

**PLAN NATIONAL DE
FORMATION
« MATHÉMATIQUES CYCLE 3 »**

**Enseigner les décimaux et
les fractions au CM1-CM2**

Thierry PRIMATI - CPC
Vanessa BAUWENS – CPC
Circonscription Marseille 6 Mazargues

ORGANISATION DE LA FORMATION HYBRIDE

- Une conférence « Grandeurs et mesures » - 3h
- Un M@gistère – 3h
- Une animation « Fractions et nombres décimaux » - 3h

OBJECTIFS DE L'ANIMATION

- **Enrichir les connaissances didactiques relatives aux nombres décimaux, et développer l'apprentissage par le jeu, en s'appuyant sur votre esprit critique et l'analyse de pratique.**

L'ÉVALUATION INTERNATIONALE TIMSS

« **Mathématiques : les petits Français sont les plus mauvais d'Europe**

Les élèves de CM1 sont fâchés avec les mathématiques. Ils sont les plus mauvais de l'Union Européenne. »



france
inter

« **Mathématiques et sciences : les écoliers français en chute libre** »



LE FIGARO

« **L'inquiétant niveau des élèves français en maths et sciences** »



Le Monde

« **BONNET D'ÂNE**

En maths et sciences, les écoliers français tout en bas du classement »



Libération

« **TIMSS 2015 : en maths, des résultats tragiques pour la France** »

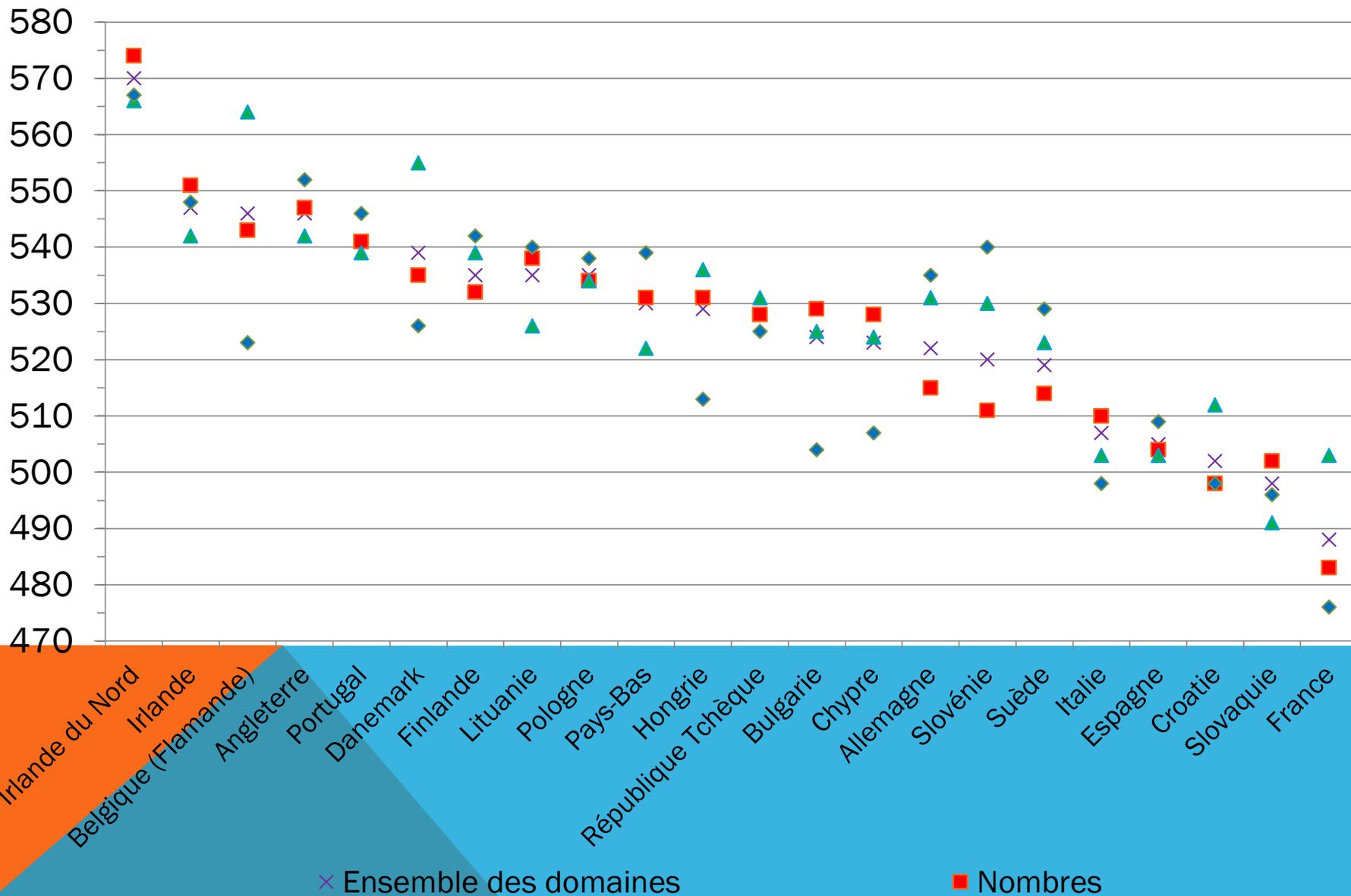


Le Point

Les compétences des élèves français dans le domaine des nombres

ce qu'en dit l'évaluation TIMSS

Scores moyens par domaine des élèves des 22 pays ou régions de l'Union Européenne ayant participé à TIMSS 4 en 2015



