SOMMAIRE :

N 1

LECTURE ET ÉCRITURE DES NOMBRES DÉCIMAUX

I. A L'AIDE D'UNE ECRITURE DECIMALE (6ème)

Unités de millions	Centaines de mille	Dizaines de mille	Unités de mille	Centaines	Dizaines	Unités	Dixièmes	Centièmes	Millièmes	Dix millièmes
				4	7	2 ,	4	8	3	

Écriture décimale →

virgule

472,483 = (4 x 100) + (7 x 10) + (2 x 1) + (4 x 0,1) + (8 x 0,01) + (3 x 0,001)

chiffre des centaines

chiffre des dizaines

chiffre des unités

chiffre des dixièmes

chiffre des centièmes

chiffre des millièmes

On écrit : $472{,}483 = \underbrace{472}_{\text{partie entière}} + \underbrace{0{,}483}_{\text{partie décimale}}$

Remarques :

* Un nombre décimal a une infinité d'écritures décimales : 3,7 = 3,70 = 3,700 = 03, 70 …
Ces zéros sont appelés zéros inutiles.

* Un nombre entier est un nombre décimal particulier : 74 = 74,0 = 74, 000 = …
Sa partie décimale est égale à zéro.

II. A L'AIDE D'UNE FRACTION DECIMALE (6ème)

Définition : Une fraction décimale est une fraction dont le dénominateur est 1, 10, 100 … et dont le numérateur est un nombre entier.

Exemples :

un dixième

$\frac{1}{10}=0{,}1$

un centième

$\frac{1}{100}=0{,}01$

quarante trois centièmes

numérateur

$\frac{43}{100}=0{,}43$

dénominateur

N 2

COMPARER, RANGER ET ENCADRER
VALEURS APPROCHÉES

I. COMPARER ET RANGER (6ème)

1. Comparer.

Définition : Comparer deux nombres, c'est montrer qu'ils sont égaux ou que l'un est plus grand que l'autre.

Remarque : On utilise les symboles > pour « plus grand que » et < pour « plus petit que ».

Méthode :
Pour comparer deux nombres :
* on compare leurs parties entières ;
* si leurs parties entières sont égales, alors :
  - on compare leurs chiffres des dixièmes, puis si nécessaire, leurs chiffres des centièmes …
  - ou on peut aussi rajouter des zéros dans la partie décimale de l'un des deux nombres afin d'obtenir le même nombre de chiffres après la virgule et ainsi comparer les parties décimales.

Exemples : Comparer les nombres : 3,5 et 3,50 ; 4,51 et 4,54.

- 3,5 = 3,50 les nombres 3,5 et 3,50 sont égaux.
- 4,51 < 4,54 car 1 < 4

2. Ranger.

Définition : Ranger une liste de nombres :
* les ranger du plus grand au plus petit : ordre décroissant ;
* les ranger du plus petit au plus grand : ordre croissant .

Exemples : ranger la liste de nombres suivants : 22,3 ; 15 ;17,5.

ordre croissant : 15 < 17,5 < 22,3 ;

ordre décroissant : 22,3 > 17,5 > 15.

II. VALEURS APPROCHÉES (6ème)

1. Encadrer.

Définition : Encadrer un nombre, c'est trouver un nombre plus petit et un nombre plus grand que celui-ci .

Exemples :

- Encadrer 24, c'est trouver deux nombres :
  * un plus petit : par exemple 22 ;
  * un plus grand : par exemple 30.

  On écrit alors : 22 < 24 < 30 on a donc encadré le nombre 24 entre les nombres 22 et 30.

  Ce type d'encadrement n'est pas très utile, on préfère encadrer à la dizaine, à l'unité, au dixième … c'est-à-dire que la différence entre le plus grand nombre et le plus petit doit être égale à 10 (dizaine), à 1 (unité), à 0,1 (dixième)…

- Encadrer 24,56 à la dizaine, puis à l'unité et au dixième.
  * à la dizaine : 20 < 24,56 < 30 et 30 – 20 = 10
  * à l'unité : 24 < 24,56 < 25 et 25 – 24 = 1
  * au dixième : 24,5 < 24,56 < 24,6 et 24,6 – 24,5 = 0,1

2. Valeurs approchées.

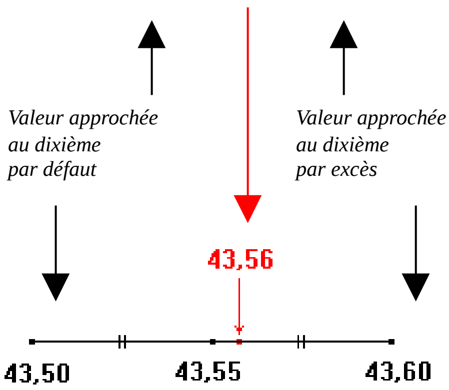
Définition :
* On dit que 20 est la valeur approchée par défaut de 24,56 à la dizaine, que 24 est la valeur approchée par défaut de 24,56 à l’unité et que 24,5 est la valeur approchée par défaut de 24,56 au dixième.
On appelle aussi cette valeur la troncature du nombre.

* On dit que 30 est la valeur approchée par excès de 24,56 à la dizaine, que 25 est la valeur approchée par excès de 24,56 à l’unité et que 24,6 est la valeur approchée par excès de 24,56 au dixième.

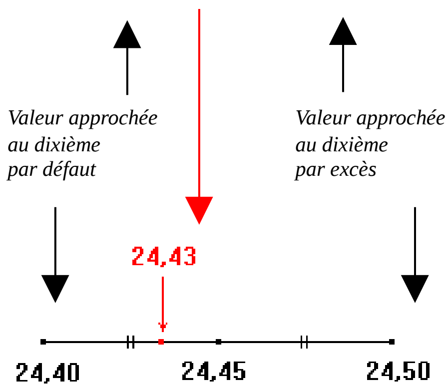
Définition : L’arrondi d’un nombre est la valeur la plus proche entre sa valeur approchée par excès et sa valeur approchée par défaut.

Exemple : Trouver l’arrondi au dixième des nombres 43,56 et 24,43.

$43,5 < 43,56 < 43,6$



$24,4 < 24,43 < 24,5$



Arrondi de 43,56 au dixième : 43,6

Car 43,56 est plus proche de 43,6

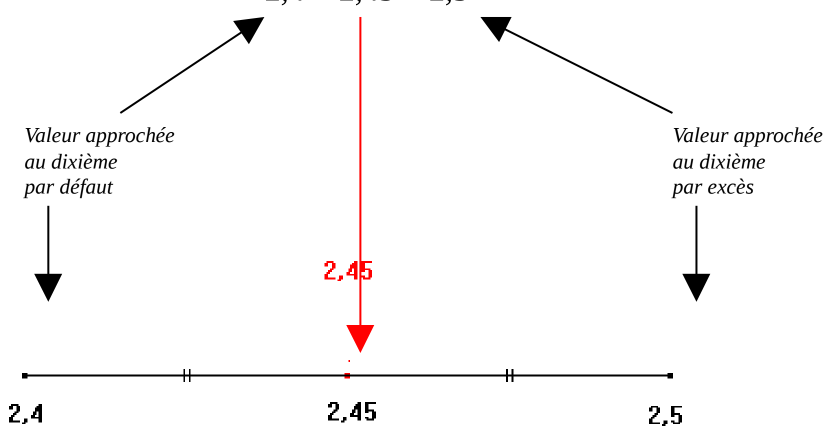
Arrondi de 24,43 au dixième : 24,4

Car 24,43 est plus proche de 24,4

Remarque : Si le nombre est au milieu du segment, alors on prendra comme arrondi du nombre sa valeur approchée par excès.

Exemple : Donner l’arrondi au dixième du nombre 2,45.

$2,4 < 2,45 < 2,5$



Arrondi de 2,45 au dixième : 2,5 car 2,45 est au milieu de 2,4 et 2,5.

N 3 # OPÉRATIONS

I. Addition :

Définitions : On appelle **somme** de deux nombres le résultat de l'addition de ces deux nombres. On appelle **termes** de la somme les nombres que l'on additionne.

Exemple : 51,6 + 89,75 = 141,35 141,35 est la **somme** ; 51,6 et 89,75 sont les **termes**.

Il y a trois manières de calculer la somme : à la main (en la posant), à la calculatrice, de tête (mentalement). Pour poser l'opération, il faut aligner les différents chiffres sur la verticale (unités avec unités, virgule avec virgule, dixièmes avec dixièmes, …).

Exemple :

$$\begin{array}{r} 51{,}6 \\ +\ 89{,}75 \\ \hline 141{,}35 \end{array}$$

On contrôle le résultat en calculant un ordre de grandeur de la somme : 50 + 90 = 140

Propriétés : S'il y a plusieurs addition, on peut calculer en changeant l'ordre des termes et leur sens.

Exemple : 1,5 + 15 + 8,5 + 5 = 1,5 + 8,5 + 15 + 5 = 10 + 20 = 30

II. Soustraction :

Définitions : On appelle **différence** de deux nombres le résultat de la soustraction de ces deux nombres. On appelle **termes** de la différence les nombres que l'on soustrait.

Exemple : 141,35 - 51,6 = 89,75 89,75 est la **différence** ; 141,35 et 51,6 sont les **termes**.

Il y a trois manières de calculer la différence : à la main (en la posant), à la calculatrice, de tête (mentalement). Pour poser l'opération, il faut aligner les différents chiffres sur la verticale (unités avec unités, virgule avec virgule, dixièmes avec dixièmes, …).

Exemple :

$$\begin{array}{r} 141{,}35 \\ -\ 51{,}6 \\ \hline 89{,}75 \end{array}$$

On contrôle le résultat en calculant un ordre de grandeur de la différence : 140 - 50 = 90

Attention : On ne peut calculer en changeant l'ordre des termes et leur sens.

