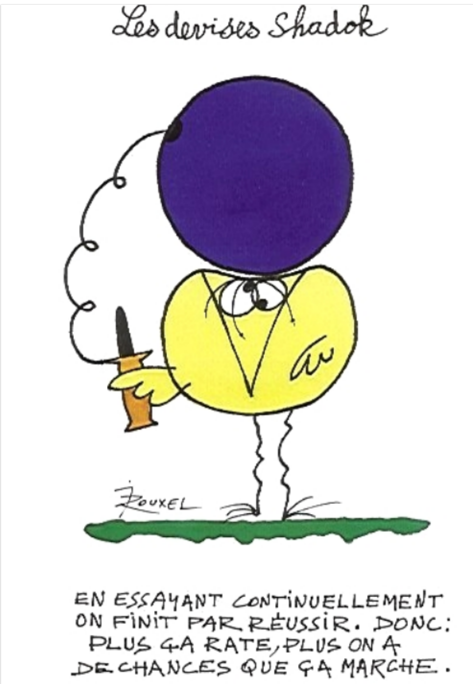
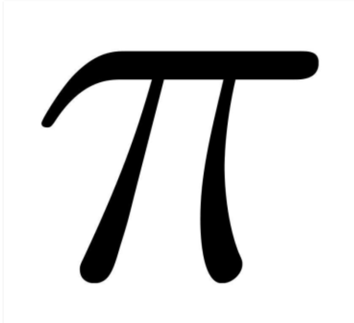
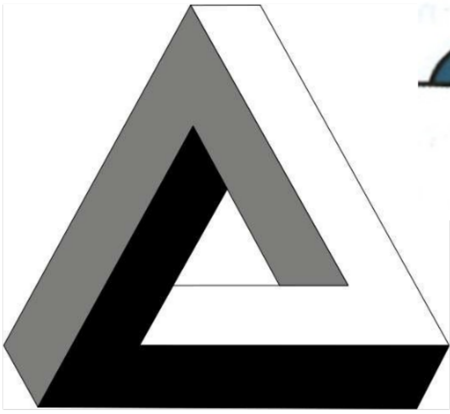
Édition 2022

Collège Vauquelin
M. Arnaud
pi.ac3j.fr

Mathématiques







Deux ou trois choses à savoir pour le brevet des collèges...

Les mathématiques sont une science dans laquelle on ne sait jamais de quoi on parle, et où l'on ne sait jamais si ce que l'on dit est vrai.

Bertrand Russel

Les nombres entiers

Nombres et chiffres

Les **entiers naturels** sont les **nombres** qui permettent de compter des objets.
Un nombre entier peut s'écrire en utilisant les 10 **chiffres** indo-arabes : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9. On utilise pour cela la **notation positionnelle** où chaque chiffre à un sens différent suivant sa position dans le nombre.

Le sens des chiffres

Milliards			Millions			Milliers			Unités simples		
C	D	U	C	D	U	C	D	U	Centaines	Dizaines	Unités
								2	0	1	9
				1	2	3	4	5	6	7	8
9	0	8	0	7	0	6	0	5	0	4	1

$2019 = 2 \times 1000 + 0 \times 100 + 1 \times 10 + 9 \times 1$
$12345678 = 1 \times 10000000 + 2 \times 1000000 + 3 \times 100000 + 4 \times 10000 + 5 \times 1000 + 6 \times 100 + 7 \times 10 + 8 \times 1$

$908070605041 = 9 \times 100000000000 + 8 \times 1000000000 + 7 \times 10000000 + 6 \times 100000 + 5 \times 1000 + 4 \times 10 + 1 \times 1$

Exemple :
Le nombre 12 345 se décompose ainsi : $12345 = 1 \times 10000 + 2 \times 1000 + 3 \times 100 + 4 \times 10 + 5 \times 1$

— Le **chiffre** des unités est : 5 ;
— Le **chiffre** des dizaines est : 4 ;
— Le **chiffre** des centaines est : 3 ;
— Le **chiffre** des milliers est : 2 ;
— Le **chiffre** des dizaines de milliers est : 1 ;

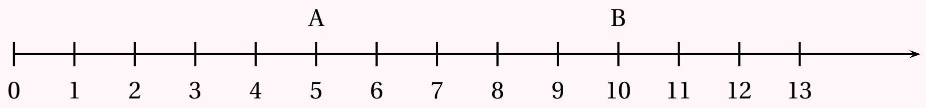
$12345 = 12340 + 5 = 1234 \times 10 + 5$
$12345 = 12300 + 45 = 123 \times 100 + 45$
$12345 = 12000 + 345 = 12 \times 1000 + 345$
$12345 = 10000 + 2345 = 1 \times 1000 + 2345$

— Le **nombre** d'unités est : 12 345 ;
— Le **nombre** de dizaines est : 1 234 ;
— Le **nombre** de centaines est : 123 ;
— Le **nombre** de milliers est : 12 ;
— Le **nombre** de dizaines de milliers est : 1.

La demi-droite graduée

On représente les nombres entiers sur une demi-droite graduée. Cette demi-droite est constituée :

— d'une **origine** qui correspond au nombre 0 ;
— d'une **unité** qui indique le pas sur la demi-droite ;
— d'un **sens** de lecture.



On dit que

— 5 est **l'abscisse** du point A ;
— 10 est **l'abscisse** du point B.

Opérations et vocabulaire

Le résultat d'une **addition** s'appelle la **somme** .
Le résultat d'une **soustraction** s'appelle la **différence** .
Le résultat d'une **multiplication** s'appelle le **produit** .
Le résultat d'une **division** s'appelle le **quotient** .

Le **double** d'un nombre correspond au **produit** de ce nombre par 2.
La **moitié** d'un nombre correspond au **quotient** de ce nombre par 2.
Le **triple** d'un nombre correspond au **produit** de ce nombre par 3.
Le **tiers** d'un nombre correspond au **quotient** de ce nombre par 3.
Le **quadruple** d'un nombre correspond au **produit** de ce nombre par 4.
Le **quart** d'un nombre correspond au **quotient** de ce nombre par 4.

Exemple :
La **somme** de 78 et 90 est 168 car $78 + 90 = 168$.
On dit que 78 et 90 sont les **termes** de la **somme** .

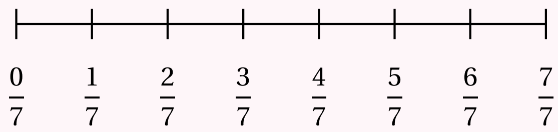
La **différence** de 2 020 et 1 789 est 231 car $2020 - 1789 = 231$
On dit que 2 020 et 1 789 sont les **termes** de la **différence** .

Le **produit** de 12 par 23 est 276 car $12 \times 23 = 276$.
On dit que 12 et 23 sont les **facteurs** du **produit** .

Le produit de la somme de 5 et 7 par la différence de 12 et 5 vaut 84.
En effet : $5 + 7 = 12$ et $12 - 5 = 7$ donc $12 \times 7 = 84$
On peut aussi écrire $(5 + 7) \times (12 - 5)$.

Nombres décimaux

Fraction partage, vocabulaire



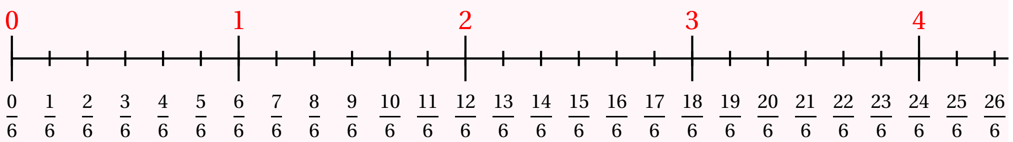
La **fraction** $\frac{3}{7}$ est constitué d'un **numérateur** : 3 et d'un **dénominateur** : 7.

Le dénominateur indique le nombre de part. Le numérateur indique le numéro de la graduation.

$\frac{3}{2}$ se dit trois demis. $\frac{5}{3}$ se dit cinq tiers. $\frac{7}{4}$ se dit sept quarts.

$\frac{11}{5}$ se dit onze cinquièmes. $\frac{3}{2\,020}$ se dit trois deux-mille-vingtièmes.

Fraction et droite graduée



Sur un droite graduée, une fraction peut représenter un nombre.

Une fraction peut se décomposer sous la forme de **la somme d'un nombre entier et d'une fraction inférieur à une unité**.

$\frac{23}{6} = 3 + \frac{5}{6}$ car 3 unités correspond à $\frac{18}{6}$. Ainsi $3 < \frac{23}{6} < 4$.

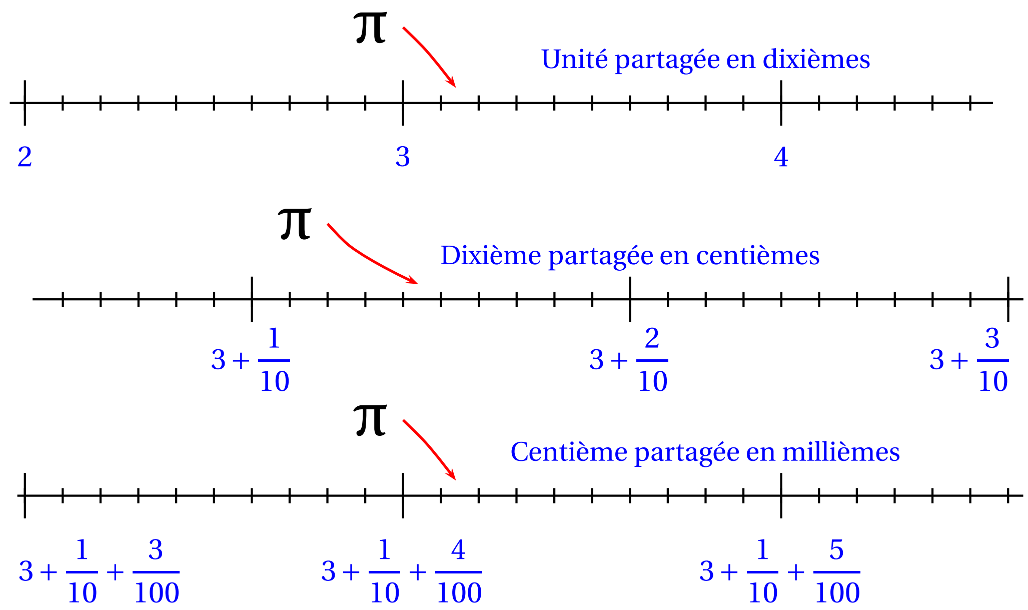
Les fractions décimales

Les **fractions décimales** sont les fractions dont le dénominateur est 10, 100, 1 000, 10 000, 100 000 …

On parle de **dixième**, **centième**, **millième**, **dix-millième**, **cent-millième** …

Il y a :

- 10 dixièmes dans une unité ;
- 10 centièmes dans un dixième ;
- 10 millième dans un centième.
- 100 centièmes dans une unité ;
- 100 millièmes dans un dixième ;
- 1000 millièmes dans une unité.



Le nombre $3 + \frac{1}{10} + \frac{4}{100} + \frac{2}{1\,000}$ peut s'écrire plus rapidement sous la forme $3,142$.

$$3,142 = 3 + \frac{1}{10} + \frac{4}{100} + \frac{2}{1\,000} = 3 + \frac{142}{1\,000} = \frac{3\,142}{1\,000}$$

On dit que 3 est **la partie entière** et $\frac{142}{1\,000}$ **la partie décimale** du nombre $3,142$.

Nombres décimaux et multiplication

Pour effectuer $3{,}163 \times 0{,}7$ on effectue le produit des nombres entiers 3 163 et 7. En effet, le nombre 3,163 vaut 3 163 millièmes et 0,7 vaut 7 dixièmes.

$3\,163 \times 7 = 22\,141$ et comme le produit de **millièmes** par des **dixièmes** donne des **dix-millièmes**, on en déduit que $3{,}163 \times 0{,}7 = 2{,}2141$.

En pratique, le produit a autant de chiffres après la virgule que la somme du nombre de chiffres après la virgule des deux facteurs.
Ici, 3,163 a trois chiffres après la virgule et 0,7 en a un.
Le produit des deux en a donc quatre !

Les nombres relatifs

Nombres opposés

Deux nombres relatifs sont **opposés** si leur somme est nulle.

0 est égal à son opposé.
Quand deux nombres sont opposés, l'un des deux est **positif** et l'autre est **négatif**.
Deux nombres opposés sont situés à la même distance de zéro.

Exemples :

$(-5)+(+5)=0$, (-5) et $(+5)$) sont opposés. (-5) est négatif et $(+5)$ est positif.

Ces deux nombres sont situés à la même distance de zéro : 5 unités.

$0+0=0$: 0 est son propre opposé.

Somme de deux nombres relatifs

Pour faire la somme de deux nombres relatifs :

- Si les deux nombres ont **le même signe** :
  - on **ajoute** les distances à zéro ;
  - la somme a le même signe que les deux nombres.
- Si les deux nombres ont **des signes différents** :
  - on **soustrait** les distances à zéro ;
  - la somme est du même signe que celui des nombres le plus éloigné de zéro.

Exemples :

$(+5)+(+7)=(+12)$ car $5+7=12$ et les deux nombres sont positifs.

$(-5)+(-7)=(-12)$ car $5+7=12$ et les deux nombres sont négatifs.

$(+5)+(-7)=(-2)$ car $7-5=2$ et -7 est le plus éloigné de zéro.

$(-5)+(+7)=(+2)$ car $7-5=2$ et $+7$ est le plus éloigné de zéro.

Différence de deux nombres relatifs

Soustraire un nombre revient à ajouter son opposé.

Exemples :

$(-5)-(+7)=(-5)+(-7)=(-12)$

$(-6)-(-7)=(-6)+(+7)=(+1)$

Écriture algébrique

L'expression $-5+7-8-9+9$ est une somme algébrique.
Elle correspond à la somme suivante : $(-5)+(+7)+(-8)+(-9)+(+9)$.
L'expression $5-7-8+9-9$ est une somme algébrique.
Elle correspond à la somme suivante : $(+5)+(-7)+(-8)+(+9)+(-9)$.

Dans cette écriture les symboles + et − donne le signe du nombre qui suit.
Ce ne sont plus des symboles opératoires car l'addition est sous-entendue.

On n'écrit pas le signe + devant le premier terme d'une somme algébrique.

Exemple pratique :

$A=(-6)+(-3)-(+7)-(-5)+(+9)$ peut s'écrire $A=(-6)+(-3)+(-7)+(+5)+(+9)$

Ainsi $A=-6-3-7+5+9$

On remarque que deux signes + consécutifs correspondent à un +, que deux signes − à un + et un signe + suivi d'un − ou le contraire à un −.

Produit de deux nombres relatifs

Pour faire le produit de deux nombres relatifs :

- Si les deux nombres ont **le même signe** :
  - on multiplie les distances à zéro ;
  - le produit est **positif**.
- Si les deux nombres ont **des signes différents** :
  - on multiplie les distances à zéro ;
  - le produit est **négatif**.

Exemples :

$(+5)\times(+7)=(+35)$ $(-5)+(-7)=(+35)$ $(+5)+(-7)=(-35)$ $(-5)+(+7)=(-35)$

Quotient de deux nombres relatifs

La règle est la même que pour le produit en calculant les quotients des distances à zéro.