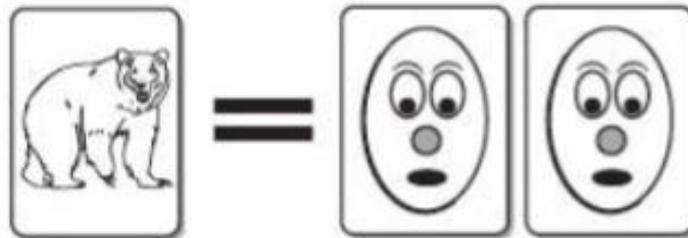
LES ENQUÊTES PISA ET TIMSS

AUXQUELLES LA FRANCE PARTICIPE

	PISA	TIMSS	TIMSS <i>Advanced</i>
PILOTE DE L'ENQUÊTE	OCDE <i>ORGANISATION INTER-GOUVERNEMENTALE</i>	IEA <i>ASSOCIATION INTERNATIONALE DE CHERCHEURS</i>	
POPULATION	ÉLÈVES DE 15 ANS	ÉLÈVES DE CM1	ÉLÈVES DE TERMINALES
ÉCHANTILLON EN FRANCE	6 000 ÉLÈVES	5 000 ÉLÈVES	8 000 ÉLÈVES
NOMBRE DE PAYS	71 <i>DONT 34 DE L'OCDE</i>	48 <i>DONT 26 DE L'OCDE</i>	9 <i>DONT 7 DE L'OCDE</i>
PÉRIODICITÉ	TOUS LES 3 ANS	TOUS LES 4 ANS	IRRÉGULIER
DATE DE CRÉATION	2000	1995	
PARTICIPATION DE LA FRANCE	DEPUIS 2000	JAMAIS EN CM1	SEULEMENT EN 1995
DOMAINES ÉVALUÉS	CULTURE SCIENTIFIQUE CULTURE MATHÉMATIQUE COMPRÉHENSION DE L'ÉCRIT	MATHÉMATIQUES SCIENCES	MATHÉMATIQUES PHYSIQUE

Exemple d'exercice issu de TIMSS 2011 CM1 « Échange de cartes »

La fête foraine a un stand où l'on peut échanger des cartes .



1 carte d'animal vaut 2 cartes de bandes dessinées



2 cartes d'animaux valent 3 cartes de sport

Exemple d'exercice issu de TIMSS 2011 CM1 « Plus grande fraction »

Laquelle de ces fractions est plus grande que $\frac{1}{2}$?

A. $\frac{3}{5}$

B. $\frac{3}{6}$

C. $\frac{3}{8}$

D. $\frac{3}{10}$

QUELS OBSTACLES?



PLAN DE L'ANIMATION

1. Développer le sens critique sur des progressions ou programmations « clé en main »
 2. Développer la maîtrise didactique de la construction des savoirs relatifs aux nombres décimaux.
 3. Développer l'apprentissage par le jeu.
- 

1. Analyse de programmations

Matériel : chaque groupe a 3 programmations de manuels ou de sites + 1 feuille à compléter

Modalité : travail par groupe 4 ou 5

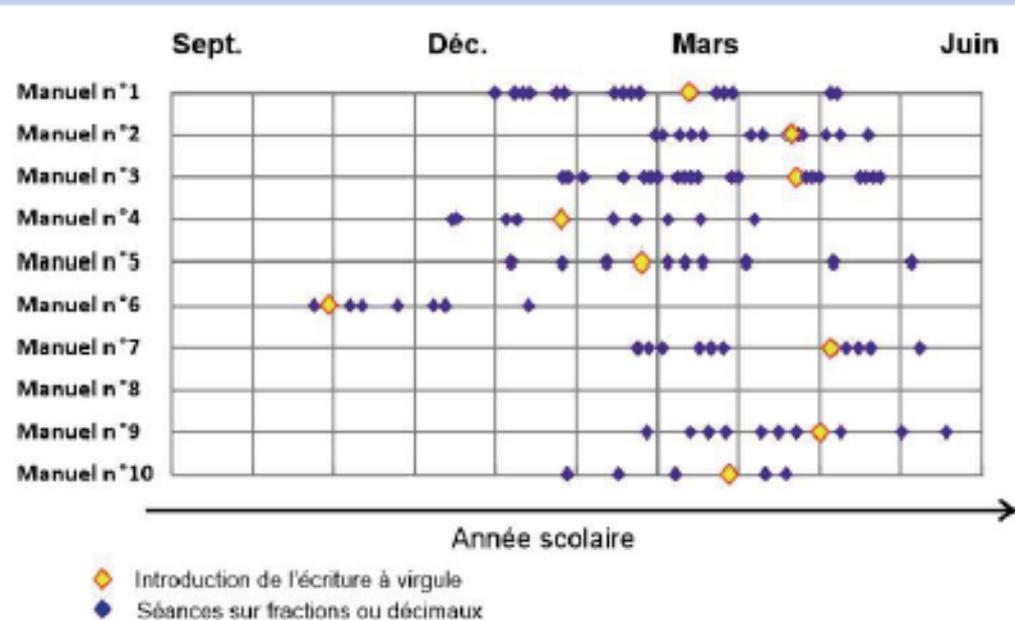
- Phase 1 : Déterminer des critères de comparaison en groupe (10 minutes)
- Phase 2 : Partager collectivement des critères trouvés
- Phase 3: Compléter la comparaison à partir des indicateurs retenus (groupe)
- Phase 4 : Analyser collectivement les comparaisons.

Consigne : Vous comparerez diverses programmations à partir d'indicateurs que vous choisirez.

Figure 2 – Place et répartition des séances *Fractions et Décimaux* durant l'année scolaire. Place de l'introduction de l'écriture à virgule.

Lecture : Par exemple, le manuel n°6 contient huit séances sur *Fractions et Décimaux*, sur la première moitié de l'année. La séance d'introduction de l'écriture à virgule (◇) est la deuxième de l'ensemble des séances réservées à *Fractions et Décimaux*.

Note : Le manuel n°8 étant organisé par domaine, la place et la répartition des séances au cours de l'année relève du choix des enseignants.



**COMMENT AMÉLIORER LES
APPRENTISSAGES
DES FRACTIONS ET
DES NOMBRES DÉCIMAUX ?**

Une approche didactique
des obstacles

Avant de commencer...