III. Multiplication et division par 10 ; 100 ; 1 000...

Pour multiplier par :	on décale les chiffres de :
10	1 rang vers la gauche.
100	2 rangs vers la gauche.
1 000	3 rangs vers la gauche.

Exemples :

0,47 × 10 = 4,7

35 × 100 = 35,00 × 100 = 3 500

9,82 × 1 000 = 9,820 × 1 000 = 9 820

Pour diviser par :	on décale les chiffres de :
10	1 rang vers la droite.
100	2 rangs vers la droite.
1 000	3 rangs vers la droite.

Exemples :

27 ÷ 10 = 27,0 ÷ 10 = 2,7

456,5 ÷ 100 = 4,565

0,3 ÷ 1 000 = 0000,3 ÷ 1 000 = 0,0003

IV. Multiplication :

1. Définition

On appelle **produit** de deux nombres le résultat de la multiplication de ces deux nombres. On appelle **facteurs** de la somme les nombres que l'on multiplie.

Exemple : 4,4 x 2,6 = 11,44 11,44 est le **produit** ; 4,4 et 2,6 sont les **facteurs**.

Il y a trois manières de calculer le produit : à la main (en la posant), à la calculatrice, de tête (mentalement).

2. Multiplication par 0,1 ; 0,01 ; 0,001

Multiplier par :	c'est diviser par :
0,1	10 car $0{,}1 = \frac{1}{10}$.
0,01	100 car $0{,}01 = \frac{1}{100}$.
0,001	1 000 car $0{,}001 = \frac{1}{1\,000}$.

Exemples :

$78 \times 0{,}1 = 7{,}8$

$3{,}5 \times 0{,}01 = 003{,}5 \times 0{,}01 = 0{,}035$

$56{,}2 \times 0{,}001 = 0056{,}2 \times 0{,}001 = 0{,}0562$

3. Multiplication de deux nombres décimaux :

Pour effectuer la multiplication de deux nombres décimaux :

- On effectue la multiplication comme si les nombres étaient entiers ;
- On ajoute les nombres de chiffres des parties décimales de chacun ;
- On place la virgule dans le résultat précédent pour que le produit ait ce nombre de chiffres en partie décimale.

Exemple :

```
      4 , 4      1 chiffre après la virgule
  x   2 , 6      1 chiffre après la virgule
  ---------
    2 6 4
    8 8 0
  ---------
  1 1, 4 4       2 chiffres après la virgule (1 + 1)
```

On contrôle le résultat en calculant un ordre de grandeur de la somme : 4 x 3 = 12

Propriétés : S'il y a plusieurs multiplication, on peut calculer en changeant l'ordre des facteurs et leur sens.

Exemple : 5 x 0,25 x 2 x 4 = 5 x 2 x 0,25 x 4 = 10 x 0,25 x 4 = 2,5 x 4 = 10

Attention : Quand on effectue une multiplication, on n'obtient pas toujours un nombre plus grand.

Exemple : 9,5 x 0,6 = 5,7

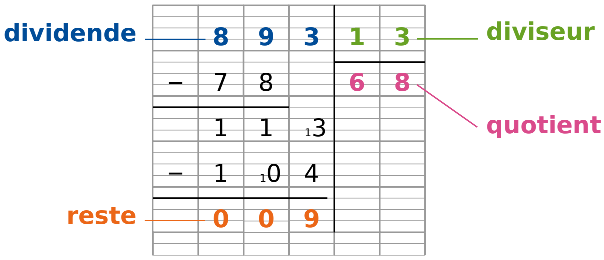
V. Division :

1) Division euclidienne :

Règle

Dans une division euclidienne, on a toujours :
dividende = (**diviseur** × **quotient**) + **reste** avec **reste** < **diviseur**.

Exemple 1 : Pose la division de 893 par 13.



893 = (**13** × **68**) + **9** avec **9** < **13**

2) Multiples et diviseurs d'un nombre entier

- Après avoir effectué la division euclidienne de 3 577 par 49, on obtient 3 577 = **49** × **73**.
- Le reste étant nul, 3 577 est un **multiple de** 49 (et de 73 aussi !).
- On dit également que 3 577 est **divisible par** 49 ou que 49 est un **diviseur de** 3 577 ou que 49 **divise** 3 577.

3) Critères de divisibilité

Règles

- Un nombre entier est **divisible par 2** si son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8.
- Un nombre entier est **divisible par 5** si son chiffre des unités est 0 ou 5.
- Un nombre entier est **divisible par 4** si le nombre formé par son chiffre des dizaines et son chiffre des unités (dans cet ordre) est un multiple de 4.
- Un nombre entier est **divisible par 3** si la somme de ses chiffres est un multiple de 3.
- Un nombre entier est **divisible par 9** si la somme de ses chiffres est un multiple de 9.

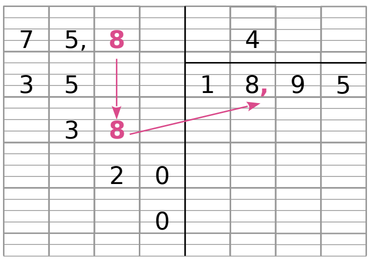
Exemple : On considère le nombre 23 928. Est-il divisible par 2, 5, 4, 3 et 9 ?

- Son chiffre des unités est 8 donc 23 928 est **divisible par 2**.
- Son chiffre des unités n'est ni 0 ni 5 donc 23 928 n'est **pas divisible par 5**.
- Le nombre formé par son chiffre des dizaines et son chiffre des unités est 28 qui est divisible par 4 donc 23 928 est **divisible par 4**.
- La somme de ses chiffres : 2 ó 3 ó 9 ó 2 ó 8 soit 24 est un multiple de 3 donc 23 928 est **divisible par 3**.
- La somme de ses chiffres : 2 ó 3 ó 9 ó 2 ó 8 soit 24 n'est pas un multiple de 9 donc 23 928 n'est **pas divisible par 9**.

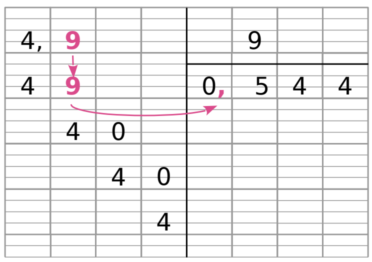
4) Division décimale :

Définition : Effectuer la **division décimale** de deux nombres, c'est trouver la valeur exacte ou une valeur approchée du **quotient** de ces deux nombres.

Exemples : Effectue la division de 75,8 par 4 puis celle de 4,9 par 9.



Dès que l'on abaisse le chiffre des dixièmes du dividende, on place la virgule dans le quotient.



Le nombre 18,95 est **la valeur exacte** du quotient de 75,8 par 4.

Le nombre 0,544 est **une valeur approchée** au millième du quotient de 4,9 par 9.

N 4 — Priorités opératoires - parenthèses

Les priorités opératoires sont l'ensemble des règles qui permettent de faire un calcul comportant plusieurs opérations.

I. Succession d'additions et de soustractions

Règle 1 : Dans une succession d'additions et de soustractions, on effectue les calculs de gauche à droite.

Exemples :

$15 - 8 + 4 = 7 + 4$
$= 11$

$19 - 6 - 5 - 7 = 13 - 5 - 7$
$= 8 - 7$
$= 1$

Remarque : Cette règle s'applique aussi lors de successions de multiplications et de divisions.

Exemple :

$18 \div 6 \times 5 = 3 \times 5$
$= 15$

II. Priorités des opérations (calcul sans parenthèses)

Règle 2 : En l'absence de parenthèse, on effectue prioritairement les multiplications et les divisions avant les additions et les soustractions.

Exemples :

$9 + 7 \times 8 = 9 + 56$
$= 65$

$17 - 7 \times 2 = 17 - 14$
$= 3$

$36 \div 12 - 0{,}3 = 3 - 0{,}3$
$= 2{,}7$

III. Priorités des opérations avec parenthèses

Règle 3 : Dans une succession d'opérations comportant des parenthèses, on effectue prioritairement les calculs entre parenthèses, en commençant par les parenthèses les plus « intérieures ».

Exemples :

$51 - (12 - 5) \text{ x } 3 = 51 - 7 \text{ x } 3$
$= 51 - 21$
$= 30$

$12 \text{ x } (12 - (5 - 3)) = 12 \text{ x } (12 - 2)$
$= 12 \text{ x } 10$
$= 120$

IV. Expression avec un quotient

Convention : Lorsqu'un quotient est exprimé en écriture fractionnaire, les expressions figurant au numérateur et au dénominateur sont écrites sans parenthèse.

Exemples :

- $\dfrac{12 + 8}{2 \times 5}$ se calcule comme $(12 + 8) \div (2 \times 5)$, c'est à dire : $\dfrac{12 + 8}{2 \times 5} = \dfrac{20}{10} = 2$

- $\dfrac{3 + 4 \times 3}{20 - 15 \div 3}$ se calcule comme $(3 + 4\times3) \div (20 - 15\div3)$,

  c'est à dire : $\dfrac{3 + 4 \times 3}{20 - 15 \div 3} = \dfrac{3 + 12}{20 - 5} = \dfrac{15}{15} = 1$

V. Lire et écrire une expression

Vocabulaire : Une expression est :

- une **somme**, si la dernière opération à effectuer est une **addition** ;
- une **différence**, si la dernière opération à effectuer est une **soustraction** ;
- un **produit**, si la dernière opération à effectuer est une **multiplication** ;
- un **quotient**, si la dernière opération à effectuer est une **division**.

Exemples :

- 3 + 2 x 3 est une somme, car la dernière opération à effectuer est une addition ;

  dernière opération à effectuer

- (3 + 2) x 3 est un produit, car la dernière opération à effectuer est une multiplication.

  dernière opération à effectuer

N 05 — ÉCRITURE FRACTIONNAIRE

Partie 6ème

I. ECRITURE FRACTIONNAIRE

Soient a et b deux nombres entiers avec b non nul ($b \neq 0$).