Remarque :

$(+5)\div(+3)$ est positif.
$(-5)\div(-3)$ est positif.
$(-5)\div(+3)$ est négatif.
$(+5)\div(-3)$ est négatif.

$$\frac{+5}{+3}=\frac{-5}{-3}=\frac{5}{3}$$

$$\frac{-5}{+3}=\frac{+5}{-3}=-\frac{5}{3}$$

LES FRACTIONS

LA FRACTION QUOTIENT

a et b étant deux nombres, $b \neq 0$

La fraction $\dfrac{a}{b}$ désigne l'unique nombre vérifiant : $b \times \dfrac{a}{b} = a$

EXEMPLES :

$3 \times \dfrac{4}{3} = 4$ $\quad 7 \times \dfrac{1}{7} = 1$ $\quad -9 \times \dfrac{10}{-9} = 10$ $\quad$ Comme $5 \times 3 = 15$ on a $3 = \dfrac{15}{5}$.

ÉGALITÉ DE FRACTIONS

a, b, c , d et k des nombres non nuls, alors $\dfrac{a \times k}{b \times k} = \dfrac{a}{b}$

EXEMPLES DE SIMPLIFICATION DE FRACTIONS :

$\dfrac{56}{64} = \dfrac{8 \times 7}{8 \times 8} = \dfrac{7}{8}$ $\qquad \dfrac{144}{180} = \dfrac{9 \times 16}{9 \times 20} = \dfrac{16}{20} = \dfrac{4 \times 4}{4 \times 5} = \dfrac{4}{5}$

ÉGALITÉ DES PRODUITS EN CROIX

a, b, c et d des nombres non nuls.

$\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$ à la seule et unique condition que $a \times d = b \times c$

EXEMPLE :

$\dfrac{56}{64} = \dfrac{7}{8}$ et on constate que $56 \times 8 = 448$ et que $64 \times 7 = 448$

SOMME ALGÉBRIQUE DE DEUX FRACTIONS

a, b et c des nombres non nuls, alors $\dfrac{a}{b} + \dfrac{c}{b} = \dfrac{a+c}{b}$

REMARQUE :

Quand les fractions n'ont pas le même dénominateur il faut déterminer des fractions égales ayant le même dénominateur. Ce dénominateur commun est un multiple commun des dénominateurs. Il est conseillé de choisir le plus petit!

EXEMPLES :

$A = \dfrac{1}{3} - \dfrac{5}{3} + \dfrac{11}{3} = \dfrac{1-5+11}{3} = \dfrac{7}{3}$

$B = \dfrac{5}{4} - \dfrac{7}{12} = \dfrac{5 \times 3}{4 \times 3} - \dfrac{7}{12}$

$B = \dfrac{15}{12} - \dfrac{7}{12} = \dfrac{8}{12} = \dfrac{4 \times 2}{4 \times 3} = \dfrac{2}{3}$

$C = \dfrac{7}{5} - \dfrac{7}{4} = \dfrac{7 \times 4}{5 \times 4} - \dfrac{7 \times 5}{4 \times 5}$

$C = \dfrac{28}{20} - \dfrac{35}{20} = -\dfrac{7}{20}$

$D = \dfrac{26}{15} - \dfrac{13}{12} = \dfrac{26 \times 4}{15 \times 4} - \dfrac{13 \times 5}{12 \times 5}$

$D = \dfrac{104}{60} - \dfrac{65}{50} = \dfrac{39}{60}$

PRODUIT DE DEUX FRACTIONS

a, b, c et d des nombres non nuls, alors $\dfrac{a}{b} \times \dfrac{c}{d} = \dfrac{a \times c}{b \times d}$

REMARQUE :

Il est conseillé de simplifier le produit avant de l'effectuer.

EXEMPLES :

$E = \dfrac{7}{3} \times \dfrac{8}{11} = \dfrac{7 \times 8}{3 \times 11}$ $\qquad F = \dfrac{64}{49} \times \dfrac{63}{56} = \dfrac{64 \times 63}{49 \times 56} = \dfrac{8 \times 8 \times 9 \times 7}{7 \times 7 \times 8 \times 7} = \dfrac{8 \times 9}{7 \times 7} = \dfrac{72}{49}$

INVERSE D'UN NOMBRE

Deux nombres sont inverses l'un de l'autre quand leur produit est égal à 1.

a et b des nombres non nuls.

Comme $a \times \dfrac{1}{a} = 1$, $\dfrac{1}{a}$ est l'inverse de a. Comme $\dfrac{a}{b} \times \dfrac{b}{a} = 1$, $\dfrac{b}{a}$ est l'inverse de $\dfrac{a}{b}$.

QUOTIENT DE DEUX FRACTIONS

Diviser par un nombre non nul revient à multiplier par son inverse.

a, b, c et d des nombres non nuls, $\dfrac{a}{b} \div \dfrac{c}{d} = \dfrac{a}{b} \times \dfrac{d}{a}$

EXEMPLES :

$G = \dfrac{7}{3} \div \dfrac{5}{9} = \dfrac{7}{3} \times \dfrac{9}{5} = \dfrac{63}{15} = \dfrac{21}{5}$

$H = \dfrac{5}{3} \div \dfrac{3}{4} + \dfrac{5}{3} \times \dfrac{6}{5} = \dfrac{5}{3} \times \dfrac{4}{3} + \dfrac{5 \times 6}{5 \times 3}$

$H = \dfrac{20}{9} + 2 = \dfrac{20}{9} + \dfrac{18}{9} = \dfrac{38}{9}$

$I = \dfrac{\dfrac{8}{5}}{\dfrac{16}{15}} = \dfrac{8}{5} \div \dfrac{16}{15} = \dfrac{8}{5} \times \dfrac{15}{16}$

$J = \dfrac{8 \times 15}{5 \times 16} = \dfrac{8 \times 3 \times 5}{5 \times 8 \times 2} = \dfrac{3}{2}$

LES PUISSANCES DE 10

DÉFINITION

a un nombre quelconque, n un entier supérieur ou égal à 2.

$$a^n = \underbrace{a \times \ldots \times a}_{\text{n fois}}$$

EXEMPLES :

$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$

$2^3 \neq 2 \times 3$ en effet $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $2 \times 3 = 2 + 2 + 2 = 6$

$3^5 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 243$

$1^{2020} = 1$

$(-1)^{2019} = -1$ car 2019 est impair. $(-1)^{2020} = 1$ car 2020 est pair.

$0^{100} = 0$

$10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100000$

LES PUISSANCES DE 10

n un entier supérieur ou égal à 2.

$$10^n = \underbrace{10\ldots0}_{\text{n zéros}}$$

EXEMPLES :

$10^2 = 100$ $10^3 = 1\,000$ $10^6 = 1\,000\,000$ $10^9 = 1\,000\,000\,000$

PROPRIÉTÉS ET EXTENSION DE LA DÉFINITION

$10^1 = 10$ et $10^0 = 1$

Pour n un entier supérieur ou égal à 1,

$$10^{-n} \text{ est l'inverse de } 10^n \text{ ; } 10^{-n} = \frac{1}{10^n}$$

Pour n et p deux entiers relatifs,

$10^n \times 10^p = 10^{n+p}$ $\frac{10^n}{10^p} = 10^{n-p}$ $(10^n)^p = 10^{n \times p}$

PRÉFIXE ET PUISSANCES DE 10 :

n	nano	10^{-9}=0,000 000 001	un milliardième
μ	micro	10^{-6}=0,000 001	un millionième
m	milli	10^{-3}=0,001	un millième
c	centi	10^{-2}=0,01	un centième
d	déci	10^{-1}=0,1	un dixième
		10^0=1	
da	déca	10^1=10	une dizaine
h	hecto	10^2=100	une centaine
k	kilo	10^3=1 000	un millier
M	méga	10^6=1 000 000	un million
G	giga	10^9=1 000 000 000	un milliard

Inverses

L'ÉCRITURE SCIENTIFIQUE

Un nombre décimal peut s'écrire sous la forme : $\pm a \times 10^n$

Où a est un nombre tel que $1 \leqslant a < 10$ et n un entier relatif.
a est la **mantisse** du nombre et le nombre de chiffre après la virgule indique la **précision** .

EXEMPLES :

$2\,020 = 2,02 \times 10^3$

$0,0078 = 7,8 \times 10^{-3}$

$1\,234\,567\,890 = 1,23456789 \times 10^9$

$-5 = -5 \times 10^0$

$-0,000\,001\,23 = -1,23 \times 10^{-6}$

$15\,900 \times 10^5 = 1,59 \times 10^9$

PROBLÈME :

ARITHMÉTIQUE

LA DIVISION EUCLIDIENNE

Si a et b sont deux nombres entiers naturels avec $b \neq 0$,
Alors il existe un unique couple de nombres entiers naturels q et r tels que

$$a = b \times q + r \qquad \text{et} \quad 0 \leqslant r < b$$

a est le **dividende**, b le **diviseur**, q le **quotient** et r le **reste** de la **division euclidienne**.

EXEMPLES :

$$\begin{array}{r|l} 2\,0\,2\,1 & 1\,5 \\ \cline{2-2} 5\,2 & 1\,3\,4 \\ 7\,1 & \\ 1\,1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 2\,0\,2\,2 & 5\,6 \\ \cline{2-2} 3\,4\,2 & 3\,6 \\ 6 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 2\,0\,2\,1 & 4\,3 \\ \cline{2-2} 3\,0\,1 & 4\,7 \\ 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 2\,0\,2\,2 & 6 \\ \cline{2-2} 2\,2 & 3\,3\,7 \\ 4\,2 & \\ 0 & \end{array}$$

$2021 = 15 \times 134 + 11$ $\qquad$ $2022 = 56 \times 36 + 6$ $\qquad$ $2021 = 43 \times 47$ $\qquad$ $2022 = 6 \times 337$

REMARQUES : un nombre entier est toujours divisible par 1 et par lui-même.

VOCABULAIRE

Quand le reste de la **division euclidienne** est nul, par exemple quand on divise 2021 par 43, on dit que 2021 est un **multiple** de 43 ou que 2021 est **divisible** par 43 ou encore que 43 est un **diviseur** de 2021.

EXEMPLES :

Un **nombre entier pair** est un nombre dont le reste dans la division euclidienne par 2 vaut zéro.
Ainsi tout nombre pair peut s'écrire sous la forme $2 \times n$ où n est un entier naturel.

Un **nombre entier impair** est un nombre dont le reste dans la division euclidienne par 2 vaut un.
Ainsi tout nombre impair peut s'écrire sous la forme $2 \times n + 1$ où n est un entier naturel.

CRITÈRES DE DIVISIBILITÉ

- Un entier est divisible par **2** si son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8.
- Un entier est divisible par **3** si la somme de ses chiffres est un multiple de 3.
- Un entier est divisible par **4** si le nombre formé par le chiffre de ses dizaines et celui de ses unités est un multiple de 4.
- Un entier est divisible par **5** si son chiffre des unités est 0 ou 5.
- Un entier est divisible par **9** si la somme de ses chiffres est un multiple de 9.

NOMBRES PREMIERS

Un nombre entier est **premier** s'il possède exactement deux diviseurs.
Un nombre entier est **premier** s'il n'est divisible que par 1 et lui-même.

REMARQUE : 1 n'est pas premier car il n'a qu'un seul diviseur, lui-même !

EXEMPLE : voici la liste des nombres premiers inférieurs à 100.

2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29 ; 31 ; 37 ; 41 ; 43 ; 47 ; 53 ; 61 ; 67 ; 71 ; 73 ; 79 ; 83 ; 89 ; 91 ; 97

DÉCOMPOSITION EN PRODUIT DE FACTEURS PREMIERS

Tout nombre entier peut s'écrire de manière unique (à l'ordre près) sous la forme d'un produit de nombres premiers.

EXEMPLES : $2021 = 43 \times 47$; $2022 = 2 \times 3 \times 337$; $360 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 2^3 \times 3^2 \times 5$

FRACTION IRRÉDUCTIBLE

Une **fraction est irréductible** si elle n'est pas simplifiable. Cela signifie que 1 est le seul diviseur commun à son numérateur et son dénominateur.

APPLICATIONS :

360	2
180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	

540	2
270	2
135	3
45	3
15	3
5	5
1	

$360 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ $\qquad$ $540 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3^3 \times 5$

Ainsi $2 \times 2 = 4$ est un diviseur de 360 ; $3 \times 3 \times 5 = 45$ est un diviseur de 540 ...

$\dfrac{360}{540} = \dfrac{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5} = \dfrac{2}{3}$. On a simplifié par $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 90$.

90 est le plus grand diviseur commun à 360 et 540. On a $360 = 4 \times 90$ et $540 = 6 \times 90$.

Si nous avons à notre disposition 360 fleurs rouges et 540 fleurs jaunes, nous pouvons au maximum réaliser 90 bouquets tous identiques composés chacun de 4 fleurs rouges et 6 fleurs jaunes.

Calcul littéral

La distributivité

La multiplication est **distributive** par rapport à l'addition.
Plus précisément, si a, b et k sont des nombres alors

$$\underbrace{k \times (a+b)}_{Produit} = \underbrace{k \times a + k \times b}_{Somme}$$

$$\xrightarrow{\text{DÉVELOPPER}}$$

$$\xleftarrow{\text{FACTORISER}}$$

Réduire une expression :

Cela revient à effectuer les sommes des termes de même nature en factorisant.

$A = 3x - 2x^2 + 7 - 6x + 10x^2 + 9$

$A = x^2 \times (-2+10) + x \times (3-6) + 7 + 9$ (on n'écrit pas cette étape)

$A = 8x^2 - 3x + 9$

Exemples :

Développer et réduire :

$B = 3x(5x-1) - 3(-2x+5) - 5x^2$

$B = 15x^2 - 3x + 6x - 15 - 5x^2$

$B = 10x^2 + 3x - 15$ (somme de trois termes)

Factoriser :

$C = 15x + 10x^2$

$C = 5x \times 3 + 5x \times 2x$

$C = 5x(3+2x)$ (produit de deux facteurs)

La double distributivité

En utilisant la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition on peut développer des expressions plus complexe.
Si a, b, c, d sont des nombres alors

$$(a+b) \times (c+d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$$

On a distribué deux fois : le a puis le b.
Cette formule n'est pas à apprendre... mais à comprendre !

Développer et réduire des expressions complexes :

$D = (x-3)(2x-1) + (5x+3)(4x+1)$

$D = (2x^2 - x - 6x + 3) + (20x^2 + 5x + 12x + 3)$

$D = 2x^2 - 7x + 3 + 20x^2 + 17x + 3$

$D = 22x^2 + 10x + 6$

$E = (3x+7)(5x-2) - (3x+8)(1-2x)$

Le signe − entre les deux produits !