QUESTION N°1

Des trois affirmations ci-dessous, laquelle ou lesquelles vous semblent correctes ?

- Ⓐ Un nombre décimal est un nombre qui peut s'écrire sous forme d'une fraction décimale.
- Ⓑ Un nombre décimal est un nombre avec une virgule.
- Ⓒ Un nombre décimal est un nombre qui peut s'écrire avec un nombre fini de chiffres après la virgule.

QUESTION N°2

Le document ci-contre est affiché en classe. Des trois commentaires ci-dessous, lequel vous semble acceptable ? (1 seule réponse)

- (A) L'utilisation des couleurs est intéressante, car elle aide les élèves à bien repérer les différents éléments du nombre décimal.
- (B) L'utilisation des couleurs bleue et verte pour repérer la partie entière et la partie décimale est intéressante à condition de l'utiliser tout au long du cycle afin de permettre aux élèves de garder les mêmes repères.
- (C) Ce qui est écrit ici, sans être complètement faux, est susceptible de renforcer une conception erronée de l'écriture décimale.

Pour *comparer deux nombres*

s'ils ont la même partie entière, on compare la partie décimale

$$6,32 < 6,34$$

car $32 < 34$

QUESTION N°3

Le document ci-dessous est affiché en classe. Que peut-on en dire ?
(1 seule réponse)

Partie entière			Partie décimale		
Centaines	Dizaines	Unités	Dixièmes	Centièmes	Millièmes
	3	7	6	1	8

37,618

Partie entière Partie décimale

Un nombre décimal est composé d'une partie entière et d'une partie décimale séparées par une virgule

- Ⓐ L'utilisation des couleurs est intéressante, car elle aide les élèves à bien repérer les différents éléments du nombre décimal.
- Ⓑ L'utilisation des couleurs bleue et verte pour repérer la partie entière et la partie décimale est intéressante à condition de l'utiliser tout au long du cycle afin de permettre aux élèves de garder les mêmes repères.
- Ⓒ Ce qui est écrit est mathématiquement faux et renforce une conception erronée de l'écriture à virgule des nombres décimaux.

DEPP – JDC 2013

$\frac{7}{2}$ peut aussi s'écrire

A 2,5

B 3,5

C 7,2

D 7,5

67,9% des jeunes de 17 ans ou plus ont répondu correctement

DEPP – Évaluation nationale 6°

Entoure la fraction égale à 80,4.

$$\frac{804}{100}$$

$$\frac{80}{4}$$

$$\frac{84}{10}$$

$$\frac{804}{10}$$

$$\frac{804}{1000}$$

48,3% des élèves ont répondu correctement à l'entrée en 6° en septembre 2006

DEPP – CEDRE 2008 et 2014

Calculer en posant l'opération

$$4700 - 2789,7 =$$

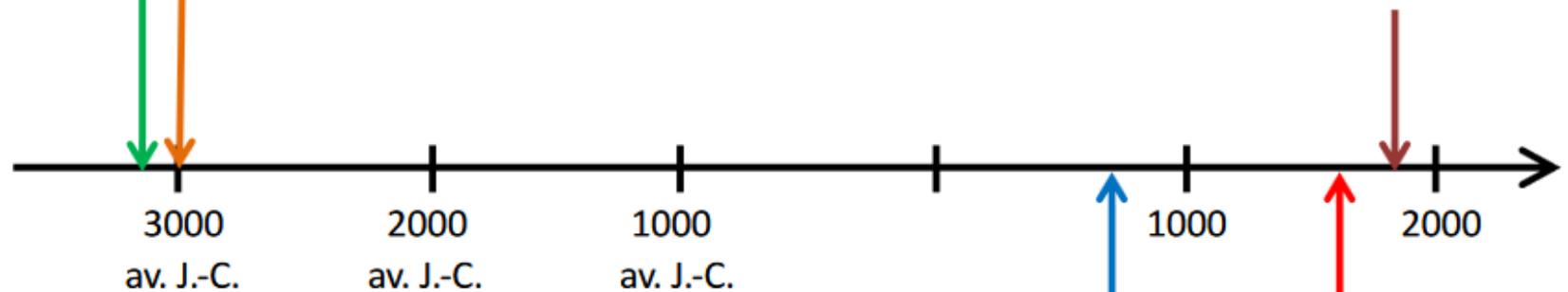
34,0% des élèves ont répondu correctement à CEDRE 2014
Réussite en baisse par rapport à CEDRE 2008

Une « invention » récente

Système de numération écrite → vers 3200 av. J.-C.

Premières représentations de fractions

Usage officiel du système décimal de position en France → Révolution française



Écriture à virgule → 1595

Système décimal de position → au 8^{ème} ou 9^{ème}

Qu'est-ce qu'un nombre décimal ?

➤ Un nombre qui s'écrit avec une virgule.

- Non.

- 2 ; $\frac{5}{2}$ et $\frac{7}{10}$ sont des nombres décimaux et pourtant ils s'écrivent sans virgule.

✓ Un nombre qui peut s'écrire sous forme d'une fraction décimale (un nombre entier au numérateur et une puissance de 10 au dénominateur).

- $7,18$ est un nombre décimal car il peut s'écrire $\frac{718}{100}$

- $\frac{57}{25}$ est un nombre décimal car il peut s'écrire $\frac{228}{100}$

- $\frac{1}{3}$ n'est pas un nombre décimal

Qu'est-ce qu'un nombre décimal ?

- Un nombre qui peut s'écrire avec un nombre fini de chiffres après la virgule.
 - $\frac{57}{25}$ est un nombre décimal car il peut s'écrire 2,28
 - $\frac{1}{3}$ n'est pas un nombre décimal, son écriture à virgule (elle est unique) 0,3333... ne s'arrête jamais

Question n°1

Parmi les trois affirmations ci-dessous, laquelle ou lesquelles vous semblent acceptables ?