I. Quotient de deux nombres entiers

La fraction $\frac{a}{b}$ est le quotient de a par b. a est le numérateur de la fraction et b est le dénominateur. Soit $\frac{a}{b} = a \div b$.

Exemple : $\frac{4}{3}$ c'est $4 \div 3$.

II. Fraction et partage

La fraction $\frac{a}{b}$ est le produit de a par $\frac{1}{b}$. Soit $\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$.

Exemple : $\frac{4}{3}$ c'est $4 \times \frac{1}{3}$.

III. Nombre fraction

La fraction $\frac{a}{b}$ est le nombre qui, multiplié par b, donne a. Soit $\frac{a}{b} \times b = a$.

Exemple : $\frac{4}{3}$ c'est le nombre tel que $3 \times \frac{4}{3} = 4$.

IV. Écriture fractionnaire et écriture décimale

Un **nombre décimal** peut toujours s'écrire sous forme fractionnaire.

Exemple : $5{,}42 = \frac{542}{100}$.

Un **nombre en écriture fractionnaire** n'a pas toujours une écriture décimale exacte.

Exemples :

a. $\frac{8}{5} = 8 \div 5 = 1{,}6$ donc $\frac{8}{5}$ est un **nombre décimal** et a pour écriture décimale 1,6.

b. $\frac{3}{7}$ n'a pas d'écriture décimale exacte car la division de 3 par 7 ne s'arrête jamais.

3								7
3	0							0, **4** 2 8 5 7 1 **4**
	2	0						
		6	0					
			4	0				
				5	0			
					1	0		
						3	0	
							2	

$\frac{3}{7}$ n'est donc **pas un nombre décimal**.

On ne peut en donner que des valeurs décimales approchées ou des encadrements.

- 0,42 est une valeur approchée par défaut au centième de $\frac{3}{7}$. On écrit $\frac{3}{7} \approx 0{,}42$.
- 0,429 est une valeur approchée par excès au millième de $\frac{3}{7}$. On écrit $\frac{3}{7} \approx 0{,}429$.
- $0 < \frac{3}{7} < 1$ et $0{,}4 < \frac{3}{7} < 0{,}5$ sont des encadrements de $\frac{3}{7}$.

II. EGALITE DE FRACTIONS

On obtient des fractions égales en multipliant ou en divisant le numérateur et le dénominateur par un même nombre non nul.

$$\frac{a}{b} \overset{\boxed{\text{x } k}}{\underset{\boxed{\text{x } k}}{=}} \frac{ka}{kb}$$

Exemples : $\frac{2}{3} \overset{\boxed{\text{x } 3}}{\underset{\boxed{\text{x } 3}}{=}} \frac{6}{9}$

$$\underbrace{\frac{ka}{kb} \overset{\boxed{:\, k}}{\underset{\boxed{:\, k}}{=}} \frac{a}{b}}_{\text{Ceci s'appelle une simplification.}}$$

Exemples : $\underbrace{\frac{16}{24} \overset{\boxed{:\, 2}}{\underset{\boxed{:\, 2}}{=}} \frac{8}{12} \overset{\boxed{:\, 2}}{\underset{\boxed{:\, 2}}{=}} \frac{4}{6} \overset{\boxed{:\, 2}}{\underset{\boxed{:\, 2}}{=}} \frac{2}{3}}_{\text{On a simplifié } \frac{16}{24}\text{.}}$

III. MULTIPLIER PAR $\frac{a}{b}$

Exemple : **Calculer les $\frac{3}{5}$ de 60 .**

Dans l'expression « les $\frac{3}{5}$ de 60 », le mot « de » représente une multiplication.

$\frac{3}{5}$ de 60 = $\frac{3}{5}$ x 60 Pour effectuer ce calcul on a 3 méthodes :

1ère méthode : *On multiplie d'abord*

$$\frac{3}{5}\times 60=(3\times 60)\div 5=180\div 5=36$$

2ème méthode : *On divise d'abord*

$$\frac{3}{5}\times 60=3\times(60\div 5)=3\times 12=36$$

3ème méthode : *On remplace la fraction par un nombre décimal (si c'est possible)*

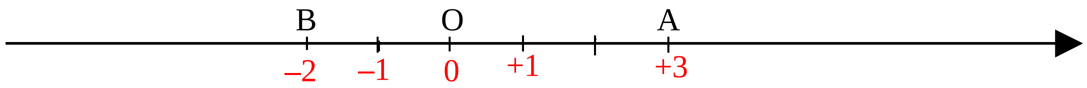
$$\frac{3}{5}\times 60=(3\div 5)\times 60=0,6\times 60=36$$

Remarque : Cette 3ème méthode n'est possible que si la fraction a une écriture décimale.

N 50 — COORDONNEES DANS UN REPERE

I- REPERAGE SUR UNE DROITE GRADUEE (6ème)

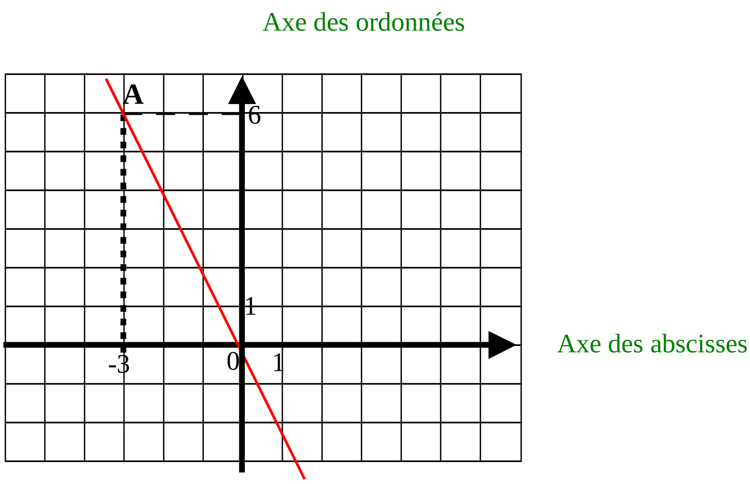
Pour avoir une droite graduée (ou axe) il faut choisir :
- une origine
- une unité
- un sens de graduation



Chaque point d’une droite graduée est repéré par un nombre appelé son abscisse .
Le point B a pour abscisse : – 2

II- REPERAGE DANS LE PLAN (5ème)

On repère un point dans un plan en traçant deux droites perpendiculaires et en les graduant à partir de leur intersection.



Chaque point du plan est repéré par deux nombres
Le 1er nombre est l’abscisse du point
Le 2ème nombre est l’ordonnée du point
Les deux nombres sont les coordonnées du point.

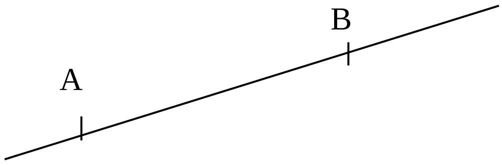
On note : A (– 3 ; + 6)

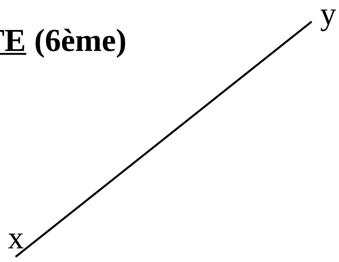
abscisse ordonnée

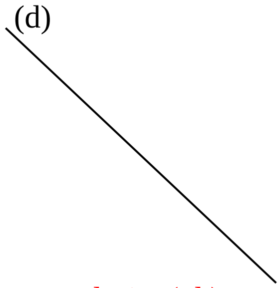
coordonnées

G 01 Vocabulaire et objets usuels de géométrie

I- DESSIN ET NOTATION D'UNE DROITE (6ème)





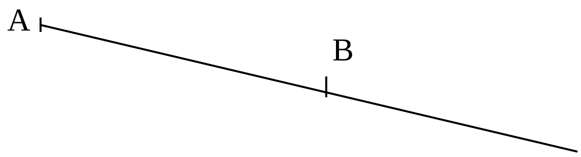


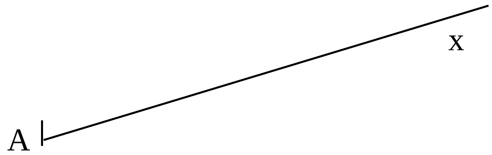
La droite passant par les points A et B
se note : (AB)

droite (xy)

droite (d)

II- DESSIN ET NOTATION D'UNE DEMI-DROITE (6ème)



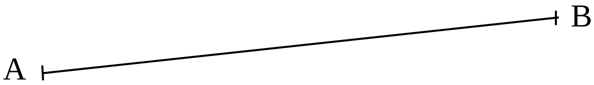


La demi-droite partant du point A et passant par le point B
se note : [AB)

demi-droite [Ax)

Le point A est l'origine de la demi-droite .

III- DESSIN ET NOTATION D'UN SEGMENT (6ème)

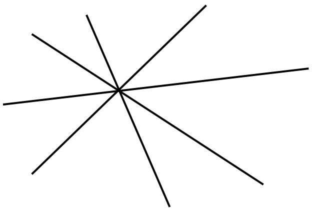


Le segment de droite reliant le point A au point B
Se note [AB]

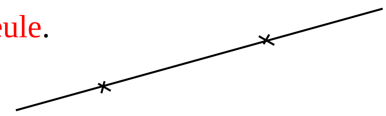
Les points A et B sont les extrémités du segment.

IV- REMARQUES (6ème)

- Par un point il passe une infinité de droites

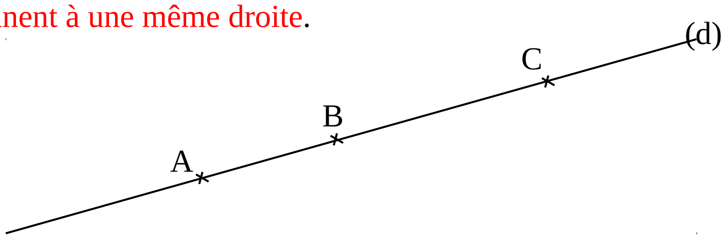


- Par deux points distincts, il passe une droite et une seule.



