la chambre froide, les trois maquettes étaient à 20 °C.

2. L'expérience a duré 100 heures. $2\ jours = 2 \times 24 = 48\ h$ et $100\ h > 48\ h$
L'expérience a donc duré plus de deux jours.

3. La maquette A met environ 56 heures pour descendre à 6 °C.
La maquette B met environ 67 heures pour descendre à 6 °C.
La maquette C met environ 51 heures pour descendre à 6 °C.
$67\ h > 56\ h > 51\ h$: c'est la maquette B qui contient l'isolant le plus performant.

4. Au bout de 35 heures, c'est la maquette B qui a la température la plus élevée : 17 ° C.
(La maquette A est à 14 ° C et la maquette C à environ 12 ° C).

Exercice 2 (8 points)

1.

Puisque tous les paniers ont la même composition et qu'il ne doit rester ni coquillage ni poisson, ce nombre de paniers cherché est un diviseur commun de 500 et 30, le plus grand possible : c'est donc le plus grand diviseur commun de 500 et 30.

On décompose 500 et 30 en produits de facteurs premiers.

$\mathbf{500} = 2 \times 250 = 2 \times 2 \times 125 = 2 \times 2 \times 5 \times 25 = \mathbf{2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5}$

$\mathbf{30} = 2 \times 15 = \mathbf{2 \times 3 \times 5}$

On en déduit que le plus grand diviseur commun de 500 et 30 est : $\mathbf{2 \times 5 = 10}$.

Antoine pourra concevoir 10 paniers.

2.

$500 \div 10 = \mathbf{50}$ et $30 \div 10 = \mathbf{3}$

Il composera 10 paniers de 50 coquillages et 3 poissons chacun.

Exercice 3 (10 points)

1.a. Le nombre choisi est 5.

- $x = 5$
- $Etape\ 1 = 3 \times x = 3 \times 5 = 15$
- $Etape\ 2 = Etape\ 1 + 5 = 15 + 5 = 20$
- $Résultat = Etape\ 2 \times 2 = 20 \times 2 = \mathbf{40}$
  Ce qui est dit à la fin est bien « J'obtiens finalement 40 ».

b. Le nombre choisi est 7.

- $x = 7$
- $Etape\ 1 = 3 \times x = 3 \times (-7) = -21$
- $Etape\ 2 = Etape\ 1 + 5 = -21 + 5 = -16$
- $Résultat = Etape\ 2 \times 2 = -16 \times 2 = \mathbf{-32}$
  Ce qui est dit à la fin est « J'obtiens finalement $\mathbf{-32}$ ».

2. Pour retrouver le nombre de départ sachant que le résultat est -8, il faut partir de la fin du programme vers le début en sens inverse :

- $Etape\ 2 = \frac{-8}{2} = -4$
- $Etape\ 1 = Etape\ 2 - 5 = -4 - 5 = -9$
- $x = \frac{-9}{3} = \mathbf{-3}$
  Julie a choisi le nombre $\mathbf{-3}$.

3. Le nombre choisi est x.

- $Etape\ 1 = 3 \times x = 3x$
- $Etape\ 2 = Etape\ 1 + 5 = 3x + 5$
- $Résultat = Etape\ 1 \times 2 = (3x + 5) \times 2 = 3x \times 2 + 5 \times 2 = \mathbf{6x + 10}$
  L'expression obtenue à la fin du programme est $\mathbf{6x + 10}$.

<u>Exercice 4</u> (12 points)

1. a.

Il y a 5 groupes de 29 souris. $5 \times 29 =$ **145. Il y a donc 145 souris en tout.**

$5 - 3 = 2.$

Il y a 3 groupes de souris vaccinées parmi les 5 groupes, donc 2 groupes de souris non vaccinées.

Dans ces 2 groupes non vaccinés, 23 souris ont développé la maladie.

$2 \times 23 = \mathbf{46}$. **46 souris ont donc développé la maladie.**

La proportion de souris malades lors de ce test est donc $\mathbf{\frac{46}{145}}$.

b.

Les décompositions en produit de facteurs premiers de 46 et 145 sont : $46 = 2 \times 23$ *et* $145 = 5 \times 29$

Ces deux décompositions permettent de dire que le seul diviseur commun à 46 et 145 est 1, on ne peut donc pas simplifier cette fraction.

2.a.

$\mathbf{140} = 2 \times 70 = 2 \times 2 \times 35 = 2 \times 2 \times 5 \times 7 = \mathbf{2^2 \times 5 \times 7}$, $2, 5, et\ 7\ s$ont premiers.

$\mathbf{870} = 2 \times 435 = 2 \times 3 \times 145 = \mathbf{2 \times 3 \times 5 \times 29}$, $2, 3, 5\ et\ 29$ sont premiers.

Les décompositions en produit de facteurs premiers de 140 et 870 sont :

$\mathbf{140 = 2^2 \times 5 \times 7\ \textit{et}\ 870 = 2 \times 3 \times 5 \times 29}$

b.

$\frac{140}{870} = \frac{2\times2\times5\times7}{2\times3\times5\times29} = \frac{2\times7}{3\times29} = \mathbf{\frac{14}{87}}$

La forme irréductible de la proportion de souris malades dans le laboratoire B est $\mathbf{\frac{14}{87}}$**.**

<u>Exercice 5</u> (17 points)

1. a.

Parmi ces 6 employés, 3 ont un IMC supérieur ou égal à 25. Il y a donc 3 personnes sur 6 en situation de surpoids ou d'obésité.

b.

La formule écrite en B3 et recopiée à droite est **=B2/(B1*B1)** **.**

2. a.

$33 - 20 = 13$ L'étendue de l'IMC dans cette entreprise est 13.

b.