- Ⓐ Un nombre décimal est un nombre qui peut s'écrire sous forme d'une fraction décimale.
- Ⓑ Un nombre décimal est un nombre avec une virgule.
- Ⓒ Un nombre décimal est un nombre qui peut s'écrire avec un nombre fini de chiffres après la virgule.

Des obstacles qui doivent être surmontés

Un saut conceptuel important :

- La notion de successeur est fondamentale dans la construction des nombres entiers **mais**
- « Le nombre suivant » (ou le nombre précédent) n'a pas de sens sur les décimaux.
6,13 n'est pas le nombre qui suit 6,12.

- Entre deux nombres décimaux différents on peut toujours trouver un autre nombre décimal.
Entre 6,12 et 6,13, il y a 6,124.

Des obstacles qui doivent être surmontés

- La difficulté peut également venir du vocabulaire dixième et centième, que les élèves confondent avec dizaine et centaine.

Exemple d'erreur qui en résulte : $\frac{7}{10} < \frac{7}{100}$,

« car les dixièmes c'est plus petit que les centièmes ».

... d'autres qui viennent de conceptions erronées...

Mais d'autres obstacles sont liés à ce qui est dit, ou aux règles que les élèves se créent au cycle 2.

Par exemple :

Pour *comparer deux nombres*

s'ils n'ont pas le même nombre de chiffres

Le *plus grand* est celui qui a *le plus de chiffres*.

$$\begin{array}{ccc} 764 & < & 6\ 565 \\ 3 \text{ chiffres} & & 4 \text{ chiffres} \end{array}$$

Cette règle appliquée aux nombres décimaux donne :

$$23,2 < 17,183$$

...d'autres qui viennent de conceptions erronées...

Autre conception erronée fréquente : la virgule **sépare** la partie entière de la partie décimale

→ « deux entiers séparés par une virgule »

- $1,7 + 2,12 = 3,19$ au lieu de $3,82$
- $\frac{1}{4} = 1,4$ au lieu de $0,25$
- $3 \times 2,7 = 6,21$ au lieu de $8,1$
- $6,32 < 6,173$ car $32 < 173$ au lieu de $6,32 > 6,173$ car trois dixièmes est supérieur à un dixième.

...d'autres qui viennent de conceptions erronées...

Vision encouragée par l'usage social des nombres décimaux :

- dans 7,35 €, la virgule « sépare » les euros et les centimes d'euro et on le lit « 7 euros 35 »
- dans 1,73 m
- dans 3,250 kg

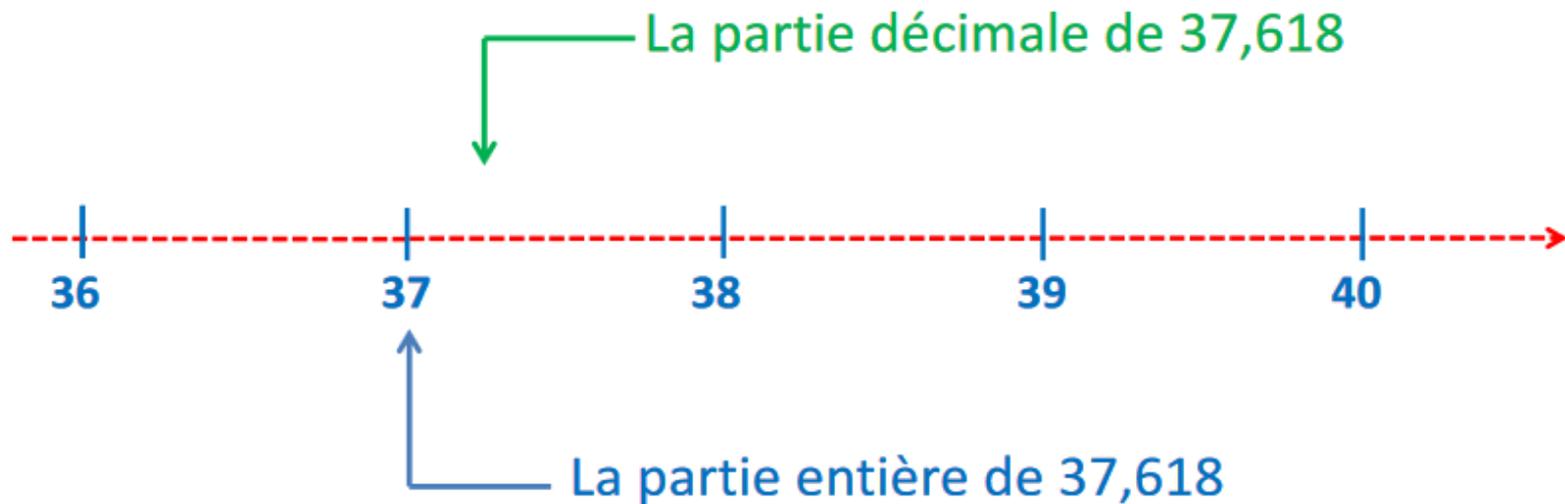
Mais avec la calculatrice

- $2 \times 7,35 \text{ €} = 14,7 \text{ €}$ → Comment interpréter ce 7 ?
- $2,7 \text{ cm} \div 2 = 1,35 \text{ cm}$ → Comment interpréter ce 35 ?

Qu'est-ce que la partie décimale ?

➤ « Ce qu'il y a après la virgule »

▪ Non.