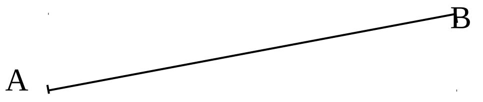
- Trois points sont alignés s'ils appartiennent à une même droite.

$\left.\begin{array}{l} A \in (d) \\ B \in (d) \\ C \in (d) \end{array}\right\}$ donc A, B et C sont alignés



Le symbole $\in$ signifie « appartient à ».

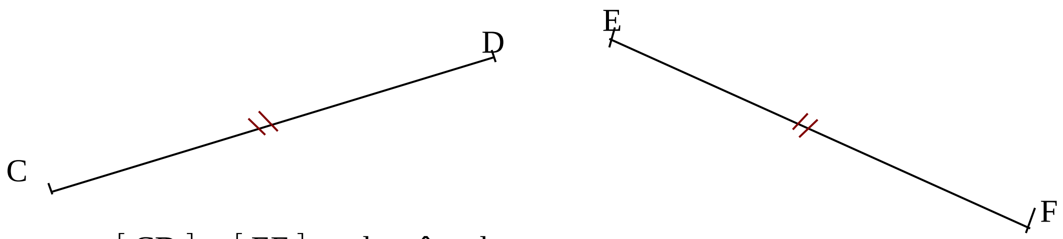
V- LONGUEUR D’UN SEGMENT (6ème)



La longueur du segment [AB] est 6,5 cm

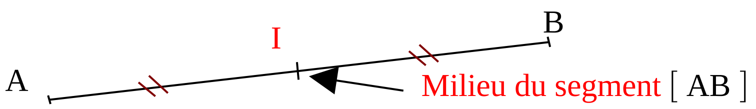
On écrit : AB = 6,5 cm
On lit : longueur du segment [AB] est 6,5 cm
Ou la distance du point A au point B est 6,5 cm.

VI- SEGMENTS SUPERPOSABLES (6ème)



Les segments [CD] et [EF] ont la même longueur.
On dit : [CD] et [EF] sont superposables.
On écrit : CD = EF
On le code sur le dessin par un signe identique sur les deux segments.

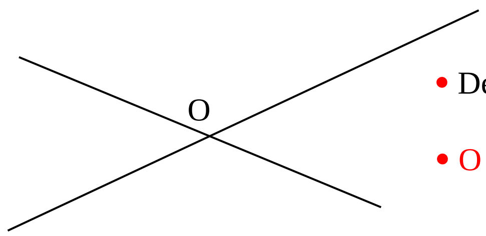
VII- MILIEU D’UN SEGMENT (6ème)



Le milieu d’un segment est le point de ce segment situé à égale distance des extrémités de ce segment.

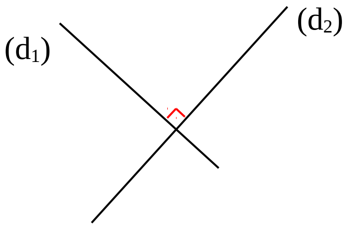
I est le milieu du segment [AB] veut dire :	IA = IB
Et	I ∈ [AB]

VIII- DROITES SECANTES (6ème)



- Deux droites sont sécantes si elles ont un point commun
- O est le point d’intersection des deux droites

<u>IX- DROITES PERPENDICULAIRES</u> (6ème)

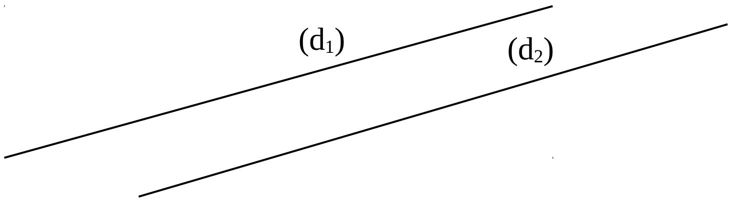


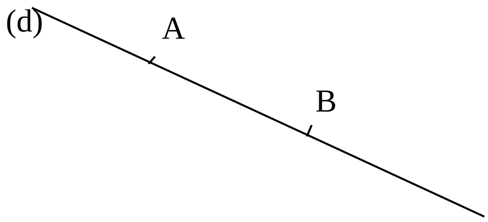
Deux droites sont perpendiculaires si elles se coupent en formant un angle droit

on note : $(d_1) \perp (d_2)$

<u>X- DROITES PARALLÈLES</u> (6ème)

Deux droites qui ne sont pas sécantes sont parallèles.





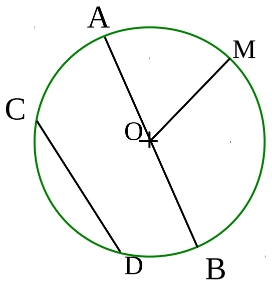
(d_1) et (d_2) sont parallèles
On note (d_1) // (d_2)

(d) et (AB) sont confondues
(d) // (AB)

G 2

CERCLES ET DISQUES

I- VOCABULAIRE (6ème)



Le point O est le centre du cercle (ou du disque).

Les segments [OM], [OA], [OB],….sont des rayons du cercle (ou du disque).

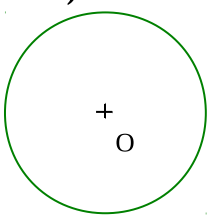
Le segment [AB] est un diamètre du cercle (ou du disque).

Les points A et B sont diamétralement opposés (ce sont les extrémités d'un diamètre).

Le segment [CD] est une corde du cercle.

II- DEFINITIONS

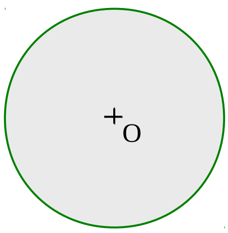
a) Cercle (6ème)



Tous les points situés à 2 cm du point fixe O , sont sur le cercle de centre O et de rayon 2 cm.

Notation : C(O ; 2 cm).

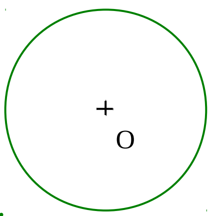
b) Disque (6ème)



Tous les points situés à une distance inférieure ou égale à 2 cm du point O sont sur le disque de centre O et de rayon 2 cm.

Notation : D (O ; 2 cm).

c) Longueur du cercle (6ème)



Longueur du cercle $= 2 \times \pi \times R$

ou $= \pi \times D$

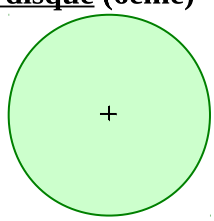
où $\pi \approx 3{,}14$ (valeur approchée)
et D : diamètre
et R : rayon

Exemple:
Calculer la longueur d'un cercle de 5 cm de rayon.

Longueur $= 2 \times \pi \times 5 = 10\,\pi$ cm valeur exactе

$\approx$ 31,4 cm valeur arrondie au dixième

d) Aire du disque (6ème)



Aire du disque $= R \times R \times \pi = R^2 \times \pi = \pi R^2$

où R : rayon

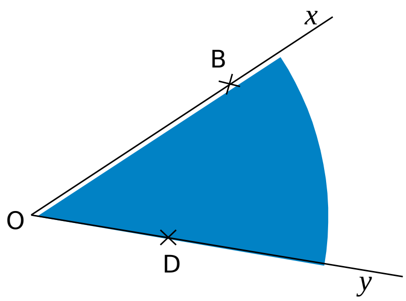
Exemple:
Calculer l'aire d'un disque de 5 cm de rayon.

Aire $= 5 \times 5 \times \pi = 25\,\pi$ cm² valeur exacte $\approx 78{,}5$ cm² valeur arrondie à 0,1 près

G 03

ANGLES

I. NOTION D'ANGLE



A - <u>Vocabulaire</u>

Définitions

- Le point O est le **sommet** de l'angle.
- Les demi-droites [O*x*) et [O*y*) sont les **côtés** de l'angle.

B - <u>Notation</u>

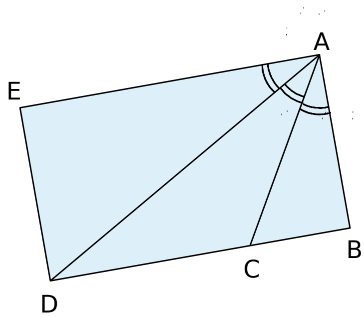
Définitions

- La portion du plan coloriée en bleu est un angle **saillant.**
- La portion du plan non coloriée est un angle **rentrant**.

Exemple : Comment se nomme l'angle bleu ?

Il peut se nommer de différentes manières (le plus souvent avec trois lettres, celle du milieu étant toujours le sommet de l'angle) : $\widehat{xOy}$ ou $\widehat{yOx}$ ou $\widehat{BOD}$ ou $\widehat{DOB}$ ou $\widehat{BOy}$ ou $\widehat{yOB}$ ou $\widehat{DOx}$ ou $\widehat{xOD}$.

C - <u>Angles de même mesure</u>



Définition

Des angles de même mesure sont codés avec le **même symbole** (comme pour les longueurs).

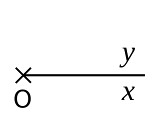
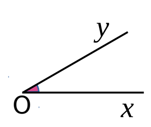
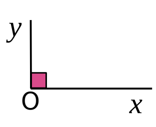
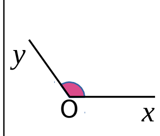
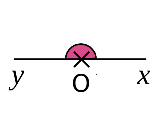
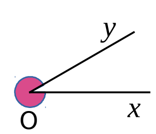
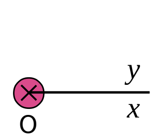
Exemple : Quels sont les angles de même mesure ?

Ces angles sont codés avec le même symbole.

On a donc : $\widehat{AED} = \widehat{ABC}$; $\widehat{EAD} = \widehat{CAB}$ et $\widehat{EDA} = \widehat{ACB}$.