$E = (15x^2 - 6x + 35x - 14) - (3x - 6x^2 + 8 - 16x)$

$E = 15x^2 + 29x - 14 - 3x + 6x^2 - 8 + 16x$

$E = 21x^2 + 42x - 22$

Factoriser des expressions complexes :

$F = (3x-7)(5x-1) - (3x-7)(2x+1)$

$F = (3x-7)[(5x-1) - (2x+1)]$

$F = (3x-7)(5x-1-2x-1)$

$F = (3x-7)(3x-2)$

$G = (6x-3)^2 + (6x-3)$

$G = (6x-3)(6x-3) + (6x-3) \times 1$

$G = (6x-3)[(6x-3)+1]$

$G = (6x-3)(6x-3-1)$

$G = (6x-3)(6x-4)$

Les identités remarquables

Si a et b sont des nombres alors

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Usage des identités remarquables :

Développer et réduire :

$H = (x+4)^2$

$H = x^2 + 8x + 16$

$I = (5x-3)^2$

$I = 25x^2 - 30x + 9$

$J = (6x+3)(6x-3)$

$J = 36x^2 - 9$

Factoriser

$K = 25x^2 - 36$

$K = (5x)^2 - 6^2$

$K = (5x+6)(5x-6)$

$L = (3x-2)^2 - (7x+5)^2$

$L = [(3x-2)+(7x+5)][(3x-2)-(7x+5)]$

$L = (3x-2+7x+5)(3x-2-7x-5)$

$L = (10x+3)(-4x-7)$

GÉNÉRALITÉS SUR LES FONCTIONS

Définition et vocabulaire

Une **fonction** est un programme de calcul qui à un nombre de départ associe un unique résultat.

On note $f : x \to f(x)$ la fonction f qui à un nombre de départ x associe $f(x)$.

On dit que :

- $f(x)$ est l' **image** du nombre x par la fonction f ;
- x a pour **image** le nombre $f(x)$ par la fonction f ;
- x est un **antécédent** de $f(x)$ par la fonction f ;
- $f(x)$ a pour **antécédent** x par la fonction f.

Exemple :

Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre ;
- ajouter 1 ;
- multiplier par le nombre de départ ;
- enlever 23 ;
- écrire le résultat.

On note x le nombre de départ.
On obtient successivement :

- x ;
- $x+1$;
- $x(x+1)$;
- $x(x+1)-23$.

f la fonction correspondante :

$$f : x \to f(x) = x(x+1) - 23$$

En prenant $x = 5$ au départ, on obtient $5 \times (5+1) - 23 = 5 \times 6 - 23 = 30 - 23 = 7$.

On note $f(5) = 7$.

On dit que :

- 7 est l'image de 5 par la fonction f ;
- 5 a pour image 7 par la fonction f ;
- 5 est un antécédent de 7 par la fonction f ;
- 7 a pour antécédent 5 par la fonction f.

Remarque :
Un nombre peut posséder plusieurs antécédents par une fonction.
Par exemple, $f(-6) = (-6) \times ((-6)+1) - 23 = (-6) \times (-5) - 23 = 30 - 23 = 7$.
5 et -6 sont deux antécédents de 7 par la fonction f.

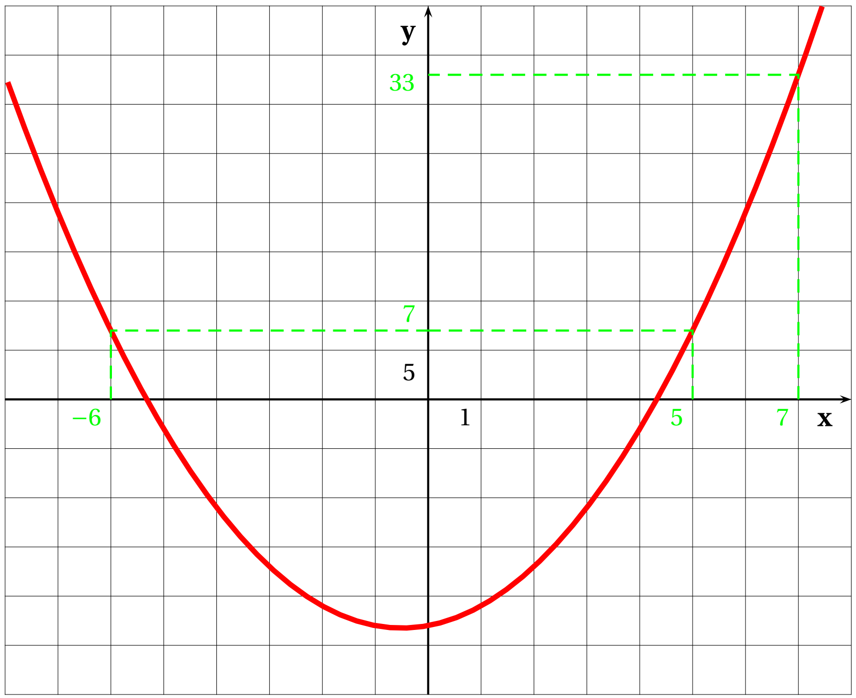
On représente souvent une fonction par un tableau contenant certaines de ses valeurs.

x	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
f(x)	19	7	-3	-11	-17	-21	-23	-23	-21	-17	-11	-3	7	19	33

On voit par exemple que 33 est l'image de 7, que -1 et 0 sont deux antécédents de -23.

Représentation graphique d'une fonction

La représentation graphique de la fonction f est la figure de géométrie constituée de tous les points de coordonnées $(x; f(x))$ où x est un nombre quelconque.



Remarque :

Une fonction peut-être définie sous plusieurs formes :

- Un programme de calcul ;
- Une expression littérale ;
- Un tableau de valeurs ;
- Une représentation graphique.

Pourcentages et fonction linéaire

Augmentation et diminution en pourcentage

x est un nombre positif.

Augmenter une grandeur de x % revient à la multiplier par $1+\frac{x}{100}$;

Diminuer une grandeur de x % revient à la multiplier par $1-\frac{x}{100}$.

Coefficient d'agrandissement-réduction :

Quand on multiplie une grandeur par un nombre supérieur à 1 on augmente la grandeur.
Quand on multiplie une grandeur par 1 on ne change pas la grandeur.
Quand on multiplie une grandeur par un nombre inférieur à 1 on diminue la grandeur.

Exemple :

Un commerçant diminue tous les prix de 30 % puis un peu plus tard il augmente tous les prix de 30 %. Les prix ont-ils retrouvé le niveau de départ ?

Prenons pour exemple un prix $P = 67$ €.

Diminuer ce prix de 30 % revient à multiplier ce prix par $1-\frac{30}{100} = 1-0,30 = 0,70$

Le prix diminué est donc $D = 0,70 \times P = 0,70 \times 67$ € $= 46,90$ €.

Augmenter ce prix de 30 % revient à multiplier ce prix par $1+\frac{30}{100} = 1+0,30 = 1,30$.

Le prix augmenté est donc $A = 1,30 \times D = 1,30 \times 46,90$ € $= 60,97$ €.

On constate que le prix final est plus bas que le prix initial. L'augmentation de 30 % ne suffit pas à remonter jusqu'au prix initial.

De manière plus littérale on a : $A = 1,30 \times D = 1,30 \times 0,70 \times P$ or $1,30 \times 0,70 = 0,91$. Ainsi $A = 0,91 \times P$.

Comme $0,91 = 1-0,09$ car $1-0,91 = 0,09$, on a $0,91 = 1-\frac{9}{100}$. $\boxed{\text{Il s'agit d'un baisse de 9 \%}}$.

On peut se demander quel pourcentage d'augmentation aurait permis de remonter au prix initial. Cela revient à résoudre l'équation suivante dont l'inconnue est k :

$$\begin{aligned} 0,70 \times k \times P &= P \\ 0,70 \times k &= 1 \\ k &= \frac{1}{0,70} \\ k &\approx 1,43 \end{aligned}$$

Comme $1,43 = 1+\frac{43}{100}$, $\boxed{\text{il aurait fallu augmenter le prix de 43 \%}}$.

La fonction linéaire

a un nombre quelconque fixé.
La fonction linéaire de coefficient a est définie ainsi :

$$f : x \to f(x) = ax$$

Exemples :

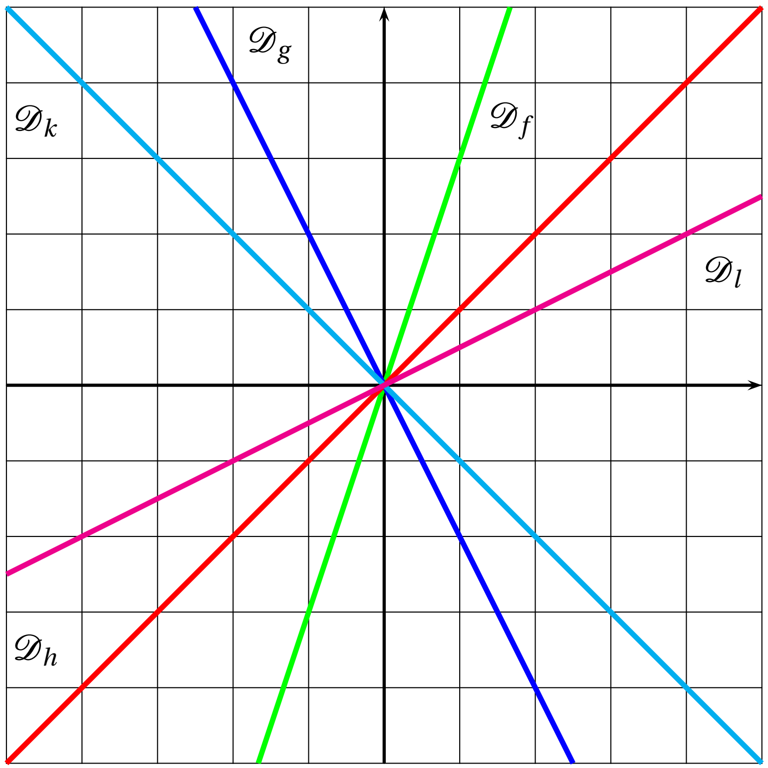
- $f(x) = 3x$ est la fonction linéaire de coefficient 3 ;
- $g(x) = -2x$ est la fonction linéaire de coefficient -2 ;
- $h(x) = x$ est la fonction linéaire de coefficient 1 ;
- $k(x) = -x$ est la fonction linéaire de coefficient -1 ;
- $l(x) = \frac{x}{2}$ est la fonction linéaire de coefficient $\frac{1}{2}$;
- $m(x) = 0$ est la fonction linéaire de coefficient 0 ;

Propriétés de la fonction linéaire

Le tableau de valeurs d'une fonction linéaire est un tableau de proportionnalité dont le coefficient est celui de la fonction.

La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine.

Exemples :



LES FONCTIONS AFFINES

DÉFINITION

a et b deux nombres quelconques.

La fonction affine de coefficients a et b est la fonction définie ainsi :

$$f(x) = ax + b$$

a s'appelle le coefficient directeur et b l'ordonnée à l'origine.

PROPRIÉTÉ

Une fonction **linéaire** est une fonction **affine** particulière.

EXEMPLE :

- $f(x) = 5x + 3$ est une fonction affine avec $a = 5$ et $b = 3$;
- $g(x) = -5x - \frac{1}{3}$ est une fonction affine avec $a = -5$ et $b = -\frac{1}{3}$;
- $h(x) = \frac{x}{6} + 1$ est une fonction affine avec $a = \frac{1}{6}$ et $b = 1$;
- $k(x) = -7x$ est une fonction affine avec $a = -7$ et $b = 0$, elle est aussi **linéaire** ;
- $l(x) = 2022$ est une fonction affine avec $a = 0$ et $b = 2022$, elle est **constante** ;
- $p(x) = 7 - 8x$ est une fonction affine avec $a = -8$ et $b = 7$.

PROPRIÉTÉ

f une fonction affine de coeffficients a et b.

L'image de zéro est égale à b, c'est à dire $f(0) = b$.

Sa représentation graphique est une droite passant par le points $\mathrm{M}(0;b)$

Si $b = 0$, la représentation graphique est une droite qui passe par l'origine du repère.

REMARQUE :

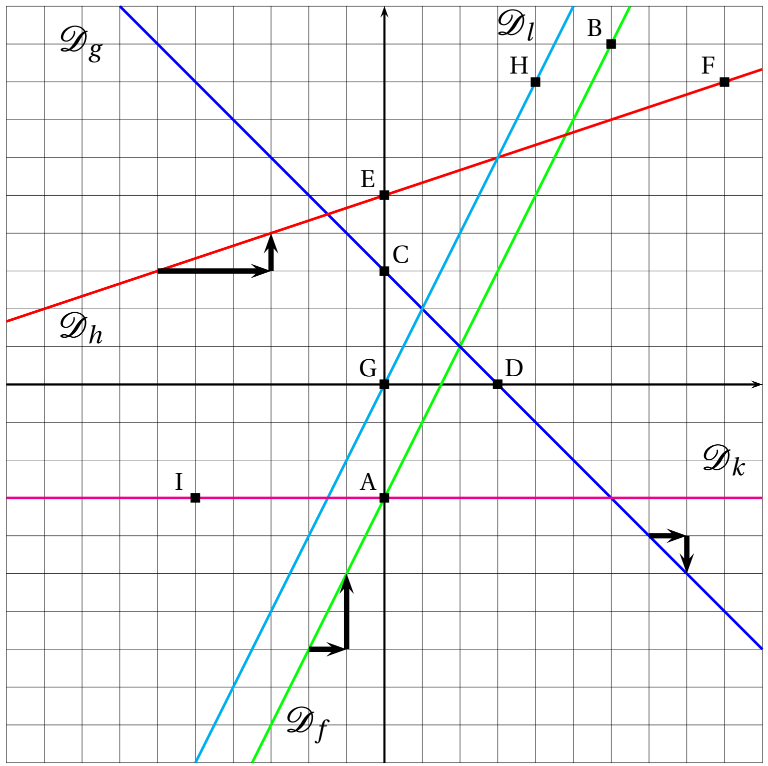
Pour tracer la représentation graphique d'une fonction affine f, il suffit de connaître deux points pour tracer la droite. Voici comment obtenir ces deux points :

- On calcule l'image de zéro, $f(0) = b$,
  la droite passe par le point de coordonnées $(0;b)$;
- On calcule l'image d'un autre nombre $f(w)$,
  la droite passe par le point de coordonnées $\big(w; f(w)\big)$.

EXEMPLES :

Représentons graphiquement : $f(x) = 2x - 3$, $g(x) = -x + 3$, $h(x) = \frac{x}{3} + 5$, $l(x) = 2x$ et $k(x) = -3$

- $f(0) = -3$ et $f(6) = 9$, la droite représentant f passe par $\mathrm{A}(0;-3)$ et $\mathrm{B}(6;9)$;
- $g(0) = 3$ et $g(3) = 0$, la droite représentant g passe par $\mathrm{C}(0;3)$ et $\mathrm{D}(3;0)$;
- $h(0) = 5$ et $h(9) = 8$, la droite représentant h passe par $\mathrm{E}(0;5)$ et $\mathrm{F}(9;8)$;
- $l(0) = 0$ et $l(4) = 8$, la droite représentant l passe par $\mathrm{G}(0;0)$ et $\mathrm{H}(4;8)$;
- $k(0) = -3$ et $k(-5) = -3$, la droite représentant k passe par $\mathrm{A}(0;-3)$ et $\mathrm{I}(-5;-3)$.