✓ « C'est ce qui reste quand on a retiré la partie entière »

$$37,618 - 37 = 0,618$$

QUESTION N°3

Le document ci-dessous est affiché en classe. Que peut-on en dire ?
(1 seule réponse)

Partie entière			Partie décimale		
Centaines	Dizaines	Unités	Dixièmes	Centièmes	Millièmes
	3	7	6	1	8

37,618

Partie entière Partie décimale

Un nombre décimal est composé d'une partie entière et d'une partie décimale séparées par une virgule

- Ⓐ L'utilisation des couleurs est intéressante, car elle aide les élèves à bien repérer les différents éléments du nombre décimal.
- Ⓑ L'utilisation des couleurs bleue et verte pour repérer la partie entière et la partie décimale est intéressante à condition de l'utiliser tout au long du cycle afin de permettre aux élèves de garder les mêmes repères.
- Ⓒ Ce qui est écrit est mathématiquement faux et il renforce une conception erronée de l'écriture à virgule des nombres décimaux.

Un affichage pertinent

Partie entière			Partie décimale			
Centaines	Dizaines	Unités	Dixièmes	Centièmes	Millièmes	
	3	7	,	6	1	8

$$37,618 = 37 + 0,618 = 37 + \frac{618}{1000}$$

Partie entière Partie décimale

Un nombre décimal peut s'écrire comme la somme de sa partie entière et de sa partie décimale

Pour aider à mieux comprendre l'écriture à virgule

- ✓ Éviter de faire apparaître la virgule comme un séparateur ; la virgule a été « créée » pour repérer le chiffre des unités dans l'écriture décimale (l'écriture à virgule), pour marquer la fin de la partie entière.

Pour aider à mieux comprendre l'écriture à virgule

Ne pas faire apparaître la virgule comme un axe de symétrie

Risque : 32 unités et 7 centièmes = 32,007

✓ La symétrie se fait autour des unités :

<i>Partie entière</i>			<i>Partie décimale</i>		
<i>Centaines</i>	<i>Dizaines</i>	<i>Unités</i>	<i>Dixièmes</i>	<i>Centièmes</i>	<i>Millièmes</i>
	3	2	0	0	7



Pour aider à mieux comprendre l'écriture à virgule

Être vigilant lors des comparaisons de nombres décimaux

Pour *comparer deux nombres*

*s'ils ont la même partie
entière, on compare la partie
décimale*

$$6,32 < 6,34$$

$$\text{car } 32 < 34$$

Que feront les élèves pour comparer **6,32** et **6,317** ?

QUESTION N°2

Le document ci-contre est affiché en classe. Que peut-on en dire ? (1 seule réponse)

- Ⓐ L'utilisation des couleurs est intéressante, car elle aide les élèves à bien repérer les différents éléments du nombre décimal.
- Ⓑ L'utilisation des couleurs bleue et verte pour repérer la partie entière et la partie décimale est intéressante à condition de l'utiliser tout au long du cycle afin de permettre aux élèves de garder les mêmes repères.
- Ⓒ Ce qui est écrit ici, sans être complètement faux, est susceptible de renforcer une conception erronée de l'écriture décimale.

Pour comparer deux nombres s'ils ont la même partie entière, on compare la partie décimale

$$6,32 < 6,34$$

car $32 < 34$

Pour aider à mieux comprendre l'écriture à virgule

Pour comparer **6,32** et **6,317**

✓ Méthode 1

Pour les dixièmes : $3 = 3$

Pour les centièmes : $2 > 1$

Donc $6,32 > 6,317$

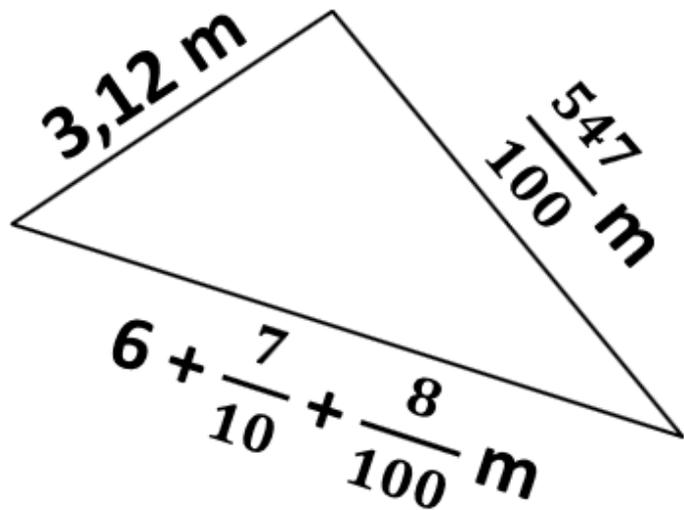
$$6,32 = 6 + \frac{3}{10} + \frac{2}{100} \text{ et } 6,317 = 6 + \frac{3}{10} + \frac{1}{100} + \frac{7}{1000}$$

✓ Méthode 2

$$6,32 = 6,320 \text{ et } \frac{320}{1000} > \frac{317}{1000} \text{ donc } 6,32 > 6,317$$

Différentes écritures des décimaux

- ✓ Travailler tout au long du cycle avec les différentes écritures possibles pour les nombres décimaux.



Quel est le périmètre du triangle ?





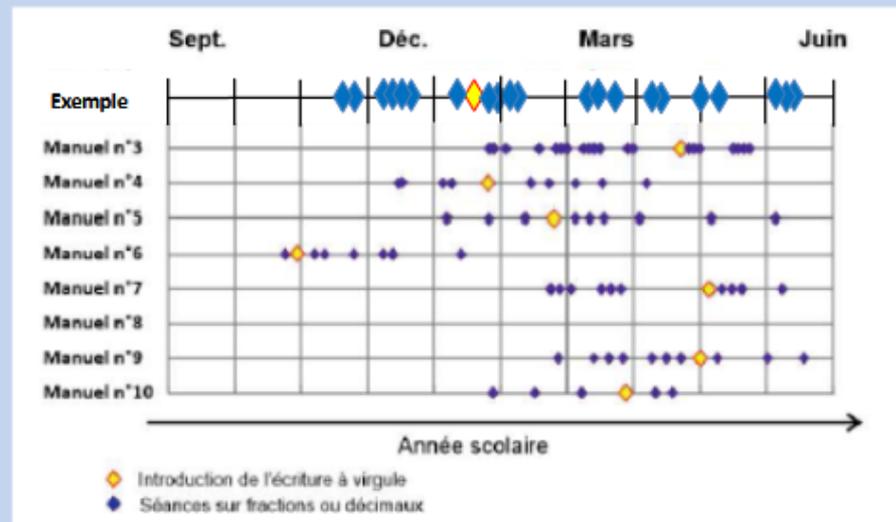


L'introduction de l'écriture à virgule

Figure 2 – Place et répartition des séances *Fractions et Décimaux* durant l'année scolaire. Place de l'introduction de l'écriture à virgule.