II. DIFFERENTS ANGLES

On classe les angles par catégories selon leur mesure.

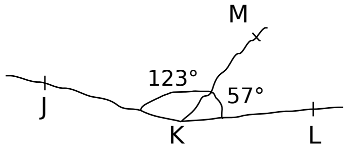
Angle	Nul	Aigu	Droit	Obtus	Plat	Rentrant	Plein
Figure							
Mesure	0°	entre 0° et 90°	90°	entre 90° et 180°	180°	entre 180° et 360 °	360°
Position des côtés	confondus		perpendi-culaires		dans le prolongement l'un de l'autre		confondus

Angles **saillants**

Propriétés Soient A, B et C trois points distincts.

- Dire que « les droites (AB) et (AC) sont **perpendiculaires** » revient à dire que « l'angle $\widehat{BAC}$ est un **angle droit** ».
- Dire que « les points A, B et C sont **alignés** » revient à dire que « l'angle $\widehat{BAC}$ est soit **nul**, soit **plat** ».

Exemple : Que dire des points J, K et L ?



$\widehat{JKL} = \widehat{JKM} + \widehat{MKL} = 123° + 57° = 180°$

L'angle $\widehat{JKL}$ est un **angle plat**.

Donc les points J, K et L sont **alignés**.

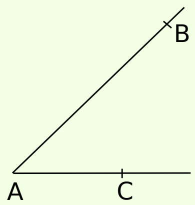
IV. Utilisation du rapporteur

Définitions

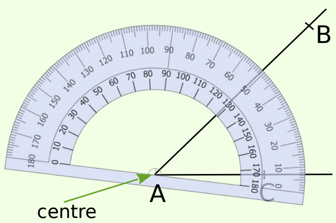
On peut mesurer « l'ouverture » d'un angle. L'unité que l'on utilise au collège est le **degré**. L'instrument qui permet de mesurer des angles est le **rapporteur**.

Remarque : Un **rapporteur** gradué en degrés a souvent une double graduation qui va de **0 à 180 degrés** et qui est source de nombreuses erreurs. Il conviendra donc de bien observer si l'angle qu'on étudie est aigu ou obtus.

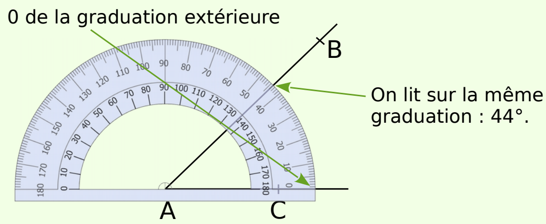
Exemple 1 : Donne la mesure de l'angle $\widehat{CAB}$.



On veut mesurer l'angle $\widehat{CAB}$.

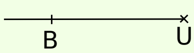


On place le **centre** du rapporteur sur le **sommet** de l'angle.

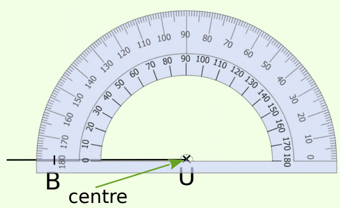


On place un zéro du rapporteur sur le côté [AC). La mesure de l'angle est donnée par l'autre côté de l'angle sur **la même échelle de graduation**.

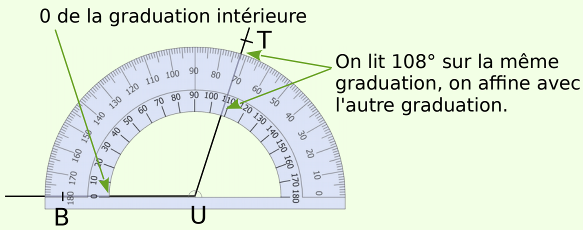
Exemple 2 : Construis un angle $\widehat{BUT}$ tel que $\widehat{BUT}$ = 108°.



On trace d'abord **une demi-droite** [UB).



On place le **centre** du rapporteur sur le point U. On place un **zéro du rapporteur** sur le côté [UB).



On marque, d'un petit **trait-repère**, 108°. On trace la demi-droite d'origine U passant par le **trait-repère**. On place un point T sur cette demi-droite.

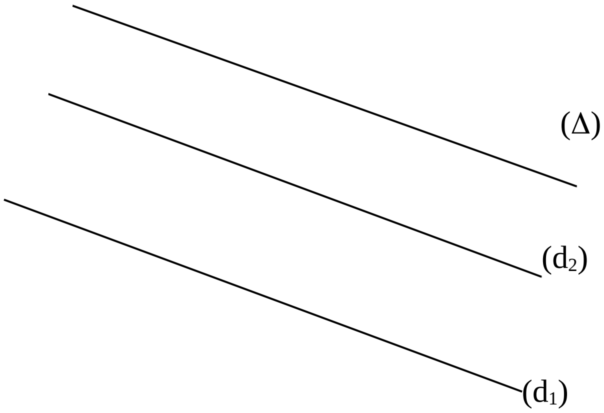
G 4

DROITES PARALLÈLES ET DROITES PERPENDICULAIRES

➢ <u>Propriété 1</u> (6ème)

<u>Si</u> deux droites sont parallèles,
<u>alors</u> toute droite parallèle à l'une est parallèle à l'autre.

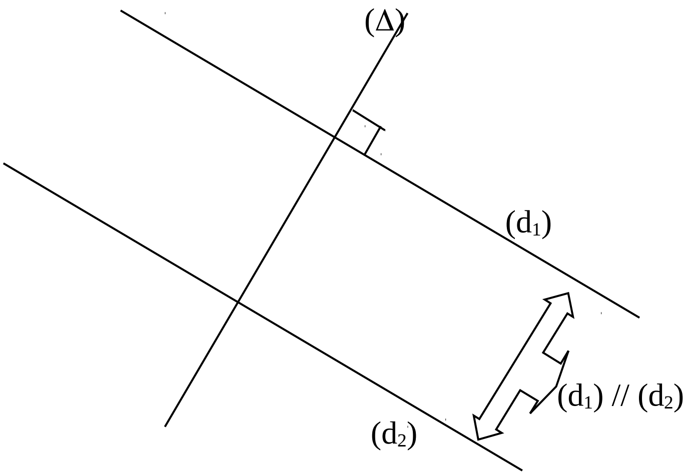
Si (d_1) // (d_2) et
si (Δ) // (d_1)
alors (Δ) // (d_2).



➢ <u>Propriété2</u> (6ème)

<u>Si</u> deux droites sont parallèles,
<u>alors</u> toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

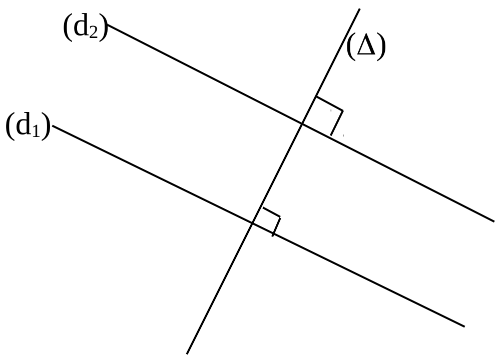
Si (d_1) // (d_2) et
Si $(\Delta) \perp (d_1)$
alors $(\Delta) \perp (d_2)$



➢ <u>Propriété 3</u> (6ème)

<u>Si</u> deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite,
<u>alors</u> ces deux droites sont parallèles entre elles.

Si $(d_1) \perp (\Delta)$ et
si $(d_2) \perp (\Delta)$
alors (d_1) // (d_2).



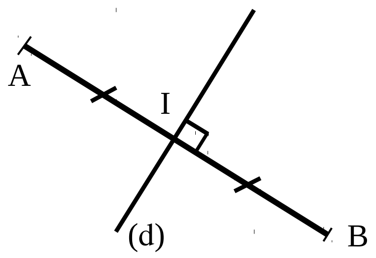
G 5 | # Médiatrice – Bissectrice – Droites remarquables

Partie 6ème :

I- Médiatrice

a) Définition

- La médiatrice d'un segment [AB] est la droite qui est perpendiculaire à la droite (AB) et qui passe par le milieu du segment [AB].

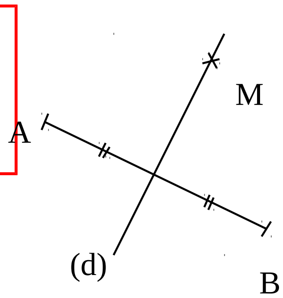


Si (d) médiatrice de [AB], alors $\begin{cases} (d) \perp (AB) \text{ et} \\ I \text{ milieu de } [AB] \end{cases}$

- La médiatrice d'un segment [AB] est l'axe de symétrie du segment [AB].
- Si (d) médiatrice de [AB], alors A et B sont symétriques par rapport à (d).

b) Propriétés

Si un point est sur la médiatrice d'un segment, alors il est équidistant des extrémités du segment.

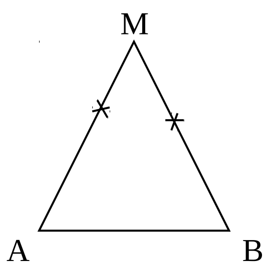


Données
(d) médiatrice de [AB]

M ∈ (d)

Conclusion
MA = MB

Si un point est équidistant des extrémités d'un segment, alors il est sur la médiatrice de ce segment.



Données
MA = MB

Conclusion
M appartient à la médiatrice de [AB].

G 10 | # TRIANGLES - TRIANGLES PARTICULIERS

PARTIE 6ème

I. Triangles

D - Généralités

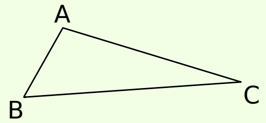
Définition

Un **triangle** est un polygone à trois côtés.

Vocabulaire

Un triangle a trois **sommets** et trois **côtés**.

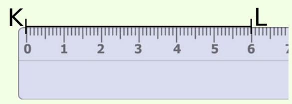
Exemple : Dans un triangle ABC, quel est le sommet opposé au côté [AB] ? Et le côté opposé au sommet A ?



