

Ange et démon

Dans un échiquier de dimension infinie, un ange et un démon se s'affrontent.

À tour de rôle, l'ange **se déplace** et le démon **mange des cases**.

L'ange se déplace comme le roi aux échecs. Il peut donc se déplacer en horizontal (vers la droite ou vers la gauche), en vertical (vers le haut ou vers le bas) ou en diagonale, mais toujours d'une case à la fois :

Le démon mange un certain nombre N (fixé à l'avance – on parle de « force N ») de cases de son choix, sauf celle où se trouve l'ange. Une fois qu'une case a été mangée par le démon, l'ange ne pourra plus se déplacer sur cette case.

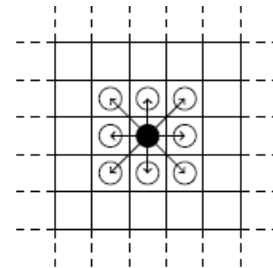


Fig. 1: les déplacements permis pour l'ange.

Le démon gagne lorsque l'ange ne peut plus se déplacer.

Au contraire, l'objectif de l'ange est d'échapper au démon : il gagne s'il peut continuer à se déplacer indéfiniment.

Existe-t-il des stratégies gagnantes pour l'un ou l'autre, suivant la force N du démon ?

Loterie de cercles concentriques

On divise une grande roue et une petite roue en secteurs angulaires de même taille, colorés.

Les couleurs choisies pour chaque plaque sont les mêmes, mais disposées différemment.

Le petit disque, disposé au-dessus du grand, peut tourner alors que le grand reste fixe. Toutefois une fois lancé, il ne peut s'arrêter qu'en mettant exactement face à face les secteurs colorés.

La couleur définie par la loterie est celle de deux secteurs face à face de même couleur, sur la petite et sur la grande roue.

Puisqu'il s'agit d'une loterie, il faut qu'à chaque fois que l'on fait tourner la roue, il y ait exactement un gagnant.

Peut-on toujours réaliser ce dispositif, en fonction du nombre de couleurs (de joueurs), et comment ?



Shifumi



Au shifumi « classique », deux joueurs A et B parient à chaque session sur « Pierre », « Feuille » ou « Ciseaux » en montrant leur choix par un signe simultanément de la main.

« Ciseaux » l'emporte sur « Feuille » (elle la coupe), « Feuille » sur « Pierre » (elle l'enveloppe), et « Pierre » sur « Ciseaux » (les ciseaux s'émeussent sur la pierre).

Chaque joueur, en proposant son choix, a donc une chance sur trois de faire match nul (si l'autre fait le même choix que lui), une chance sur trois de perdre, et une chance sur trois de gagner. C'est donc équilibré.

Une variante propose d'ajouter un « Puits », qui gagne contre « Pierre » et « Ciseaux », mais perd contre « Feuille ». Il a donc un avantage sur les autres éléments : il gagne contre deux d'entre eux, et perd contre un seul. C'est déséquilibré.

Existe-t-il un jeu de shifumi équilibré plus grand, avec n objets différents, avec les deux principes suivants :

- Quelle que soit la paire (x, y) d'objets différents, choisie parmi les n objets, on a toujours soit $x > y$ (x l'emporte sur y), ou $x < y$ (y l'emporte sur x) ;
- Quel que soit x , il y a autant de y vérifiant $y > x$ que de y vérifiant $y < x$.

**Quels sont les entiers n pour lesquels il existe un shifumi équilibré de taille n ?
Combien y a-t-il de shifumis équilibrés avec 5 objets ? Avec 7 objets ?**

Qui suis-je ?

Il s'agit d'un jeu où une personne A choisit un nombre entier p entre 1 et n , qu'une personne B doit essayer de retrouver (B connaît la valeur de n) en posant des questions auxquelles A doit répondre avec sincérité.



Quel est, en fonction de n , le plus petit nombre k de questions grâce auxquelles B est certain de retrouver p , quel que soit le p choisi par A ?

Maintenant, A a le droit de mentir, mais une seule fois (et B ne sait pas à quel moment A est en train de mentir ; et d'ailleurs A n'est pas obligé de mentir et peut choisir de toujours répondre la vérité !).

Quelle est maintenant la valeur de k dans ce cas, c'est-à-dire le nombre minimal de questions à poser qui permettent de retrouver p quel que soit la valeur de p choisie par A ?

Précision : les questions ne portent que sur les personnages. La question « as-tu menti ? » n'est pas autorisée, par exemple.