Lecture : Par exemple, le manuel n°6 contient huit séances sur *Fractions et Décimaux*, sur la première moitié de l'année. La séance d'introduction de l'écriture à virgule (◇) est la deuxième de l'ensemble des séances réservées à *Fractions et Décimaux*.

Note : Le manuel n°8 étant organisé par domaine, la place et la répartition des séances au cours de l'année relève du choix des enseignants.



Les manuels scolaires de mathématiques à l'école primaire
De l'analyse descriptive de l'offre éditoriale à son utilisation en classe élémentaire

L'introduction de l'écriture à virgule

- ✓ Introduire successivement les fractions, les fractions décimales et l'écriture à virgule des nombres décimaux.
- ✓ Introduire au plus tard en période 3 de CM1 l'écriture à virgule des décimaux.
- ✓ L'écriture à virgule ne remplace pas l'écriture sous forme de fractions décimales, les deux écritures continuent d'être utilisées tout au long du cycle 3.
- ✓ Une fois les décimaux introduits, aucune période sans nombres décimaux (dans le cadre du calcul mental, de la résolution de problèmes, du calcul, des mesures de grandeurs, etc.).

Calculer avec des nombres décimaux

Faire calculer les élèves permet de :

- repérer les éventuelles conceptions erronées des élèves (à condition de poser les bonnes questions, et pour pouvoir poser les bonnes questions, il faut connaître ces conceptions erronées...) ;
- renforcer la compréhension de la notion de nombre décimal et de l'écriture à virgule.

Calculer avec des nombres décimaux

Revenons aux obstacles liés au passage du travail sur les entiers au cycle 2 au travail sur les décimaux au cycle 3.

Pour le calcul aussi, elles peuvent être dues à ce qui est dit, ou aux règles que les élèves se créent au cycle 2.

Par exemple :

$$4,12 + 32,6 = 73,8$$

$$\begin{array}{r} 4,12 \\ + 32,6 \\ \hline 73,8 \end{array}$$

- « Pour additionner deux nombres, il faut les aligner à droite. »
- ✓ « Pour additionner deux nombres il faut aligner les chiffres des unités. »

Calculer avec des nombres décimaux

Effectuer des calculs permet de renforcer la compréhension de l'écriture à virgule en lui donnant du sens grâce à un oral maîtrisé.

Par exemple :

$$\begin{array}{r} \\ \\ + \\ \hline 2 \end{array}$$

- ✓ « Pour poser une addition je dois aligner verticalement les chiffres des unités (ou bien, qui correspondent à la même unité de numération). »
- ✓ « 7 dixièmes plus 6 dixièmes font 13 dixièmes, soit 3 dixièmes et 1 unité que je mets en retenue. »

Calculer avec des nombres décimaux

Autre exemple d'erreur fréquente :

$$17,42 \times 10 = 17,420 \quad \text{ou} \quad 17,42 \times 10 = 170,42$$

- « Pour multiplier par 10, il faut ajouter un zéro

$$456 \times 10 = 4560. \text{ »}$$

- ✓ « Quand on multiplie un nombre par 10, il devient 10 fois plus grand, chacun de ses chiffres prend une valeur 10 fois plus grande, le chiffre des unités devient donc le chiffre des dizaines

$$456 \times 10 = 4560. \text{ »}$$

ÉLÉMENTS DE PRÉCONISATION

- une introduction **très tôt** des fractions et des nombres décimaux
- Une introduction de l'écriture à virgule au plus tard **en période 3 de CM1** avec un maniement en parallèle, tout au long du CM1 des écritures de fractions décimales et des écritures à virgule.
- **une introduction progressive tout au long du cycle** des différentes techniques opératoires **en s'appuyant sur le sens** (ce que représente chaque chiffre dans le nombre).
- Le langage oral est essentiel dans la désignation et le passage à la symbolisation des nombres (entiers, décimaux,...).

- L'acquisition du système de numération décimale de position est fondamentale pour les apprentissages numériques.
 - L'étude des fractions précède celle des nombres décimaux, mais doit se limiter aux fractions simples (demi, tiers, quart...) et aux fractions décimales (dixièmes, centièmes...) dans le cas du fractionnement de l'unité.
 - Le système d'écriture des nombres décimaux est un prolongement de celui des nombres entiers.
- 

- Les mathématiques doivent être présentées aux élèves comme des outils pour penser, résoudre des problèmes et faire face à des situations de la vie quotidienne.
- Le recours à la **manipulation** et à l'**expérimentation** ne concerne pas seulement l'école maternelle, mais doit s'étendre à l'école élémentaire.



3. Développer l'apprentissage par le jeu.

En quoi l'apprentissage par le jeu permet-il
d'améliorer les compétences des élèves
dans les fractions décimales et les
nombres décimaux ?