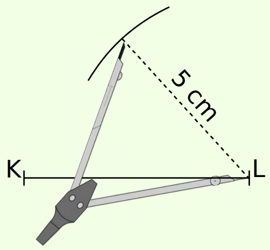
- Le **sommet opposé** au côté [AB] est le point C.
- Le **côté opposé** au sommet A est le côté [BC].

E - Construction d'un triangle

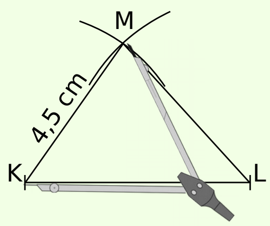
Exemple : Construis un triangle KLM tel que KL = 6 cm ; LM = 5 cm et KM = 4,5 cm.



On trace un segment [KL] de longueur 6 cm.



Le point M est à 5 cm du point L : il appartient donc au cercle de centre L et de rayon 5 cm.



Le point M est à 4,5 cm du point K : il appartient donc au cercle de centre K et de rayon 4,5 cm. Le point M est le point d'intersection des deux arcs.

II. Triangles particuliers

A - Triangle isocèle

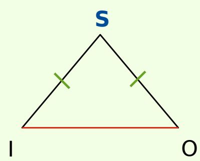
Définition

Un **triangle isocèle** est un triangle qui a deux côtés de même longueur.

Vocabulaire

- Le sommet commun aux côtés de même longueur est appelé le **sommet principal**.
- Le côté opposé au sommet principal est appelé la **base**.

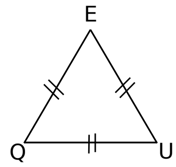
Exemple : Le triangle ISO est isocèle en S. Quel est son sommet principal et quelle est sa base ?



Le triangle ISO est **isocèle en S** donc les longueurs IS et SO sont égales.

- S est le **sommet principal** du triangle ISO ;
- [IO] est la **base** du triangle ISO.

B - Triangle équilatéral



Définition

Un **triangle équilatéral** est un triangle qui a ses trois côtés de même longueur.

C - Triangle rectangle

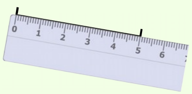
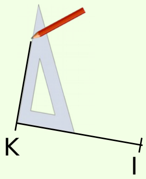
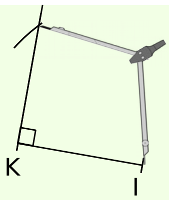
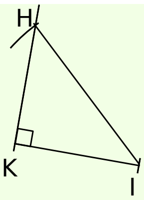
Définition

Un **triangle rectangle** est un triangle qui a un angle droit.

Vocabulaire

Le côté opposé à l'angle droit est appelé **hypoténuse**.

Exemple : Construis un triangle KHI rectangle en K tel que KI = 5 cm et HI = 7 cm.

			
On trace un segment [KI] de longueur 5 cm.	On trace la droite perpendiculaire en K à (KI) et on code l'angle droit.	On trace un arc de cercle de centre I et de rayon 7 cm.	Elle coupe la perpendiculaire en H. On trace le segment [HI].

G 20	Les quadrilatères particuliers

Partie 6ème

I. Quadrilatères

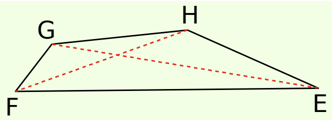
Définition

Un **quadrilatère** est un polygone à quatre côtés.

Vocabulaire

Un quadrilatère a quatre **sommets**, quatre **côtés** et deux **diagonales**.

Exemple : Dans un quadrilatère EFGH, quel est le sommet opposé au sommet E ? Et un côté consécutif au côté [FG] ? Quelles sont ses diagonales ?



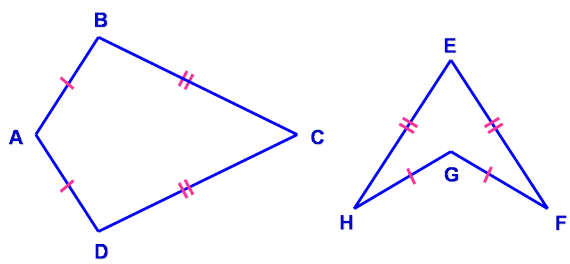
- Le **sommet opposé** au sommet E est le sommet G.
- Un **côté consécutif** au côté [FG] est le côté [EF] ou le côté [GH].
- **Ses diagonales** sont les segments [EG] et [HF].

II. Quadrilatères particuliers

A - Cerf-volant

Définition

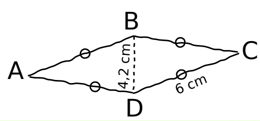
Un **cerf-volant** est un quadrilatère ayant deux paires de côtés consécutifs de la même longueur.



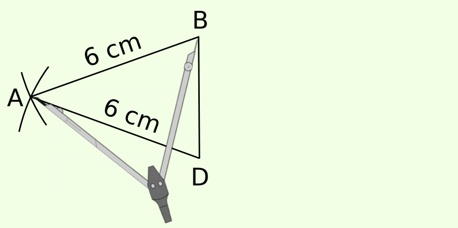
B - Losange

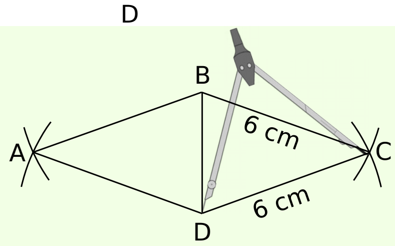
Définition

Un **losange** est un quadrilatère qui a ses quatre côtés de même longueur.



Exemple : Construis un losange ABCD tel que AB = 6 cm et BD = 4,2 cm.





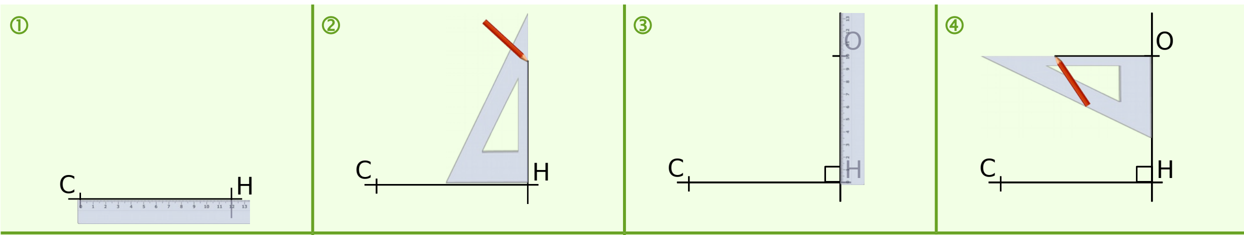
On trace un segment [BD] de longueur 4,2 cm.	On construit un triangle ABD isocèle en A tel que AB = AD = 6 cm.	On construit le triangle CBD isocèle en C tel que CB = CD = 6 cm.

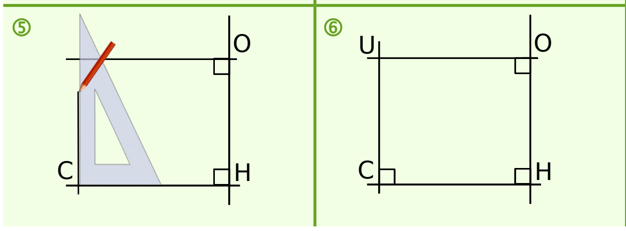
C - Rectangle

Définition

Un **rectangle** est un quadrilatère qui a ses quatre angles droits.

Exemple : Construis un rectangle CHOU tel que CH = 12 cm et HO = 10 cm.



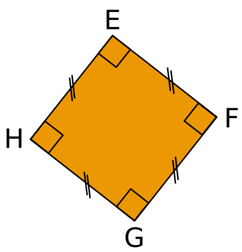


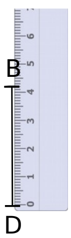
① On trace un segment [CH] de longueur 12 cm.
② On trace la perpendiculaire à ce segment en H.
③ On place un point O sur cette perpendiculaire tel que OH = 10 cm.
④ On trace la perpendiculaire à (OH) en O.
⑤ On trace la perpendiculaire à (CH) en C.
⑥ Ces deux droites se coupent en U.

D - Carré

Définition

Un **carré** est un quadrilatère qui a ses quatre côtés de même longueur et ses quatre angles droits.





G 30 LES AIRES

I Définitions :

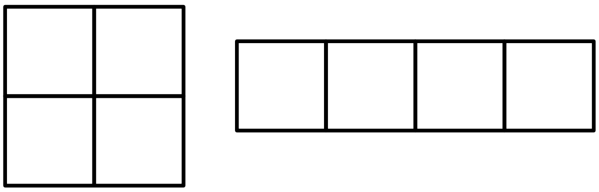
- La **surface** d'une figure est ce que l'on peut balayer de la paume de la main.
  L'aire d'une figure est la mesure de la place occupée par sa surface dans une unité choisie.
- Le **contour** d'une figure est la ligne que l'on peut suivre avec le doigt.
  Le **périmètre** d'une figure est la mesure de son contour dans une unité choisie.

II Comparer des aires

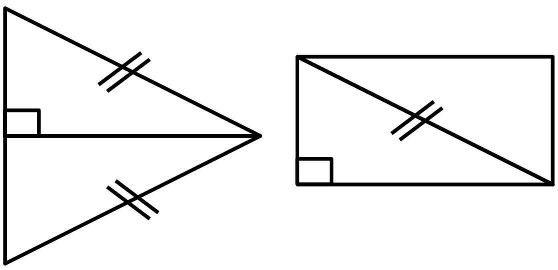
1. Égalité

Définition :

Deux figures ont la même aire si en découpant une des figures on peut reconstituer l'autre exactement.



Un carré et un rectangle de même aire.