IMC moyen :

$$\frac{20 \times 9 + 22 \times 12 + 23 \times 6 + 24 \times 8 + 25 \times 2 + 29 \times 1 + 30 \times 1 + 33 \times 2}{41} = \frac{949}{41} \approx \mathbf{23}$$

L'IMC moyen des employés de cette entreprise est d'environ 23.

c.

Effectif total : $41 = 20 + 1 + 20$

La valeur centrale de la série ordonnée des IMC est la 21^{e} valeur.

On additionne les effectifs :

$9 + 12 = 21$

De la 10^{e} à la 21^{e} valeur, l'IMC est 22.

L'IMC médian est donc 22.

Au moins la moitié des salariés ont un IMC inférieur ou égal à 22, et au moins la moitié des salariés ont un IMC supérieur ou égal à 22.

d.

$2 + 1 + 1 + 2 = 6.$

Il y a 6 personnes en situation de surpoids ou d'obésité dans cette entreprise, c'est-à-dire avec un IMC supérieur ou égal à 25.

$$\frac{6}{41} \times 100 \approx 14{,}6 \qquad et \qquad 14{,}6\ \% > 5\%$$

Environ 14,6 % des employés de cette entreprise sont en situation de surpoids ou d'obésité, donc plus de 5 %. L'affirmation du magazine est vraie pour cette entreprise.

Exercice 6 (7 points)
Le fond de la remorque est un rectangle de longueur 1 800 mm et de largeur 1 350 mm.
Comme la longueur du fusil, 2 100 mm, est supérieure à ces deux dimensions, on calcule la longueur ***D*** de la diagonale de la remorque.
Dans le triangle rectangle de côtés d'angle droit de longueurs 1 800 mm et 1 350 mm, on applique le théorème de Pythagore :
$D^2 = 1\,800^2 + 1\,350^2$
$D^2 = 3\,240\,000 + 1\,822\,500$
$D^2 = 5\,062\,500$
$D = \sqrt{5\,062\,500}$
$\boldsymbol{D = 2\,250\ mm}$
Comme $2\,250\ mm > 2\,100\ mm$, le fusil pourra donc être placé à plat au fond de la remorque.

Exercice 7 (11 points)
1.a.
- Nombre de généraux : 1
- Nombre de colonels : 5
- Nombre de capitaines : $5 \times 5 = 5^2$
- Nombre de lieutenants : $5 \times 5 \times 5 = 5^3$
- Nombre de sergents : $5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$
- **Nombre de soldats** $\boldsymbol{= 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 25 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^6 = 15\,625}$
  Le nombre total de soldats de cette armée est $\boldsymbol{5^6}$ou 15 625.

b.
D'après ce qui précède, l'effectif total de cette armée est :
$1 + 5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + 15\,625 = 1 + 5 + 25 + 125 + 625 + 15\,625 = \mathbf{16\,406}$
L'effectif total de cette armée est 16 406 fourmis.

c.
$10^4 = 10\,000\ et\ 10^5 = 100\,000\ ;\ 10^4 < 16\,406 < 10^5$
L'exposant minimum de la puissance de 10 correspondant à l'effectif des termites pour que ceux-ci soient plus nombreux que les fourmis est 5.

2.

$A = \dfrac{2 \times 10^7 \times 35 \times 10^{-3}}{5 \times (10^3)^4}$
$A = \dfrac{2 \times 35}{5} \times \dfrac{10^7 \times 10^{-3}}{(10^3)^4}$
$A = \dfrac{70}{5} \times \dfrac{10^{7+(-3)}}{10^{3\times4}}$
$A = 14\ \times \dfrac{10^4}{10^{12}}$
$A = 20\ \times\ 10^{4-12}$
$A = 14\ \times\ 10^{-8}$
$A = 1{,}4\ \times 10^1 \times\ 10^{-8}$
$A = 1{,}4\ \times\ 10^{1+(-8)}$
$\boldsymbol{A = 1{,}4\ \times\ 10^{-7}}$ **Ecriture scientifique de A**
$\boldsymbol{A = 0{,}000\,000\,14}$ **Ecriture décimale de A**

<u>Exercice 8</u> (15 points)

1.

$$\boldsymbol{Aire\ PAS} = \frac{PA \times AS}{2} = \frac{30 \times 18}{2} = \frac{540}{2} = \mathbf{270\ m^2}$$

Un sac couvre une surface d'environ 140 m^2, et deux sacs : $2 \times 140 = 280\ m^2$.

$140\ m^2 < 270\ m^2 < 280\ m^2$: deux sacs sont donc nécessaires.

$2 \times 13{,}90 = \mathbf{27{,}80}$ €

La commune doit donc prévoir un budget de 27,80 euros pour semer du gazon sur la zone de jeux pour enfants.

2.a.

Les droites (CS) et (RA) sont sécantes en P.

Les droites (AS) et (RC) sont perpendiculaires à la même droite, (PR), elles sont donc parallèles entre elles.

D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{PA}{PR} = \frac{PS}{PC} = \frac{AS}{RC} \qquad \boldsymbol{PR} = PA + AR = 30 + 10 = \mathbf{40\ m}$$

$$\frac{30}{40} = \frac{PS}{PC} = \frac{18}{RC} \qquad \frac{30}{40} = \frac{18}{RC} \quad d'où \quad RC = \frac{18 \times 40}{30} \qquad \boldsymbol{RC = 24\ m}$$

b.

$$\boldsymbol{Aire\ PRC} = \frac{PR \times RC}{2} = \frac{40 \times 24}{2} = \frac{960}{2} = \mathbf{480\ m^2}$$

$$\boldsymbol{Aire\ skatepark = Aire\ PRC - Aire\ PAS = 480 - 270 = 210\ m^2}$$

Le skatepark a une aire de 210 m^2.