LES QUATRE PILIERS DE L'APPRENTISSAGE

- LA MOTIVATION
- LA CONCENTRATION
- LE RETOUR D'INFORMATION IMMEDIAT
- LA CONSOLIDATION

LE JEU DES FRACTIONS



Différents niveaux de jeu

Niveau	Cartes utilisées	Compétences travaillées
1	Rouges/ vertes	-Savoir calculer la somme de fractions de même dénominateur -extraire partie entière et partie fractionnaire supérieure à 1
2	Rouges/jaunes	-utiliser les fractions équivalentes pour calculer des sommes de fractions -extraire partie entière et partie fractionnaire supérieure à 1
3	Rouges/vertes/jaunes	
4	Rouges/bleues	
5	Rouges/vertes/bleues	
6	Rouges/bleues/jaunes	

PISTES D'EXPLOITATION

Le jeu des fractions comme situation d'apprentissage

Objectifs	Dispositif	Niveau de classe
<ul style="list-style-type: none">-utiliser des fractions inf et sup à 1-Effectuer des calculs avec des fractions de même dénominateur-écrire sous forme d'une somme d'un entier et fraction inf à 1	Jeu des « huitèmes » niveau 1	CM1
<ul style="list-style-type: none">-extraire partie entière et partie fractionnaire supérieure à 1-calculer avec des fractions décimales de même dénominateur-utiliser l'écriture décimale-calculer des sommes de N décimaux	Jeu des « dixièmes » Niveau 1	CM1
<ul style="list-style-type: none">-utiliser des fractions équivalentes-effectuer des calculs sur des fractions simples-écrire sous forme d'une somme d'un entier et fraction inf à 1	Jeu des « huitièmes » niveau 2 à 6	CM2

Le jeu des fractions comme activité de réinvestissement/ consolidation/entraînement/remédiation

Objectifs	Dispositif	Niveau de classe
<ul style="list-style-type: none"> -utiliser des fractions inf et sup à 1 -Effectuer des calculs avec des fractions de même dénominateur -écrire sous forme d'une somme d'un entier et fraction inf à 1 	Jeu des « dixièmes » niveau 1	CM1 CM2
<ul style="list-style-type: none"> -utiliser des fractions inf et sup à 1 -Effectuer des calculs avec des fractions de même dénominateur -écrire sous forme d'une somme d'un entier et fraction inf à 1 	Jeu des « huitièmes », des « dixièmes » et des « sixièmes » en parallèle Niveau 1	CM2
<ul style="list-style-type: none"> -écrire une fraction décimale sous la forme de somme d'un entier et d'une fraction inf à 1 -calculer avec des fractions décimales de même dénominateur -utiliser l'écriture décimale -calculer des sommes de N décimaux 	Jeu des « dixièmes » Niveau 1	CM2 Rémédiation 6ème
<ul style="list-style-type: none"> -utiliser des fractions équivalentes -effectuer des calculs sur des fractions simples -écrire sous forme d'une somme d'un entier et fraction inf à 1 	Les 3 jeux en parallèles» niveau 2 à 6	CM2 Rémédiation 6ème

ELÉMENTS DE MISE EN ŒUVRE DU JEU

Plusieurs phases dont:

1) Phase d'appropriation du jeu

= découverte matériel et règle

2) phase de jeu

= plaisir de « bien jouer », mise en place de stratégies

3) phase de rétroaction

= temps post-jeu d'évocation des difficultés, observations, stratégies: moment, organisé sciemment par enseignant, qui conduit à une exposition des connaissances.

POUR FINIR....

Les ressources...

PROGRESSION CYCLE 3

École Jean Lurçat - Gennevilliers

		Nombres et calcul		Grandeurs et mesures		Géométrie
		Nombres	Calcul	Calcul mental	Grandeurs et mesures	
Période 1a	<p><u>Composer, décomposer les nombres entiers jusqu'à 1 000 000 (C2 jusqu'à 10 000).</u></p> <p><u>Comparer, ranger, encadrer des grands nombres entiers, les repérer et les placer sur une demi-droite graduée adaptée.</u></p>	<p>Résolution de problèmes dans lesquels les élèves doivent mettre en œuvre un algorithme de calcul posé pour l'addition, la soustraction ou la multiplication de deux entiers (multiplication par un nombre à 1 chiffre seulement).</p> <p><u>Organisation et gestion de données :</u></p> <p><u>Prélever des données numériques à partir de tableaux (en deux ou plusieurs colonnes, à double entrée) ou de diagrammes en bâtons.</u></p>	<p>Dictée de nombres (écrire un nombre entier entre 69 et 10 000 en chiffres)</p> <p>Tables d'addition (sommes ≤ 20)</p> <p>Tables de multiplication (2, 3, 4, 5 et 6)</p> <p>Conversions sans tableau : $\text{km} \leftrightarrow \text{m}$ $\text{m} \leftrightarrow \text{cm}$ $\text{cm} \leftrightarrow \text{mm}$</p>	<p><u>Résoudre des problèmes sur les longueurs</u> (en km, m, dm, cm, mm) <u>dont la résolution mobilise simultanément des unités différentes de mesure et/ou des conversions (sans utiliser de tableau de conversion).</u></p> <p>Travail sur les longueurs. Estimer des longueurs en utilisant des longueurs de référence.</p> <p>Consolider la notion de périmètre.</p> <p><u>Comparer des périmètres avec ou sans recours à la mesure.</u></p> <p><u>Mesurer des périmètres en reportant des unités.</u></p>	<p>Utiliser la règle ou l'équerre comme instruments de tracé.</p> <p>Relations géométriques</p> <ul style="list-style-type: none"> » Alignement. » Perpendicularité. » Egalité de longueurs. » Distance entre deux points. <p>Reconnaitre, nommer, comparer, vérifier, décrire : triangles dont les triangles particuliers (triangle rectangle, triangle isocèle, triangle équilatéral)</p> <p>Rappel du vocabulaire usuel (en situation) : polygone, côté, sommet, angle droit, segment, milieu d'un segment, droite.</p> <p>Décrire, reproduire des figures ou des assemblages de figures planes sur papier quadrillé ou uni.</p> <p>Utiliser la règle (graduée ou non), le compas ou l'équerre comme instruments de tracé.</p>	

Fractions et nombres décimaux au cycle 3

Pour que les élèves comprennent pleinement les données numériques exprimées avec des fractions ou sous forme décimale, et puissent mobiliser ces nombres dans la résolution de problèmes, leur première approche de ces notions est essentielle. Elle doit d'abord s'appuyer sur des activités dans lesquelles le nombre entier montre ses limites ; les activités de calcul, décrochées ou en situation, viennent ensuite appuyer cette construction qui se fait sur toute la durée du cycle 3.