INTERPRÉTATION GRAPHIQUE :

- l'ordonnée à l'origine b se lit à l'intersection de la droite avec l'axe des ordonnées ;
- le coefficient directeur a correspond à la pente de la droite :
  - ce coefficient correspond à la variation des ordonnées entre deux points de la droite dont les abscisses varient d'une unité ;
  - il est positif quand « la droite monte » ;
  - il est négatif quand « la droite descend » ;
  - il est nul quand « la droite est horizontale » ;
  - deux droites parallèles ont le même coefficient directeur.
- le point d'intersection des droites représentant deux fonctions f et g a pour abscisse la solution de l'équation $f(x) = g(x)$.

STATISTIQUES

Vocabulaire

Une **série statistique** est une liste de valeurs obtenues en étudiant une **population** (des élèves, des plantes, des factures...). Pour chaque **individu** de la population étudiée on peut observer un ou plusieurs **caractères** (tailles, masse, âge, prix, couleur...), c'est à dire une information. Un caractère peut être **qualitatif** (couleur, difficulté, goût...) ou **quantitatif** (quantité, nombre, prix...).
On connaît parfois toutes les valeurs d'une série statistiques. Quelquefois on ne connaît que la **répartition** des valeurs étudiées.
L'effectif total d'une série désigne le nombre total d'individu étudié. Dans un tableau de répartition on utilise le mot **effectif** pourle nombre d'individu concerné par une valeur du caractère.
La fréquence d'une valeur du caractère étudié correspond au quotient de l'effectif de ce caractère sur l'effectif total. Une fréquence peut s'exprimer sous forme d'une fraction, d'un pourcentage ou d'un nombre décimal approché ou non.

EXEMPLES :
Voici une première série qualitative : la couleur des yeux de 10 personnes :

Bleu – Bleu – Vert – Vert – Vert – Marron – Marron – Marron – Marron – Noir

Voici une seconde série quantitative : les notes d'un groupe de 9 élèves au diplome de fin d'année :

10 – 05 – 15 – 20 – 11 – 15 – 15 – 03 – 17

Voici une troisième série quantitative : la répartition des notes sur les 156 élèves de dernière année :

Notes	$[0;5[$	$[5;10[$	$[10;15[$	$[15;20]$
Effectif	26	54	60	16

Moyenne arithmétique et pondérée

La **moyenne** ou **moyenne arithmétique** de la série de n valeurs : x_1, x_2, x_3, ... x_n est :

$$\frac{x_1+x_2+x_3+\ldots+x_n}{n}$$

La **moyenne pondérée** de la série de n valeurs x_1, x_2, x_2, ... x_n pondérées par les nombres a_1, a_2, a_3, ... a_n est :

$$\frac{a_1\times x_1+a_2\times x_2+a_3\times x_3+\ldots+a_n\times x_n}{a_1+a_2+a_3+\ldots+a_n}$$

La moyenne d'une série statistique est un nombre qui correspond à un partage équitable de toutes les valeurs de la série.

EXEMPLES :
La première série est qualitative, la moyenne n'a pas de sens pour cette série.
La seconde série a pour moyenne :

$$\frac{10+5+15+20+11+15+15+3+17}{9}=\frac{111}{9}\approx 12,33 \text{ à } 0,01 \text{ près.}$$

Pour la troisième série, il faut calculer la moyenne des centres des intervalles pondérée par l'effectif.

$$\frac{2,5\times 26+7,5\times 54+12,5\times 60+17,5\times 16}{26+54+60+16}=\frac{1500}{156}\approx 9,62 \text{ à } 0,01 \text{ près.}$$

Étendue

L'étendue d'une série statistique est l'écart entre la valeur maximale et minimale de la série.
L'étendue donne une information sur la dispersion des valeurs de la série : plus l'étendue est petite moins la série est dispersée.

EXEMPLE :
L'étendue de la deuxième série est $20-3=17$
Pour la deuxième série on peut seulement dire que l'étendue est inférieure ou égale à 20.

Médiane

La **médiane** d'une série statistique est une valeur du caractère qui partage la série en deux séries ayant le même effectif.
La moitié des valeurs sont inférieures à la médiane, l'autre moitié est supérieure.
La médiane donne une information sur la dispersion des valeurs de la série. Son écart avec la moyenne est souvent intéressant.

MÉTHODE :
Pour calculer la médiane d'une série statistique il faut classer les valeurs du caractère dans l'ordre croissant puis déterminer la valeur centrale.

- si l'effectif est impair, $2n+1$, la médiane est la $n+1^{\text{e}}$ valeur ;
- si l'effectif est pair, $2n$, la médiane est la moyenne de la n^{e} et $n+1^{\text{e}}$ valeur.

EXEMPLES :
Pour la deuxième série, l'effectif total est impair : $9=2\times 4+1$, la médiane est la $4+1=5^{\text{e}}$ valeur soit 15.
Pour la troisième série, l'effectif total est pair : $156=2\times 78$, la médiane est la moyenne de la 78ᵉ et 79ᵉ valeurs.
D'après le tableau cette médiane se situe dans l'intervalle $[5;10[$.

Probabilités

Vocabulaire et exemples :

- Une expérience aléatoire est une expérience renouvelable dont le résultat ne peut être prévu. Chaque renouvellement de l'expérience s'appelle une épreuve ;

  Lancer un dé à six faces ou lancer une pièce de monnaie sont des expériences aléatoires à une épreuve.

  Lancer deux dés à six faces ou deux pièces de monnaie sont des expériences aléatoires à deux épreuves.

- Le hasard n'a pas de mémoire : quand on répéte une expérience aléatoire, les résultats obtenus dans le passé n'influence pas les futurs résultats.

  Le tirage du Loto obtenu la semaine dernière a la même probabilité de survenir cette semaine !

- Un événement est un résultat d'une expériences aléatoire. Une issue est un événement élémentaire constitué d'un seul résultat de l'expérience.

  « Obtenir trois avec un dé cubique »ou « Obtenir face en lancant une pièce »sont des issues.

  « Obtenir un nombre pair en lancant un dé »ou « Obtenir 7 en faisant la somme de deux dés sont des événements ».

- La probabilité d'un événement est un nombre compris entre 0 et 1 qui mesure la fréquence d'apparition d'un résultat. On peut l'exprimer en pourcentage, en fraction ou sous forme décimale.

  Il y a 1 chance sur 6 soit environ 16,7 % d'obtenir 4 avec un dé cubique équilibré. Il y a 50 % de faire pile avec une pièce non truquée.

- Un événement est impossible quand sa probabilité vaut 0 ;

  L'événement « Obtenir 13 en faisant la somme de deux dés cubiques »est impossible.

- Un événement est certain quand sa probabilité vaut 1 ;

  L'événement « Obtenir un nombre positif avec un dé cubique »est certain.

- Deux événements sont contraires quand l'un ou l'autre se produit de manière certaine. Cela signifie que la somme de leurs probabilités est égale à 1.

  Les événements « Obtenir une carte noire »et « Obtenir une carte rouge »sont contraires quand on tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes.

Approche fréquentiste :

Lorsqu'on répéte une expérience aléatoire un grand nombre de fois, la fréquence d'apparition d'un événement approche la probabilité de cet événement.

Quand on lance une pièce de monnaie 10 fois, on peut obtenir 10 fois la même face. Si la pièce n'est pas truquée, plus on répéte cette expérience, plus la fréquence d'apparition de Pile et de Face s'approche de $\frac{1}{2} = 0,5$ ou 50 %

Loi de probabilité et équiprobabilité :

- La loi de probabilité d'une expérience aléatoire est la connaissance des probabilités de toutes les issues possibles de cette expérience.

- Il est souvent difficile de trouver la loi de probabilité d'une expérience aléatoire. Parfois on se contente d'une approche fréquentiste qui en répétant l'expérience donne une valeur approchée de la probabilité cherchée.

  Quand on lance une punaise à tête plate, il est difficile de déterminer la probabilité qu'elle tombe à plat ou sur le côté.

  La probabilité de gagner au Loto la semaine prochaine est difficile à calculer et demande des compétences de lycée.

- Si toutes les issues d'une expérience aléatoire ont la même probabilité de se réaliser, on dit que nous sommes dans une situation d'équiprobabilité. On parle aussi de loi de probabilité uniforme. Dans ce cas la probabilité d'un événement se calcule de la manière suivante :

$$\text{Probabilité de l'événement} = \frac{\text{Nombre d'issues favorables à cet événement}}{\text{Nombre d'issues totales}}$$

  Le lancer d'une pièce de monnaie non truquée, d'un dé cubique équilibré, la prise d'une boule non discernable au toucher... sont autant d'expérience aléatoire dont les issues sont équiprobables.

Expérience aléatoire à deux épreuves :

- Une expérience aléatoire à deux épreuves est constituée de deux épreuves indépendantes d'une même expérience.

  On lance deux dés cubiques pour en faire la somme, on lance deux pièces de monnaies équilibrée, on fait tourner une roue et on pioche une boule... voici des expériences aléatoires à deux épreuves.

- Il faut bien choisir la définition des issues en veillant à ce qu'elles soient équiprobables. On utilise souvent pour cela un tableau à deux entrées ou un arbre.

  On lance deux dés équilibrés et on fait la somme. Voici les issues possibles sous forme de tableau :

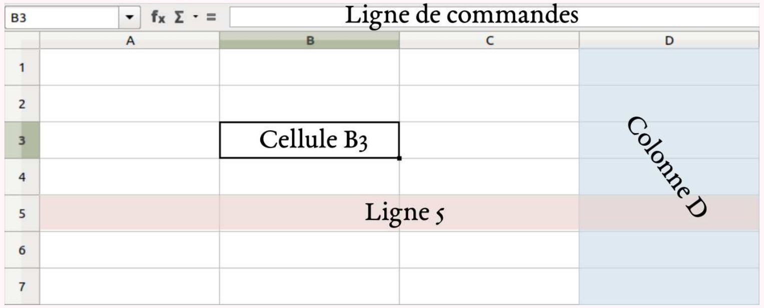
Dé 1 \ Dé 2	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Il y a 36 issues équiprobables.
La probabilité d'obtenir un 7 est égale à $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ soit environ 16,7 %.
La probabilité d'obtenir un nombre premier est égale à $\frac{18}{36} = \frac{1}{2}$ soit 50 %.
La probabilité d'obtenir un nombre supérieur ou égal à 9 vaut $\frac{10}{36} = \frac{5}{18}$ soit environ 27,8 %

TABLEUR

DESCRIPTION GÉNÉRALE

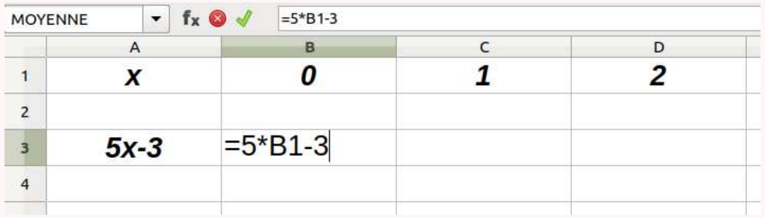
Un **tableur** est logiciel capable de manipuler des **feuilles de calcul**. Une feuille de calcul est un tableau constitué de lignes numérotées par un nombre et de colonnes reperées par une lettre.



Une case d'une feuille de calcul s'appelle une **cellule**.
Une cellule est repérée par la lettre de la colonne et le nombre de la ligne.
Dans une case on peut saisir une information numérique ou textuelle.
On peut aussi saisir une formule de calul qu'il est possible de recopier dans d'autres cases.
La ligne de commande permet de saisir des informations.

LES FORMULES

Pour programmer une cellule d'une feuille de calcul, il faut saisir une formule qui permet par exemple de modéliser une fonction ou une expression littérale.



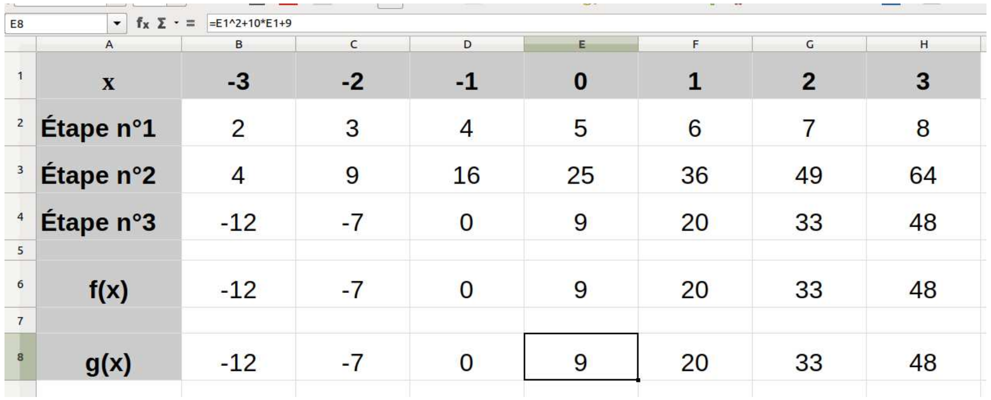
Dans une feuille de calcul, une formule s'écrit en commençant par le symbole =.
Une formule s'exprime en utilisant les coordonnées de la cellule, par exemple B1.
Les opérations mathématiques peuvent être codées d'une manière différente :

- addition, soustraction : + et − ;
- multiplication : ∗ ;
- division : ;
- parenthèses : ( ) ;

EXEMPLE :
On considère le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre ;
- Ajouter 5 ;
- Mettre ce résultat au carré ;
- Enlever 16.

On note f la fonction qui a x un nombre de départ associe $f(x)$ le résultat final du programme.
Voici une feuille de calcul obtenue à partir de ce programme de calcul et la fonction f.
Analysons cette feuille de calcul :



E8 =E1^2+10*E1+9

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	x	-3	-2	-1	0	1	2	3
2	Étape n°1	2	3	4	5	6	7	8
3	Étape n°2	4	9	16	25	36	49	64
4	Étape n°3	-12	-7	0	9	20	33	48
5								
6	f(x)	-12	-7	0	9	20	33	48
7								
8	g(x)	-12	-7	0	9	20	33	48

Notons x le nombre de départ, à l'étape 1 on obtient $x+5$.
Dans la cellule B2 on a saisi la formule : $= \mathrm{B1}+5$.
À l'étape 2 on obtient $(x+5)^2$.
Dans la cellule B3 on a saisi la formule $= \mathrm{B2} * \mathrm{B2}$ ou $= \mathrm{B2}^2$ ou $= \mathrm{B2}^2$
À l'étape 3 on obtient $(x+5)^2-16$.
Dans la cellule B4 on a saisi la formule $= \mathrm{B3}-16$.

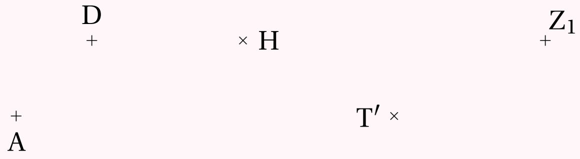
La fonction f s'exprime donc sous la forme $f(x) = (x+5)^2-16$
Dans la cellule B6 on a saisi la formule $= (\mathrm{B1}+5)^2-16$ ou $= (\mathrm{B1}+5)*(\mathrm{B1}+5)-16$

On remarque que dans la case E8 a été saisi $= \mathrm{E1}^2+10*\mathrm{E1}+9$
En effet si on développe $f(x) = (x+5)^2-16$
$f(x) = (x+5)(x+5)-16$
$f(x) = x^2+5x+5x+25-16$
$f(x) = x^2+10x+9$ cela correspond bien à la formule saisie en E8 !