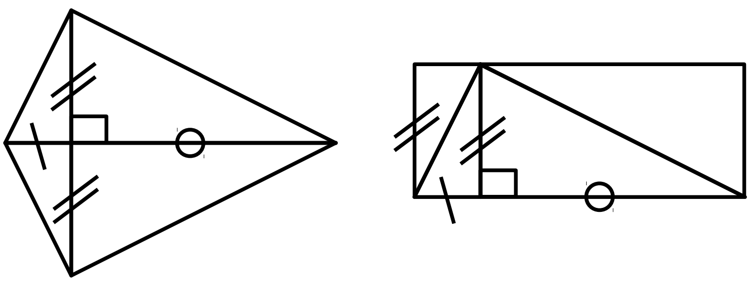


Un triangle isocèle et un rectangle de même aire.

2. Transformer l'aire d'une figure en celle d'un rectangle

Théorème :

Tous les triangles et quadrilatères qui ont un axe de symétrie peuvent se transformer par découpage en un rectangle de même aire.

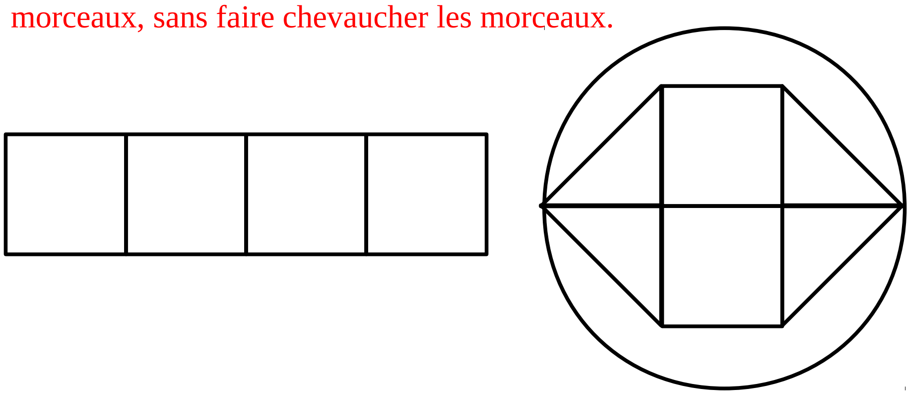


Un cerf-volant et un rectangle de même aire.

3. Inégalité

Définition :

Une figure a une aire plus petite qu'une autre si on peut la placer à l'intérieur de l'autre en bloc ou en morceaux, sans faire chevaucher les morceaux.



Le rectangle a une aire plus petite que le cercle.

III Mesurer une aire

1. Principe

Définition :

Mesurer une aire, c'est la comparer à l'aire d'une figure choisie pour unité.

Une des figures les plus simples à utiliser est le **carré** : c'est celle que l'on utilise aujourd'hui.

- L'unité de base est un carré de 1 m de côté appelé le mètre carré et noté m².
- Pour la superficie des pays, on utilise un carré de 1 km de côté appelé le kilomètre carré et noté km².
- Pour les aires des figures sur une feuille, on utilise un carré de 1 cm de côté appelé le centimètre carré et noté cm².

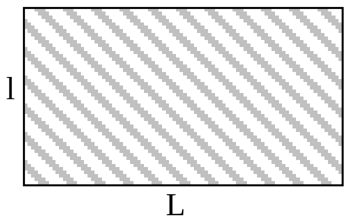
2. Méthode

Pour trouver la mesure de l'aire d'une figure, il faut savoir combien de carreaux unités peuvent la recouvrir, sans se chevaucher, avec la possibilité d'en découper.

- Une méthode commode est d'utiliser un quadrillage transparent fait avec l'unité.
- Pour améliorer la précision, on utilise un quadrillage plus fin.

IV Calculer une aire

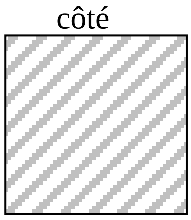
Rectangle (6ème)



Aire = largeur x Longueur

Périmètre=2x(l+L) = 2xl +2xL

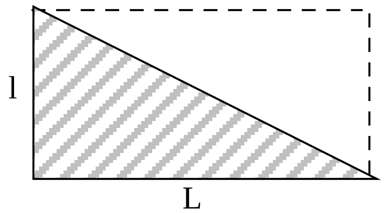
Carré (6ème)



Aire = côté x côté

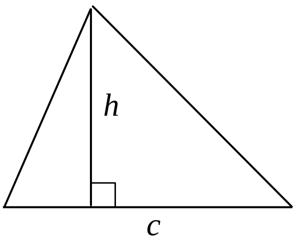
Périmètre = 4 x côté

Triangle rectangle (6ème)



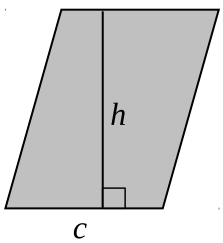
Aire = l x L : 2

Triangle quelconque (5ème)



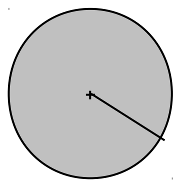
Aire = $\frac{c \times h}{2}$

Parallélogramme (5ème)



Aire = *c* x *h*

Disque (6ème)



Aire = π x rayon x rayon

Périmètre = π x diamètre

ou = 2 x π x rayon

V Les unités d'aires

Système métrique

Un mètre carré (1 m^2) est l’aire d’un carré de 1 m de côté

km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
	ha	a	ca			

← Unités agraires

Changements d’unité

Pour passer d’une unité à l’unité immédiatement inférieure (exemple du cm^2 au mm^2), on multiplie la mesure de l’aire par 100.

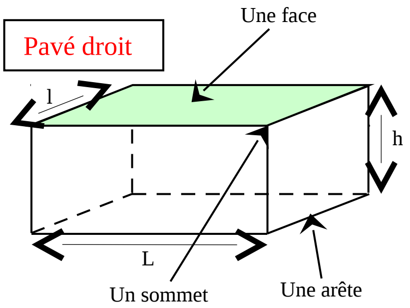
	x 100	x 100	x 100	x 100	x 100	x 100
aire en km^2	**aire en hm^2**	**aire en dam^2**	**aire en m^2**	**aire en dm^2**	**aire en cm^2**	**aire en mm^2**
: 100	: 100	: 100	: 100	: 100	: 100	

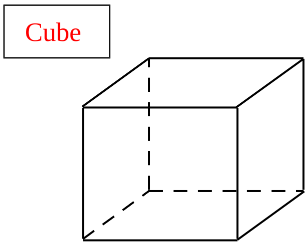
G 40

SOLIDES PARTICULIERS

Partie 6ème

<u>PARALLÉLÉPIPÈDE RECTANGLE</u> (6ème)





Un parallélépipède rectangle ou pavé droit est un solide dont les six faces sont des rectangles.

- Cas particulier : Un **cube** est un **pavé droit** dont **six faces sont des carrés**.
- On les représente souvent en **perspective cavalière** :

•les faces avant et arrière sont représentées par des rectangles ;
•les autres faces sont représentées par des parallélogrammes ;
•Les arêtes cachées sont en pointillés.

- Attention : certaines longueur et certains angles ne sont pas en vraie grandeur !
- Le volume d'un pavé droit est donné par la formule : $\mathbf{V} = \mathbf{l} \times \mathbf{L} \times \mathbf{h}$

hauteur

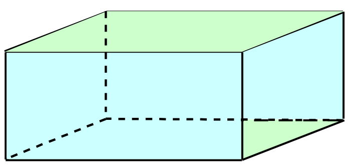
largeur longueur

Exemple : $V = 5 \times 7 \times 2 = 70$
Un pavé droit de dimensions 5 cm , 7 cm et 2 cm a un volume de 70 cm^3.

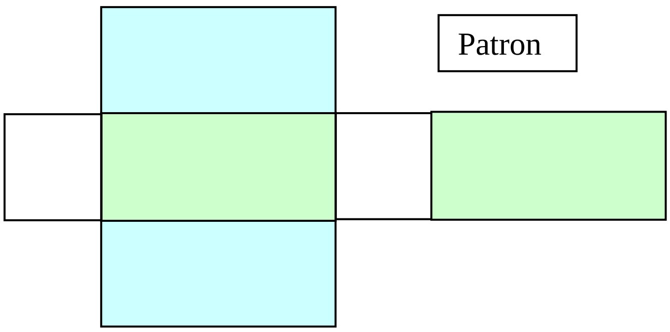
<u>Remarque :</u> Attention, les trois longueurs doivent être exprimées dans la <u>même unité</u> de longueur.

- Exemple de pavé droit et un patron :

Pavé droit



Patron



G 41 — VOLUMES - UNITÉS DE VOLUMES

UNITÉS DE VOLUMES (6ème)

Système métrique

Un mètre cube (1 m^3) est le volume d’un cube de 1 m de côté.

km^3	hm^3	dam^3	m^3	dm^3	cm^3	mm^3

Changements d’unité

> Pour passer d’une unité à l’unité immédiatement inférieure(exemple du cm^3 au mm^3), on multiplie la mesure du volume par 1000.

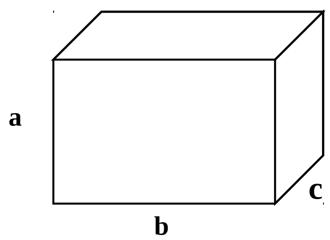
x 1000   x 1000   x 1000   x 1000   x 1000   x 1000

volume en km^3	volume en hm^3	volume en dam^3	volume en m^3	volume en dm^3	volume en cm^3	volume en mm^3

: 1000   : 1000   : 1000   : 1000   : 1000   : 1000

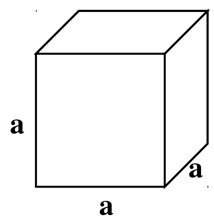
VOLUMES DE QUELQUES SOLIDES

Pavé droit (6ème)



Volume = a x b x c

Cube (6ème)



Volume = a x a x a = a^3

G 70

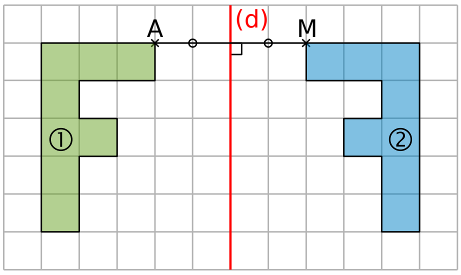
LES SYMÉTRIES

La symétrie axiale : (6ème)

I. Figures symétriques

Deux figures sont **symétriques** par rapport à une droite si elles se superposent par pliage le long de cette droite.
Cette droite est appelée l'**axe de symétrie**.