Premiers éléments de géométrie

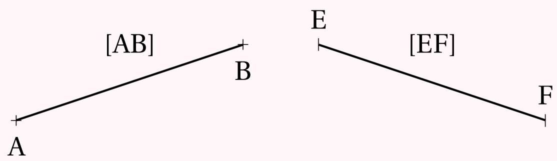
Point

Un **point** géométrique désigne en emplacement.
On le représente par une croix et on le nomme avec une lettre.



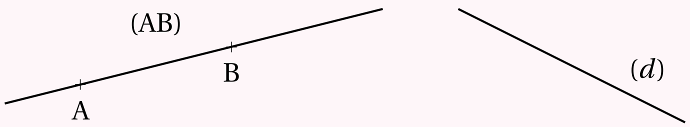
Segment

Un **segment** est la ligne la plus courte reliant deux points.
Ces deux points sont les **extrémités** du segment.
On note [AB] le segment dont les points A et B sont les extrémités.
On note AB la longueur de ce segment.



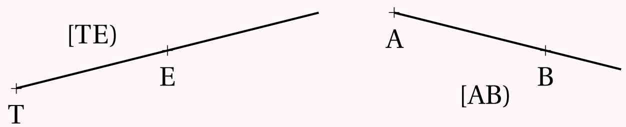
Droite

Une **droite** est constituée de tous les points alignés avec deux points.
On note (AB) la droite passant par les points A et B.



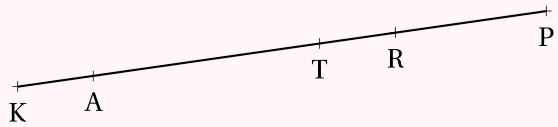
Demi-droite

Une **demi-droite** est une partie de droite limitée d'un seule côté son **origine** .
On note [AB) la demi-droite d'origine A passant par B.



Points alignés

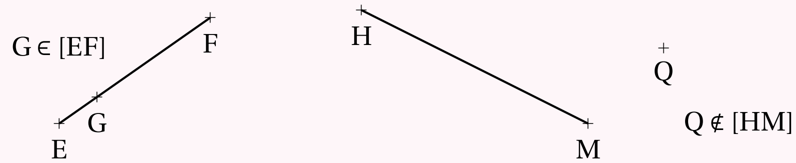
Des points sont **alignés** s'ils se situent tous sur le segment dont les extrémités sont deux d'entre eux.



Appartient, n'appartient pas

Quand un point se situe sur un segment, une droite ou une demi-droite, on dit qu'il **appartient à** un de ces objets géométriques.
On note A ∈ (CG) pour dire que A **appartient** à la droite (CG).

Quand un point ne se situe pas sur un objet géométrique, on dit qu'il **n'appartient pas à** un de ces objets géométriques.
On note C ∉ [TY] pour dire que C **n'appartient pas** au segment [TY].

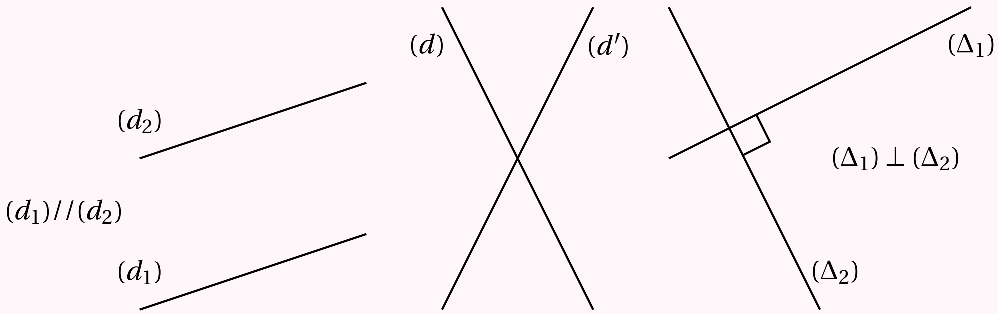


Relations entre les droites

Deux droites qui se rencontrent ne le font qu'une fois, elles ont un **point d'intersection** . On dit que ces droites sont **sécantes** .

Deux droites qui ne sont pas sécantes n'ont aucun point d'intersection. On dit qu'elles sont **parallèles** . Quand deux droites (d_1) et (d_2) sont parallèles on note $(d_1)//(d_2)$.

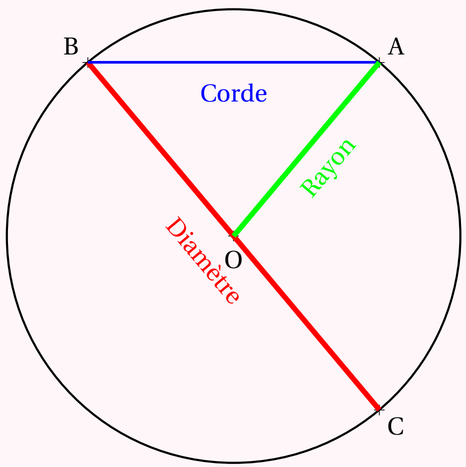
Deux droites sécantes qui se rencontrent en formant quatre angles égaux sont **perpendiculaires** . On dit que ces angles sont **droits** . Quand deux droites (d) et (d') sont perpendiculaires on note $(d) \perp (d')$.



Distance et cercle

Le cercle

Le **cercle** de **centre** O et de **rayon** R est une figure de géométrie constituée de tous les points dont la distance avec le centre O est **exactement** exactement égale au rayon R.
Un **rayon** du cercle est un segment reliant le centre à un des points du cercle.
Une **corde** est un segment reliant deux points du cercle.
Un **diamètre** est une corde passant par le centre. Les mots diamètre et rayon désignent à la fois les segments et leurs longueurs. Le diamètre vaut le double du rayon.



Régionnement du plan

Un cercle est caractérisé par son centre et son rayon. Il permet de définir trois régions :

— **L'intérieur du cercle** :
les points dont la distance avec le centre est **strictement inférieure** au rayon;

— **Le cercle** :
les points dont la distance avec le centre est exactement **égale** au rayon;

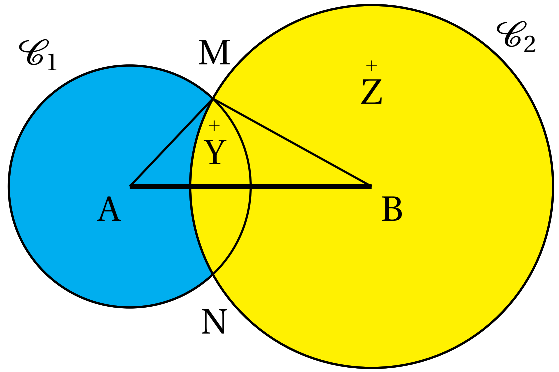
— **L'extérieur du cercle** :
les points dont la distance avec le centre est **strictement supérieure** au rayon.

Remarque :
Un **disque** est la surface constituée par l'intérieur du cercle et par le cercle.
Il s'agit des points dont la distance avec le centre est inférieure ou égale au rayon.

Exemple :
Voici un cercle un segment [AB] de longueur 3 cm et les cercles :

— $\mathscr{C}_1$ de centre A et de rayon 2 cm;

— $\mathscr{C}_2$ de centre B et de rayon 3 cm.



— Z est situé à plus de 2 cm de A, il est à l'extérieur du cercle de centre A et de rayon 2 cm;

— Z est situé à moins de 3 cm de B, il est à l'intérieur du cercle de centre B et de rayon 3 cm;

— Y est situé à moins de 2 cm de A et à moins de 3 cm de B, il est à l'intérieur des deux cercles;

— M et N sont situés à exactement 2 cm de A et à 3 cm de B;

— le triangle ABM mesure donc exactement 2 cm, 3 cm et 4 cm.

Construction de triangles

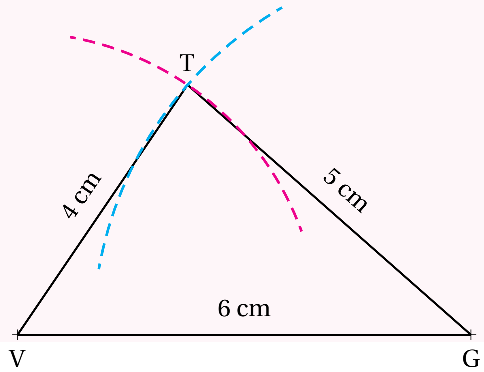
Pour tracer un triangle connaissant les mesures de ses trois côtés, par exemple le triangle TGV dont les côtés mesurent TG = 5 cm, TV = 4 cm et VG = 6 cm :

— on trace un premier côté, souvent le plus long, le côté [VG];

— on trace le cercle de centre V et de rayon 4 cm;

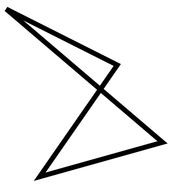
— on trace le cercle de centre G et de rayon 5 cm;

— ces deux cercles se coupent en deux points dont le point T.

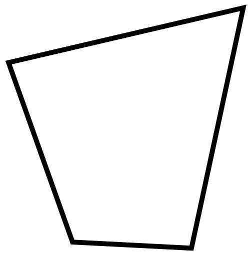


Les quadrilatères

Un quadrilatère est un polygône ayant quatre côtés



Quadrilatère croisé



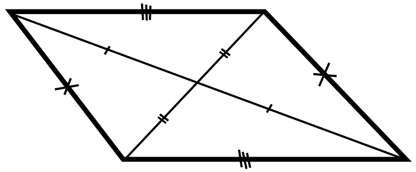
Quadrilatère quelconque

Si un quadrilatère a ses côtés opposés égaux deux à deux alors c'est un parallélogramme

Si un quadrilatère non croisé a deux côtés parallèles et de même longueur alors c'est un parallèlogramme

Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu alors c'est un parallèlogramme

Un parallélogramme est un quadrilatère ayant ses côtés opposés deux à deux parallèles

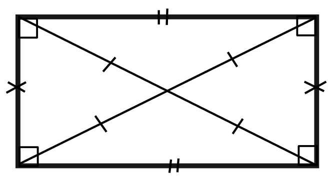


Parallélogramme

Si un parallélogramme a des diagonales de même longueur alors c'est un rectangle

Si un parallélogramme a un angle droit alors c'est un rectangle

Un rectangle est un quadriladrilatère ayant quatre angles droits



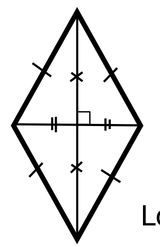
Rectangle

Un rectangle est un parallélogramme.

Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs égaux alors c'est un losange

Si un parallélogramme a des diagonales perpendiculaires alors c'est un losange.

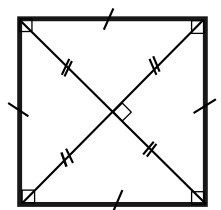
Un losange est un quadriladrilatère ayant quatre côtés égaux



Losange

Un losange est un parallélogramme.

Un carré est un quadriladrilatère ayant quatre angles droits et quatre côtés égaux



Carré

Un carré est un rectangle et un losange

Pour démontrer qu'un quadrilatère est un carré :
- démontrer que c'est un parallélogramme ;
- démontrer que c'est un rectangle ;
- démontrer que c'est un losange.

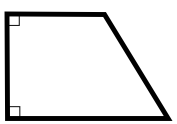
Les réciproques des propriétés précédentes sont vraies.
Par exemples

Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses diagonales se coupent en leur milieu

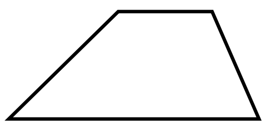
ou encore

Si un quadrilatère est un rectangle alors ses diagonales ont la même longueur

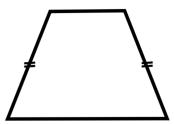
Un trapèze est un quadrilatère ayant deux côtés opposés parallèles



Trapèze rectangle



Trapèze quelconque

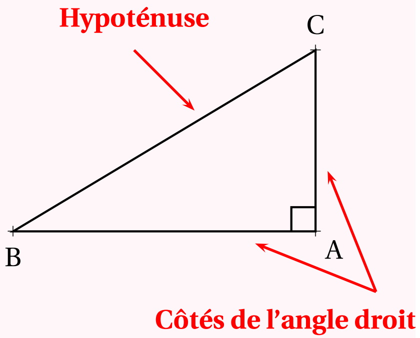


Trapèze isocèle

Égalité de Pythagore

Vocabulaire du triangle rectangle

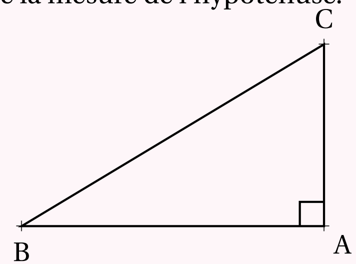
Dans un triangle rectangle, l' **hypoténuse** désigne le côté qui n'est pas adjacent à l'angle droit.
L' **hypoténuse** est le plus long côté d'un triangle rectangle.



Théorème de Pythagore

Si un triangle est rectangle

alors la somme des carrés des mesures des côtés de l'angle droit est égale au carré de la mesure de l'hypoténuse.



Si ABC est rectangle en A

alors

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

Contraposée du théorème de Pythagore

Si un dans un triangle la somme des carrés des mesures des deux plus petits côtés **n'est pas égale** au carré de la mesure du plus grand côté

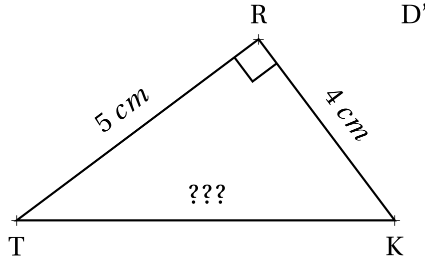
alors ce triangle n'est pas rectangle.

Réciproque du théorème de Pythagore

Si un dans un triangle la somme des carrés des mesures des deux plus petits côtés **est égale** au carré de la mesure du plus grand côté

alors ce triangle est rectangle.

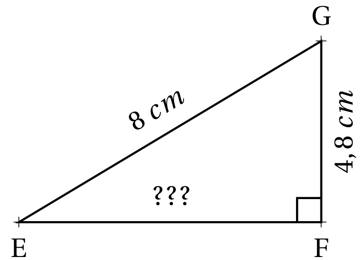
Calculer la mesure de l'hypoténuse :



Dans le triangle TKR rectangle en R,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$RT^2 + RK^2 = TK^2$$
$$5^2 + 4^2 = TK^2$$
$$25 + 16 = TK^2$$
$$TK^2 = 41$$
$$TK = \sqrt{41}$$
$$\boxed{TK \approx 6,4\ cm}$$

Calculer la mesure d'un côté de l'angle droit :



Dans le triangle EFG rectangle en F,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$FG^2 + FE^2 = GE^2$$
$$4,8^2 + FE^2 = 8^2$$
$$23,04 + FE^2 = 64$$
$$FE^2 = 64 - 23,04$$
$$FE^2 = 40,96$$
$$FE = \sqrt{40,96}$$
$$\boxed{FE = 6,4\ cm}$$

Démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle :

MNO un triangle tel que :

- $MN = 78\ mm$
- $MO = 103\ mm$
- $NO = 130\ mm$

NO est le plus grand côté, comparons $MN^2 + MO^2$ et NO^2

$MN^2 + MO^2$	NO^2
$78^2 + 103^2$	130^2
$6\,084 + 10\,609$	$16\,900$
$16\,693$	

MNO **est-il rectangle ?**

$MN^2 + MO^2 \neq NO^2$, d'après **la contraposée du théorème de Pythagore** $\boxed{\text{le triangle MNO n'est pas rectangle}}$.

Démontrer qu'un triangle est rectangle :

LKU un triangle tel que :

- $LK = 11,7\ m$
- $KU = 10,8\ m$
- $LU = 4,5\ m$

LK est le plus grand côté, comparons $UK^2 + UL^2$ et LK^2

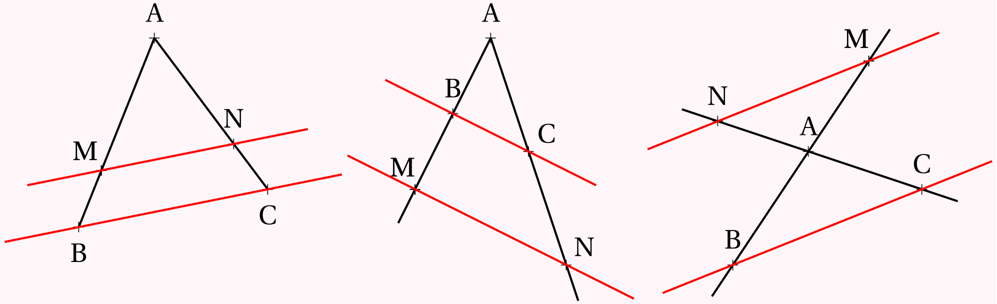
$UL^2 + UK^2$	LK^2
$4,5^2 + 10,8^2$	$11,7^2$
$20,25 + 116,64$	$136,89$
$136,89$	

LKU **est-il rectangle ?**

$UK^2 + UL^2 = LK^2$, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** $\boxed{\text{le triangle LKU est rectangle en U}}$.

Le théorème de Thalès

Le théorème de Thalès



Si deux droites (BM) et (CN) sont sécantes en A et si (MN)//(BC)
alors les mesures des triangles ABC et AMN sont proportionnelles c'est-à-dire

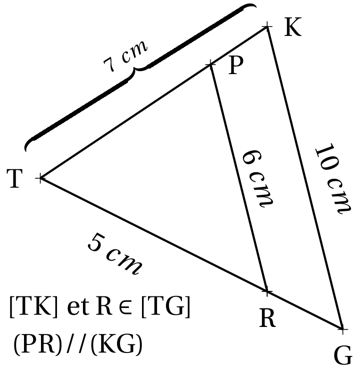
$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

Contraposée du théorème de Thalès

Si deux droites (BM) et (CN) sont sécantes en A et si $\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$
Alors les droites (MN) et (BC) ne sont pas parallèles.

Réciproque du théorème de Thalès

Si deux droites (BM) et (CN) sont sécantes en A avec A, B et M dans le même ordre que A, C et N et si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$
Alors les droites (MN) et (BC) sont parallèles.



P ∈ [TK] et R ∈ [TG]
(PR)//(KG)

Calculer TG **et** TP**.**

Les droites (PK) et (RG) sont sécantes en T.
Les droites (PR) et (KG) sont parallèles.
D'après **le théorème de Thalès** on a :

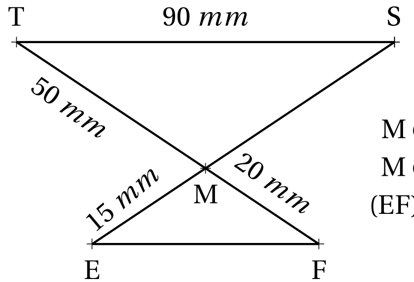
$$\frac{TP}{TK} = \frac{TR}{TG} = \frac{PR}{KG}$$

$$\frac{TP}{7\ cm} = \frac{5\ cm}{TG} = \frac{6\ cm}{10\ cm}$$

On utilise la règle de trois :

$TP = \frac{7\ cm \times 6\ cm}{10\ cm} = 4{,}2\ cm$

$TG = \frac{5\ cm \times 10\ cm}{6\ cm} \approx 8{,}3\ cm$



M ∈ (ES)
M ∈ (TF)
(EF)//(TS)

Calculer MS **et** EF**.**

Les droites (ES) et (TF) sont sécantes en M.
Les droites (EF) et (TS) sont parallèles.
D'après **le théorème de Thalès** on a :

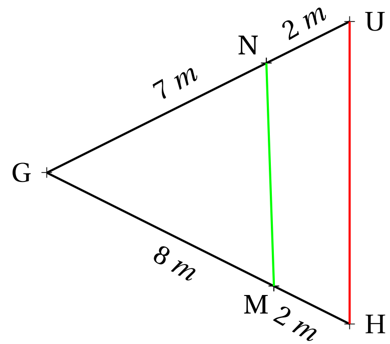
$$\frac{ME}{MS} = \frac{MF}{MT} = \frac{EF}{ST}$$

$$\frac{15\ mm}{MS} = \frac{20\ mm}{50\ mm} = \frac{EF}{90\ mm}$$

On utilise la règle de trois :

$MS = \frac{50\ mm \times 15\ mm}{20\ mm} = 37{,}5\ mm$

$EF = \frac{90\ mm \times 20\ mm}{50\ mm} = 36\ mm$



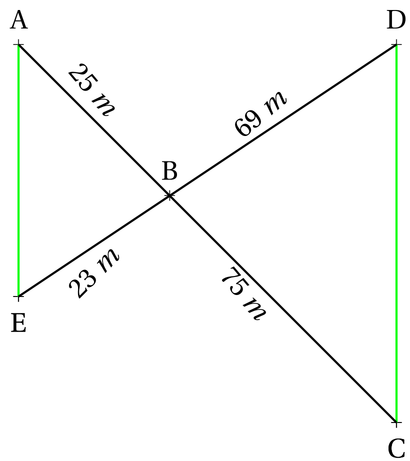
(NM) **et** (HU) **sont-elles parallèles ?**

Comparons $\frac{GN}{GU}$ et $\frac{GM}{GH}$

$\frac{GN}{GU} = \frac{7\ m}{9\ m} \approx 0{,}78$

$\frac{GM}{GH} = \frac{8\ m}{10\ m} = 0{,}8$

Comme $\frac{GN}{GU} \neq \frac{GM}{GH}$ d'après **la contraposée du théorème de Thalès**, les droites (NM) et (HU) sont sécantes.



(AE) **et** (DC) **sont-elles parallèles ?**

Comparons $\frac{BA}{BC}$ et $\frac{BE}{BD}$

$\frac{BA}{BC} = \frac{25\ m}{75\ m} = \frac{1}{3} \approx 0{,}33$

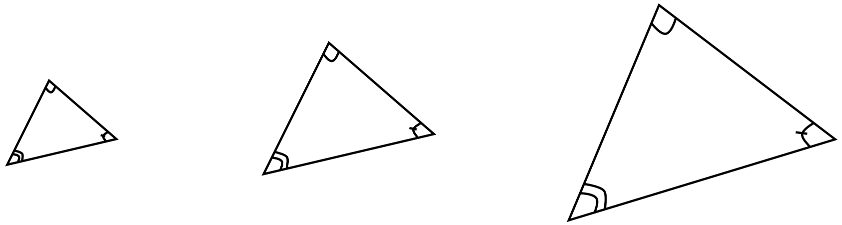
$\frac{BE}{BD} = \frac{23\ m}{69\ m} = \frac{1}{3} \approx 0{,}33$

Comme $\frac{BA}{BC} = \frac{BE}{BD}$ et comme les points B, A et C sont alignés et dans le même ordre que les points alignés B, E et D.
D'après **la réciproque du théorème de Thalès** les droites (AE) et (DC) sont parallèles.

Agrandissement et réduction

Si on multiplie les mesures d'une figure par un nombre positif
Alors on obtient un agrandissement ou une réduction de la figure de départ.

Plus précisemment :
- quand le coefficient multiplicatif est supérieur à 1, il s'agit d'un agrandissement ;
- quand le coefficient multiplicatif est inférieur à 1, il s'agit d'une réduction.



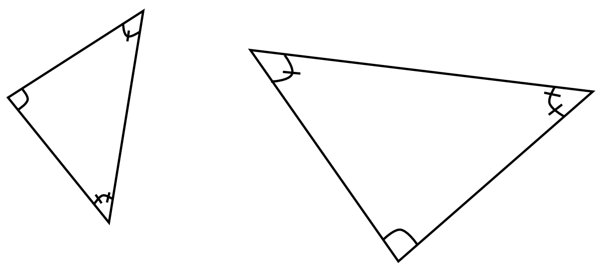
Si une figure est un agrandissement ou une réduction d'une autre figure
Alors :
- les mesures de ces deux figures sont proportionnelles ;
- les angles de ces deux figures sont égaux.

Si les longueurs d'une figure sont multipliées par un nombre positif k
Alors :
- les aires sont multipliées par k^2
- les volumes sont multipliés par k^3

Triangles semblables

Deux triangles sont semblables s'ils ont deux angles égaux.

Si deux triangles sont semblables

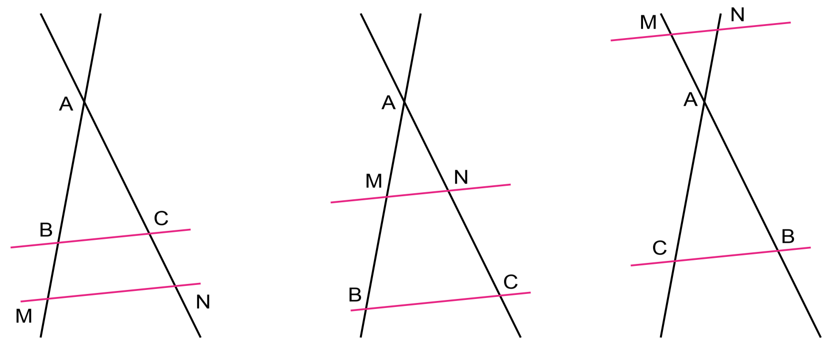


Alors :

- leurs trois angles sont égaux ;
- leurs côtés sont proportionnels ;
- le coefficient de proportionnalité est un coefficient d'agrandissement-réduction ;
- un des triangles est un agrandissement, ou une réduction, de l'autre.

Théorème de Thalès

Dans chacun des cas suivants les triangles ABC et AMN sont semblables.



Plus précisemment :

Si les droites (BM) et (CN) sont sécantes en A et (MN) // (BC)

Alors $\dfrac{AB}{AM} = \dfrac{AC}{AN} = \dfrac{BC}{MN}$

Réciproque du théorème de Thalès

Si $\dfrac{AB}{AM} = \dfrac{AC}{AN}$

et si les points A, B et M sont alignés et dans le même ordre que les points alignés A, C et N

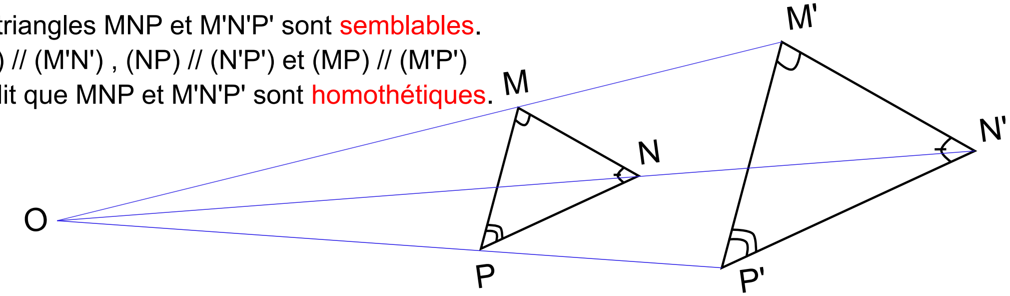
Alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

Homothétie

k un nombre positif
L'homothétie de entre O et de rapport k est la transformation géométrique qui transforme un point M en un point M' vérifiant :

$$M' \in [OM) \text{ et } OM' = k \times OM$$

Les triangles MNP et M'N'P' sont semblables.
(MN) // (M'N') , (NP) // (N'P') et (MP) // (M'P')
On dit que MNP et M'N'P' sont homothétiques.

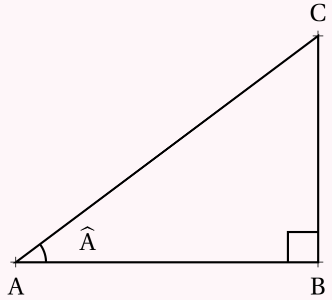


TRIGONOMÉTRIE

DÉFINITION

Dans un triangle ABC rectangle en B :

- le plus long côté du triangle, opposé à l'angle droit est l'hypoténuse ;
- le côté de l'angle droit étant un côté de l'angle $\widehat{A}$ est le côté adjacent à l'angle $\widehat{A}$;
- le côté de l'angle droit n'étant pas un côté de l'angle $\widehat{A}$ est le côté opposé à l'angle $\widehat{A}$.



- [AC] est l'hypoténuse du triangle ;
- [AB] est le côté adjacent à l'angle $\widehat{A}$;
- [BC] est le côté opposé à l'angle $\widehat{A}$;
- [BC] est le côté adjacent à l'angle $\widehat{C}$;
- [AB] est le côté opposé à l'angle $\widehat{C}$;

Dans un triangle rectangle ABC rectangle en B, il existe trois grandeurs qui ne dépendent que de l'angle $\widehat{A}$ que l'on nomme cosinus, sinus et tangente de l'angle $\widehat{A}$. La connaissance de l'une de ces grandeurs permet de retrouver la mesure de l'angle $\widehat{A}$.
On les définit ainsi :

$$\cos \widehat{A} = \frac{\text{côté adjacent à l'angle } \widehat{A}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\sin \widehat{A} = \frac{\text{côté opposé à l'angle} \widehat{A}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\tan \widehat{A} = \frac{\text{côté opposé à l'angle} \widehat{A}}{\text{côté adjacent à l'angle} \widehat{A}}$$

MOYEN MNÉMOTECHNIQUE :

L'acronyme suivant permet de se souvenir facilement de ces trois définitions :

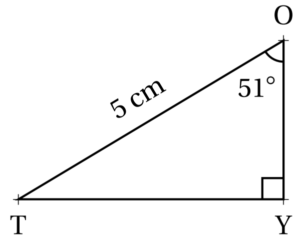
C A H S O H T O A

C pour cosinus, S pour sinus et T pour tangente.
A pour adjacent, O pour opposé et H pour hypoténuse.

USAGES :

Pour calculer la longueur d'un côté connaissant un côté et un angle

TOY un triangle rectangle en T.



Calculons la longueur OY :

On connaît la mesure de l'hypoténuse, on veut celle du côté adjacent à l'angle à 51°. On utilise donc le cosinus.

$\cos 51° = \dfrac{OY}{5\ cm}$ soit $\boxed{OY = 5\ cm \times \cos 51°}$

Finalement $OY \approx 3,15\ cm$

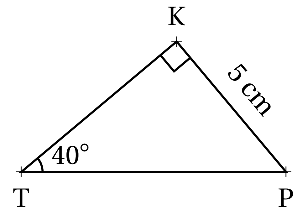
Calculons la longueur TY :

On connaît la mesure de l'hypoténuse, on veut celle du côté opposé à l'angle à 51°. On utilise donc le sinus.