Exemple :



Les figures ① et ② se superposent par pliage le long de la droite (d) donc elles sont symétriques par rapport à la droite (d).
On dit également que la figure ② est la symétrique de la figure ① dans la symétrie d'axe (d).

Deux points sont symétriques par rapport à une droite s'ils se superposent par pliage le long de cette droite.
Ici, les points A et M sont symétriques par rapport à la droite (d).

II. Symétrique d'un point

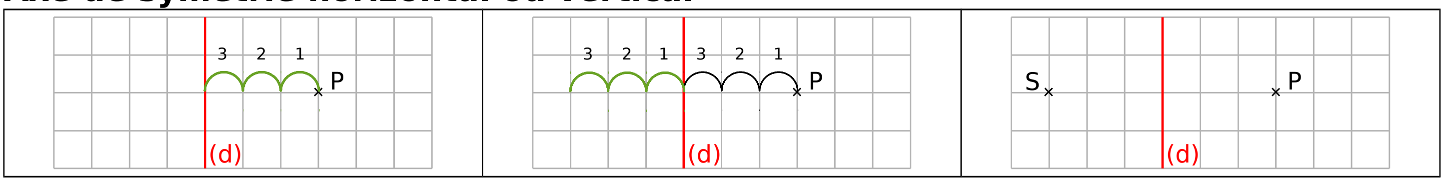
E - Définition

Le **symétrique d'un point** A par rapport à une droite (d) est le point M tel que la droite (d) soit la médiatrice du segment [AM] (tel que la droite (d) soit la perpendiculaire au segment [AM] en son milieu).

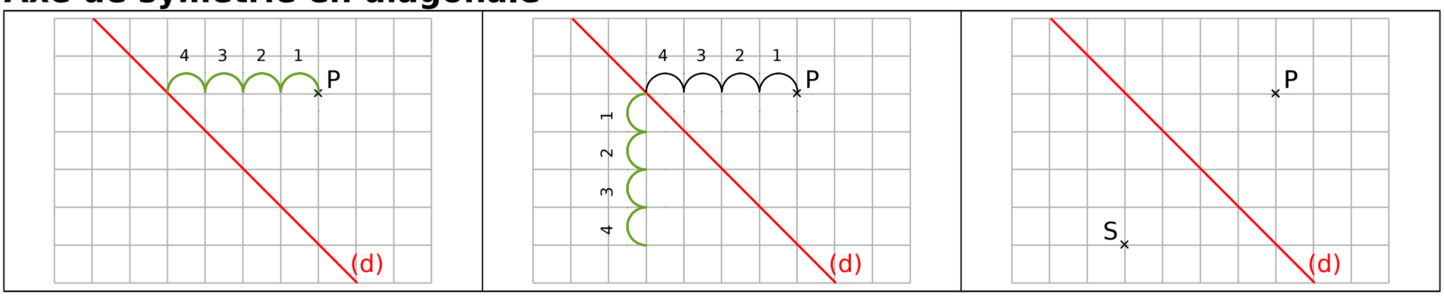
Remarque : Si un point appartient à l'axe de symétrie alors son symétrique par rapport à cet axe est le point lui-même.

F - Construction du symétrique d'un point dans un quadrillage

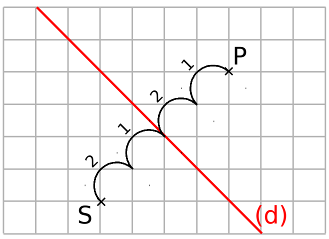
Axe de symétrie horizontal ou vertical



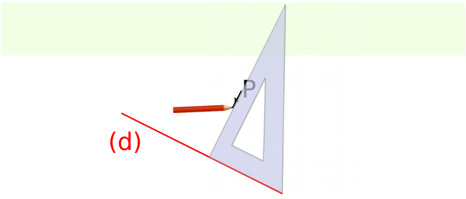
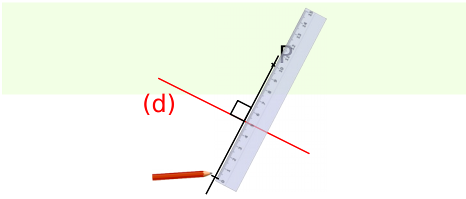
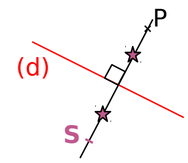
Axe de symétrie en diagonale



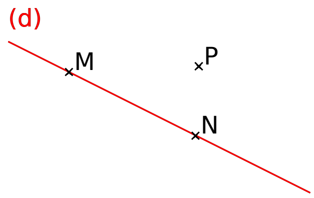
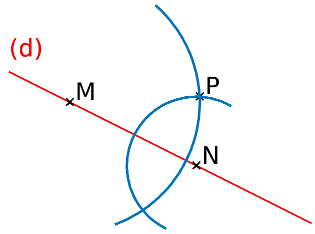
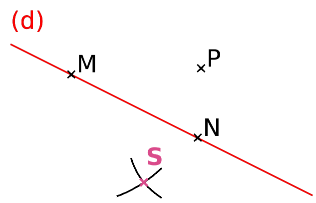
Remarque : On peut également compter les carreaux en diagonale.



G - Construction du symétrique d'un point avec l'équerre et la règle graduée

		
Pour construire le symétrique du point P par rapport à (d), on construit la **perpendiculaire à (d) passant par le point P**.	On reporte la distance de P à (d) **de l'autre côté de (d)** sur cette perpendiculaire.	On obtient ainsi le point **S** tel que (d) soit la médiatrice de [PS].

H - Construction du symétrique d'un point avec le compas

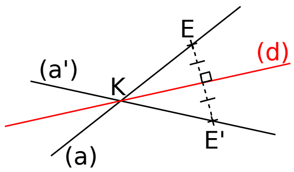
		
On prend deux points distincts quelconques M et N sur la droite (d).	On trace **deux arcs de cercle** de centre les deux points précédents et passant par P.	Ces deux arcs se coupent en un point qui est le point **S**, symétrique de P par rapport à (d).

III. Symétrique de figures usuelles et propriétés de la symétrie axiale

A - Symétrique d'une droite

Le symétrique d'une droite par rapport à un axe est **une droite**.
La symétrie axiale **conserve l'alignement**.

Exemple :

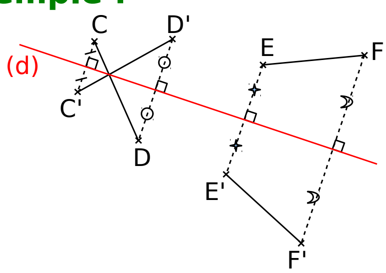


- La droite (a') est la droite symétrique de (a) par rapport à la droite (d).
  Ces deux droites se coupent sur l'axe de symétrie.
- Pour construire le symétrique de la droite (a), il suffit de construire le symétrique d'un point de la droite (a) qui n'est pas sur (d) (ici le point E).

B - Symétrique d'un segment

Le symétrique d'un segment par rapport à un axe est **un segment de même longueur**. On dit que la symétrie axiale **conserve les longueurs**.

Exemple :



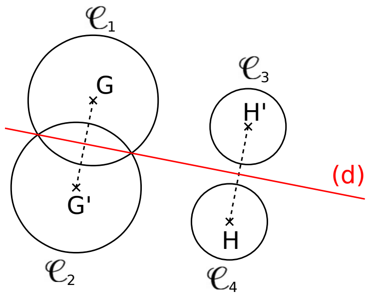
- Les segments [CD] et [C'D'] ainsi que les segments [EF] et [E'F'] sont symétriques par rapport à la droite (d).
- On a CD = C'D' et EF = E'F'.
- Pour construire le symétrique d'un segment, il suffit de construire le symétrique de chacune de ses extrémités puis de les relier.

Remarque : Le symétrique du milieu d'un segment est le milieu du segment symétrique.

C - <u>Symétrique d'un cercle</u>

Le symétrique d'un cercle par rapport à un axe est **un cercle de même rayon**.
Les centres des cercles sont symétriques par rapport à cet axe.

Exemple :

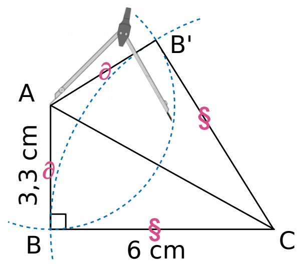


- Les cercles $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ ainsi que les cercles $\mathscr{C}_3$ et $\mathscr{C}_4$ sont symétriques par rapport à la droite (d).
- Les cercles $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ sont sécants sur l'axe de symétrie (d).
- Pour construire le symétrique d'un cercle, il suffit de construire le symétrique de son centre et de tracer le cercle de même rayon.

D - <u>Autres propriétés</u>

La symétrie axiale **conserve les mesures des angles, les périmètres et les aires**.

Exemple : Dans la figure ci-dessous, B' est le symétrique de B par rapport à (AC).



- A et C appartiennent à l'axe de symétrie, ils sont donc chacun leur propre symétrique.
- ABC est rectangle en B donc $\widehat{ABC} = 90°$. Or la symétrie axiale conserve la mesure des angles donc $\widehat{AB'C} = 90°$. AB'C est un triangle rectangle en B'.
- La symétrie axiale conserve les longueurs donc AB = AB' = 3,3 cm et CB = CB' = 6 cm.
$\mathscr{A}_{AB'C} = \mathscr{A}_{ABC} = \frac{6 \times 3,3}{2} = 9,9 \text{ cm}^2$.