$\sin 51° = \dfrac{TY}{5\ cm}$ soit $\boxed{TY = 5\ cm \times \sin 51°}$

Finalement $TY \approx 3,89\ cm$

KPT un triangle rectangle en K.



Calculons la longueur TP :

On connaît la mesure du côté opposé à l'angle à 40°, on veut celle de l'hypoténuse. On utilise donc le cosinus.

$\sin 40° = \dfrac{5\ cm}{TP}$ soit $\boxed{TP = \dfrac{5\ cm}{\sin 40°}}$

Finalement $TP \approx 7,78\ cm$

Calculons la longueur TK :

On connaît la mesure du côté opposé, on veut celle du côté adjacent. On utilise donc la tangente.

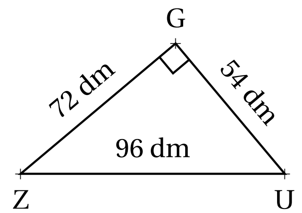
$\tan 40° = \dfrac{5\ cm}{TK}$ soit $\boxed{TK = \dfrac{5\ cm}{\tan 40°}}$

Finalement $TK \approx 5,96\ cm$

Pour résoudre une équation du type $5 = \dfrac{x}{7}$ ou $8 = \dfrac{7}{x}$, on écrit chaque membre comme une fraction, $\dfrac{5}{1} = \dfrac{x}{7}$ et $\dfrac{8}{1} = \dfrac{7}{x}$ puis on utilise la règle de trois !

Pour calculer la mesure d'un angle connaissant deux côtés

ZUG un triangle rectangle en G.



Calculons la mesure des angles $\widehat{UZG}$ et $\widehat{GUZ}$.

On peut calculer au choix soit le cosinus, le sinus ou la tangente de chacun de ces angles.

Ainsi $\cos \widehat{UZG} = \dfrac{72\ dm}{92\ dm} = 0,8$.

À la calculatrice on trouve $\boxed{\widehat{UZG} \approx 36,87°}$

Il faut saisir seconde cos 0,8

Comme $\widehat{UZG}$ et $\widehat{GUZ}$ sont complémentaires, $\widehat{GUZ} = 90° - 36,87° = 53,13°$

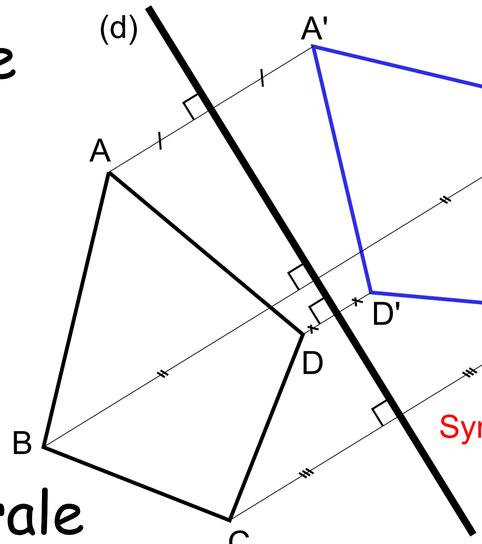
Les tranformations

La symétrie axiale

(d) est la médiatrice de [AA']

(d) coupe [AA'] en son milieu
et (d) perpendiculaire à (AA')

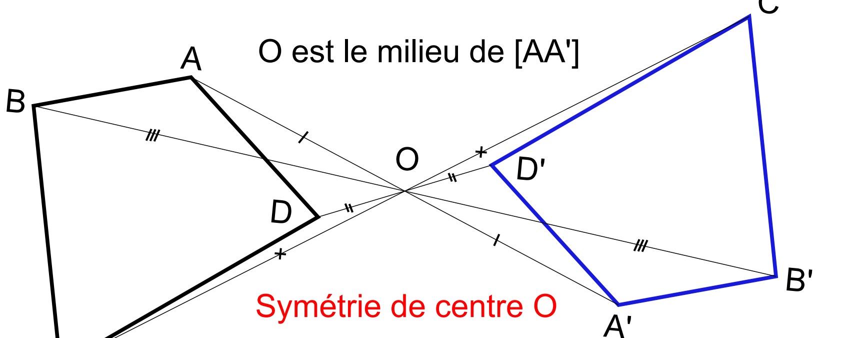
La figure est pliée le long de de l'axe (d).



Symétrie d'axe (d)

La symétrie centrale

O est le milieu de [AA']



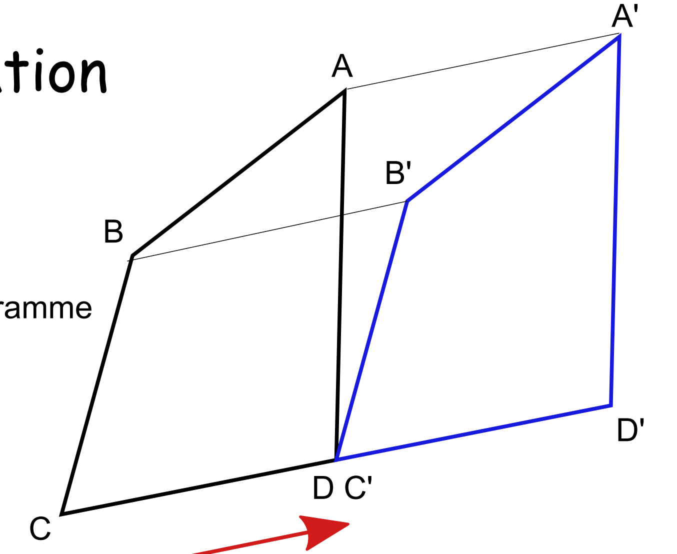
Symétrie de centre O

La figure fait un demi-tour autour du point O.

La translation

(BB') // (CD) et BB'=CD

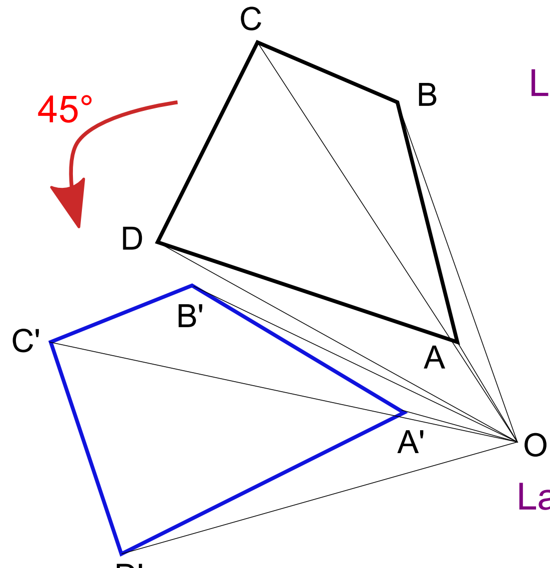
CDB'B est un parallélogramme



Translation qui transforme C en D

La figure est "poussée" de C vers D

La rotation



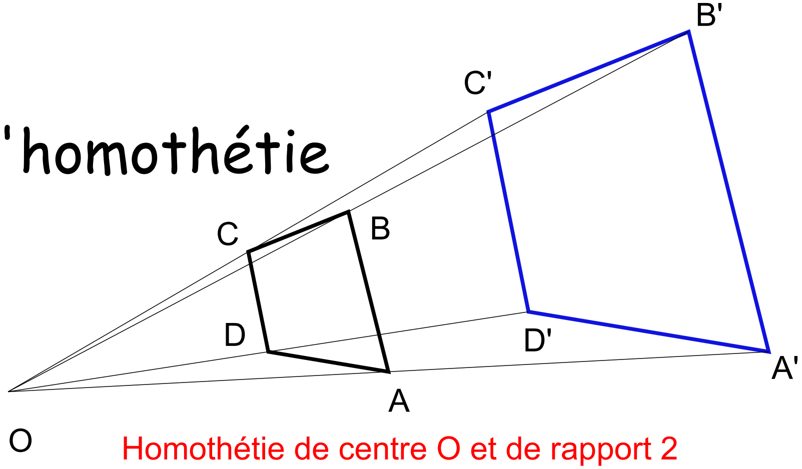
OA=OA'

$\widehat{AOA'}=45°$

La figure tourne de 45° autour du point O

Rotation d'angle 45° et de centre O

L'homothétie



Homothétie de centre O et de rapport 2

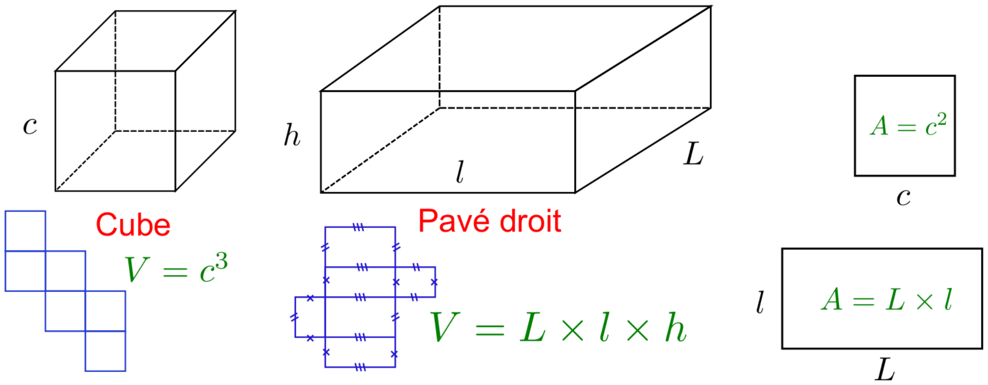
A' est sur la demi-droite [OA) et OA'=2OA

La figure est agrandie ou réduite depuis le point O

La **symétrie axiale**, la **symétrie centrale**, la **translation** et la **rotation** ne modifient pas les mesures et les angles de la figure transformée.

L'**homothétie** agrandit ou réduit les longueurs de la figure sans changer les angles.

Prismes droits et cylindre



$V = c^3$

$V = L \times l \times h$

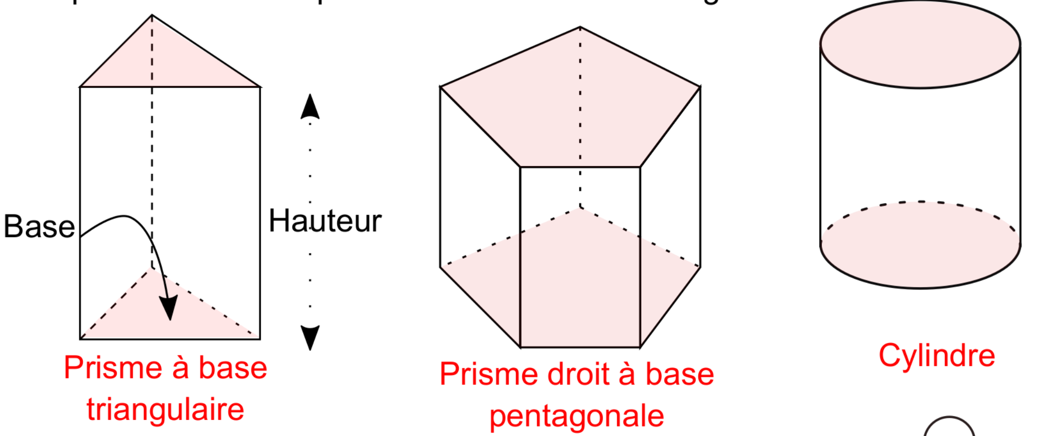
$A = c^2$

$A = L \times l$

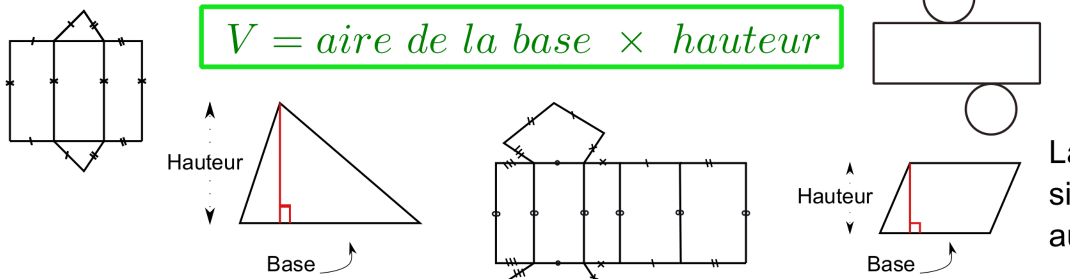
Un prisme droit est un solide ayant deux faces polygonales parallèles identiques reliées par des faces rectangulaires

Le cube est un prisme droit à bases carrées.

Le pavé droit est un prisme droit à bases rectangulaires.



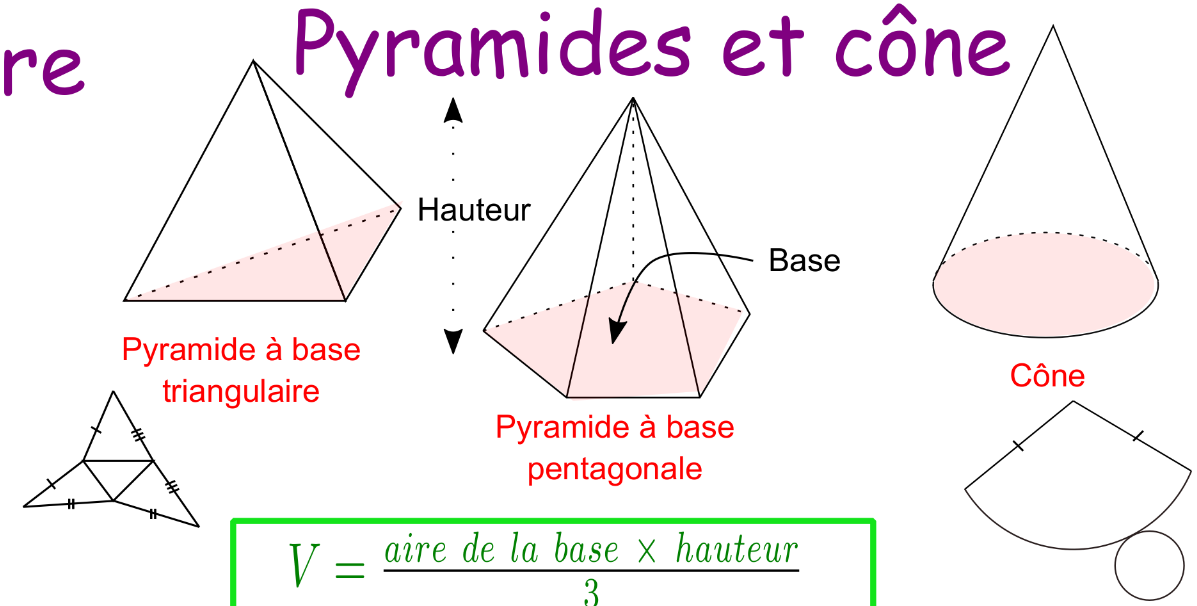
$$\boxed{V = aire\ de\ la\ base \times hauteur}$$



$A = \frac{Base \times Hauteur}{2}$

$A = Base \times Hauteur$

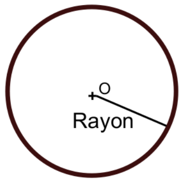
Pyramides et cône



$$\boxed{V = \frac{aire\ de\ la\ base \times hauteur}{3}}$$

Une pyramide est un solide ayant une base polygonale reliée à un sommet principal par des faces triangulaires.

Un polyèdre est régulier si toutes ses faces sont des polygônes identiques. Le tétraèdre est une pyramide régulière ayant quatre faces triangulaires équilatérales. Le cube est régulier ses faces sont des carrés.



$$\boxed{P = 2\pi R \qquad S = \pi R^2 \qquad \pi \approx 3,14}$$

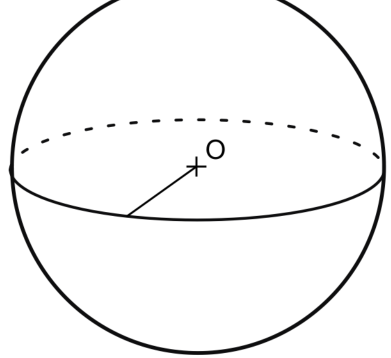
Sphère et boule

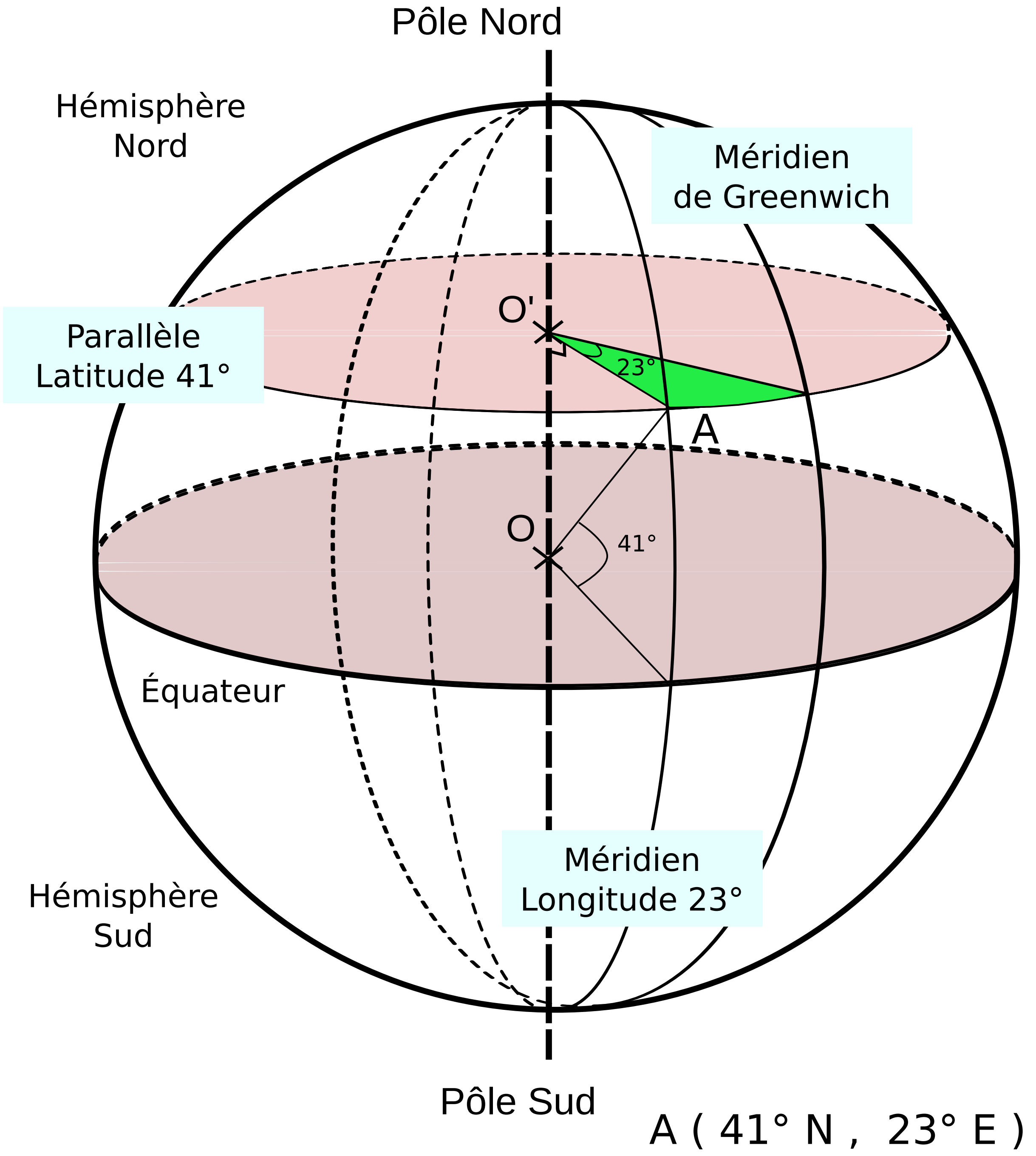
La sphère est une surface constituée de tous les points situées à la même distance du centre.
Cette distance commune est le rayon de la sphère.

$$\boxed{S = 4\pi R^2}$$

La boule est un solide constitué de tous les points situés à une distance du centre inférieure ou égale au rayon.

$$\boxed{V = \frac{4}{3}\pi R^3}$$





La sphère et la boule

La sphère de centre de O et de rayon R est l'ensemble des points de l'espace situé à la distance R du centre O

M est sur la sphère de centre O et de rayon R si et seulement si OM=R

La boule de centre de O et de rayon R est l'ensemble des points de l'espace situé à une distance inférieure à R du centre O

M est sur la boule de centre O et de rayon R si et seulement si OM⩽R

La sphère est une surface. La boule est un volume.

c'est une longueur

Le périmètre d'un cercle de rayon R mesure $2\pi R$

ce sont des aires

L'aire d'un disque de rayon R mesure πR^2

L'aire d'une sphère de rayon R mesure $4\pi R^2$

c'est un volume

Le volume d'une boule de rayon R mesure $\frac{4}{3}\pi R^3$

Sur la sphère, un grand cercle est un cercle ayant le même centre que la sphère. Un grand cercle partage la sphère en deux hémisphères.
En géographie, l'équateur est un grand cercle.
Les méridiens sont des demi-cercles qui passent par les pôles nord et sud, l'équateur partage la terre en deux hémisphères.
Un parallèle est un cercle obtenu par section de la terre par un plan parallèle au plan équatorial.
La longitude est l'angle mesurant l'écart entre les méridiens.
La latitude est l'angle mesurant l'écart entre les parallèles.

- ☐ **CALCUL NUMÉRIQUE**
  - ☐ **Nombres entiers, arithmétique**
    - ☐ Division euclidienne — **Exercice nº 1**
    - ☐ Diviseurs et multiples — **Exercice nº 2**
    - ☐ Décomposition en produit de facteurs premiers — **Exercice nº 3**
    - ☐ Fractions irréductibles — **Exercice nº 4**
    - ☐ Raisonner avec des nombres entiers — **Exercice nº 5**
  - ☐ **Nombres décimaux**
    - ☐ Unités simples usuelles — **Exercice nº 6**
  - ☐ **Nombres relatifs**
    - ☐ Somme algébrique — **Exercice nº 7**
    - ☐ Priorités opératoires — **Exercice nº 8**
  - ☐ **Fractions**
    - ☐ Calculer une somme algébrique de fractions — **Exercice nº 9**
    - ☐ Calculer un produit de fractions — **Exercice nº 10**
    - ☐ Calculer un quotient de fractions — **Exercice nº 11**
    - ☐ Utiliser les priorités opératoires avec les fractions — **Exercice nº 12**
  - ☐ **Puissances**
    - ☐ Calculer avec les puissances de 10 — **Exercice nº 13**
    - ☐ Déterminer l'écriture scientifique d'un nombre décimal — **Exercice nº 14**
    - ☐ Utiliser les préfixes usuels — **Exercice nº 15**
    - ☐ Calculer avec les puissances quelconques — **Exercice nº 16**
- ☐ **CALCUL LITTÉRAL**
  - ☐ **Substitution**
    - ☐ Substituer dans une expression littérale — **Exercice nº 17**
    - ☐ Comprendre un programme de calcul — **Exercice nº 18**
  - ☐ **Développer et réduire**
    - ☐ Réduire une expression littérale — **Exercice nº 19**
    - ☐ Développer en utilisant la distributivité simple — **Exercice nº 20**
    - ☐ Développer en utilisant la distributivité double — **Exercice nº 21**
    - ☐ Développer en utilisant les identités remarquables — **Exercice nº 22**
  - ☐ **Factoriser**
    - ☐ Factoriser une expression en utilisant la distributivité — **Exercice nº 23**
    - ☐ Factoriser une expression en utilisant une différence de deux carrés — **Exercice nº 24**
    - ☐ Factoriser une expression en utilisant les identités remarquables — **Exercice nº 25**
  - ☐ **Équations**
    - ☐ Résoudre une équation du premier degré — **Exercice nº 26**
    - ☐ Résoudre une équation produit — **Exercice nº 27**
    - ☐ Résoudre une équation carré — **Exercice nº 28**
- ☐ **FONCTIONS**
  - ☐ **Généralités sur les fonctions**
    - ☐ Calculer l'image d'un nombre par une fonction — **Exercice nº 29**

- ☐ Déterminer le ou les antécédents d'un nombre par une fonction — **Exercice n° 30**
- ☐ Lire la représentation graphique d'une fonction — **Exercice n° 31**
- ☐ Lire le tableau de valeurs d'une fonction — **Exercice n° 32**
- ☐ Usage d'un tableur — **Exercice n° 33**

☐ **Les fonctions linéaires**

- ☐ Déterminer l'expression d'une fonction linéaire — **Exercice n° 34**
- ☐ Tracer la représentation graphique d'une fonction linéaire — **Exercice n° 35**
- ☐ Analyser la représentation graphique d'une fonction linéaire — **Exercice n° 36**

☐ **Les fonctions affines**

- ☐ Déterminer l'expression d'une fonction affine — **Exercice n° 37**
- ☐ Tracer la représentation graphique d'une fonction affine — **Exercice n° 38**
- ☐ Analyser la représentation graphique d'une fonction affine — **Exercice n° 39**

☐ **GÉOMÉTRIE PLANE**

☐ **Bases de la géométrie**

- ☐ Droites parallèles et perpendiculaires — **Exercice n° 40**
- ☐ Angles alternes-internes, correspondants, opposés par le sommet — **Exercice n° 41**
- ☐ Angles et triangles — **Exercice n° 42**
- ☐ Les parallélogrammes — **Exercice n° 43**
- ☐ Cas d'égalité des triangles — **Exercice n° 44**
- ☐ Triangles semblables — **Exercice n° 45**

☐ **Transformations géométriques**

- ☐ La symétrie axiale — **Exercice n° 46**
- ☐ La symétrie centrale — **Exercice n° 47**
- ☐ La translation — **Exercice n° 48**
- ☐ La rotation — **Exercice n° 49**
- ☐ L'homothétie — **Exercice n° 50**

☐ **Théorème de Pythagore**

- ☐ Calculer la mesure de l'hypoténuse — **Exercice n° 51**
- ☐ Calculer la longueur d'un côté de l'angle droit — **Exercice n° 52**
- ☐ Démontrer qu'un triangle est rectangle — **Exercice n° 53**
- ☐ Démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle — **Exercice n° 54**

☐ **Théorème de Thalès**

- ☐ Calculer une longueur dans une situation de Thalès triangle — **Exercice n° 55**
- ☐ Calculer une longueur dans une situation de Thalès papillon — **Exercice n° 56**
- ☐ Démontrer que deux droites sont parallèles — **Exercice n° 57**
- ☐ Démontrer que deux droites sont sécantes — **Exercice n° 58**

☐ **Trigonométrie**

- ☐ Calculer la longueur d'un côté — **Exercice n° 59**
- ☐ Calculer la mesure d'un angle — **Exercice n° 60**

☐ **GÉOMÉTRIE DE L'ESPACE**

☐ **Géométrie des solides**

- ☐ Le cube — **Exercice n° 61**
- ☐ Le pavé droit — **Exercice n° 62**

- ☐ Le prisme droit — **Exercice nº 63**
- ☐ Le cylindre de révolution — **Exercice nº 64**
- ☐ La pyramide — **Exercice nº 65**
- ☐ Le cône — **Exercice nº 66**
- ☐ La sphère et la boule — **Exercice nº 67**

☐ **GÉOMÉTRIE CARTÉSIENNE**

- ☐ **Dans le plan**
  - ☐ Utiliser les coordonnées dans le plan — **Exercice nº 68**
- ☐ **Dans l'espace**
  - ☐ Utiliser les coordonnées sur un pavé droit — **Exercice nº 69**
  - ☐ Utiliser les coordonnées géographiques — **Exercice nº 70**

☐ **GRANDEURS ET MESURES**

- ☐ **Les longueurs**
  - ☐ Périmètres des polygones — **Exercice nº 71**
  - ☐ Périmètre du cercle — **Exercice nº 72**
- ☐ **Les aires**
  - ☐ Aire des polygones — **Exercice nº 73**
  - ☐ Aire du disque — **Exercice nº 74**
  - ☐ Aire latérale — **Exercice nº 75**
  - ☐ Aire de la sphère — **Exercice nº 76**
- ☐ **Les volumes**
  - ☐ Volume des prismes — **Exercice nº 77**
  - ☐ Volume du cylindre — **Exercice nº 78**
  - ☐ Volume des pyramides — **Exercice nº 79**
  - ☐ Volume du cône — **Exercice nº 80**
  - ☐ Volume de la boule — **Exercice nº 81**
- ☐ **La proportionnalité**
  - ☐ Déterminer si deux grandeurs sont proportionnelles — **Exercice nº 82**
  - ☐ Calculer une quatrième proportionnelle — **Exercice nº 83**
  - ☐ Ratio — **Exercice nº 84**
  - ☐ Taux d'augmentation et de diminution en pourcentage — **Exercice nº 85**
  - ☐ Agrandissement et réduction de figures — **Exercice nº 86**
- ☐ **Les grandeurs composées**
  - ☐ Vitesse — **Exercice nº 87**
  - ☐ Débit — **Exercice nº 88**
  - ☐ Masse volumique — **Exercice nº 89**
  - ☐ Consommation électrique — **Exercice nº 90**

☐ **PROBABILITÉS ET STATISTIQUES**

- ☐ **Probabilités**
  - ☐ Expérience aléatoire à une épreuve — **Exercice nº 91**
  - ☐ Expérience aléatoire à deux épreuves — **Exercice nº 92**
  - ☐ Approche fréquentiste — **Exercice nº 93**
- ☐ **Statistiques**

- ☐ Médiane — **Exercice n° 94**
- ☐ Étendue — **Exercice n° 95**
- ☐ Lecture d'informations graphiques — **Exercice n° 96**

☐ **ALGORITHMIQUE ET PROGRAMMATION**

- ☐ **Scratch**
  - ☐ Programme de calcul — **Exercice n° 97**
  - ☐ Figure géométrique — **Exercice n° 98**
  - ☐ Déplacement — **Exercice n° 99**
- ☐ **Geotortue**
  - ☐ Interpréter un programme de déplacement — **Exercice n° 100**