Introduction

Fractions

Lorsqu'on coupe une unité en un nombre entier de parts égales et qu'on prend un nombre entier de ces parts, éventuellement supérieur au nombre de parts contenues dans cette unité, on obtient une fraction.

La fraction $\frac{2}{3}$ (lire « deux tiers »), rend compte d'un partage de l'unité en trois parts égales puis de la prise de deux de ces parts.

Lorsque le partage de l'unité se fait en un petit nombre de parts (2, 3, 4, ...), et que l'on prend un petit nombre de telles parts, on parle de fraction simple¹ : $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{3}{10}$, etc.

Lorsque le partage de l'unité se fait en un nombre de parts égal à une puissance de 10 (comme 10, 100, 1000, ...), la fraction obtenue est appelée fraction décimale : $\frac{3}{10}$, $\frac{547}{1000}$, etc.²

¹ La notion de fraction « simple » n'est pas définie de façon précise en mathématiques.

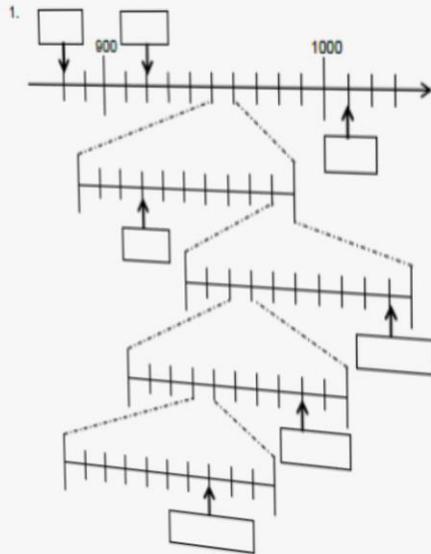
² On rappelle que 1 est également une puissance de 10. En effet, $1 = 10^0$. La fraction $\frac{3}{10}$ est donc également une fraction décimale.

Exemples d'erreurs observées

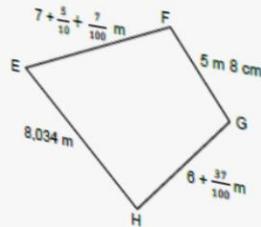
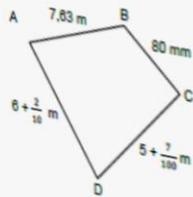
ERREURS RELEVANT DU TRAITEMENT DES ÉCRITURES À VIRGULE COMME LA JUXTAPOSITION DE DEUX ENTIERS

Erreurs observées	Exploitation	Points de vigilance au cycle 2	Raisonnements à privilégier et points de vigilance au cycle 3
3,82 > 3,9	<p>L'élève compare les nombres formés par les chiffres après la virgule : 82 > 9 donc 3,82 > 3,9</p> <p>L'élève peut aussi comparer $\frac{82}{100}$ et $\frac{9}{10}$ en considérant que 82 > 9, sans tenir compte de l'unité dans laquelle il compte (des centièmes dans le premier cas, des dixièmes dans le second)</p>	<p>Le recours systématique aux outils du type tableau de numération peut ne pas favoriser la compréhension de l'aspect décimal de notre système de numération écrite chiffrée. Il ne doit donc pas être exclusif de toute autre méthode en début d'apprentissages.</p> <p>Un travail régulier doit être mené sur la composition des écritures chiffrées, les élèves doivent pouvoir identifier et différencier le « chiffre des ... » et « le nombre de ... ». Dans 532 le chiffre des dizaines est 3</p>	<p>3,82 et 3,9 ont la même partie entière, on commence par regarder le chiffre des dixièmes¹ : 8 < 9, donc 3,82 < 3,9.</p> <p>3,82 c'est 3 unités et 82 centièmes, 3,9 c'est 3 unités et 9 dixièmes, c'est-à-dire 3 unités et 90 centièmes et 90 centièmes est plus grand que 82 centièmes. Il faut à mettre des 0 pour avoir des nombres de même taille : 3,12 et 3,90, puis émonner consistant à voir l'écriture à virgule comme l'écriture de deux entiers juxtaposés et séparés par une virgule.</p> <p>On peut aussi revenir à la représentation de 12 centièmes et de 9 dixièmes (droite graduée, camé partagé en 100...).</p> <p>Il est également nécessaire d'être vigilant lorsque l'on parle de partie entière et partie décimale d'un nombre décimal, notamment dans les affichages ou les écrits notés dans les cahiers d'élèves. On voit parfois ces notions (qui ne sont pas une exigence des programmes) introduites dans des tableaux de numération où la partie gauche du tableau est qualifiée de partie entière et la partie droite du tableau</p>

¹ Il est nécessaire d'expliquer aux élèves pourquoi cette méthode fonctionne, pourquoi il suffit de regarder les chiffres des dixièmes si ceux-ci ne sont pas égaux. C'est l'aspect décimal de la numération de position qui est ici particulièrement important.



2. Détermine le périmètre, en mètre, écrit sous forme de nombre à virgule, pour les deux polygones, construits à main levée, suivants :



3. Un électricien commande :

- 1000 ampoules standards halogène 48 W à 1,39 € par ampoule ;
- 10 ampoules tubes halogène 60 W à 7,89 € par ampoule ;
- 100 ampoules bulbes halogène 35 W à 3,19 € par ampoule.

Combien l'électricien va-t-il devoir payer en tout ?

4. Range les huit contenances suivantes dans l'ordre croissant.

12,137 L 256 cL 2 L 2,8 L 12,14 L 2,184 L 12,09 L 972 mL

5. Dans une bobine de 50 mètres de corde, le vendeur coupe trois morceaux de 2,35 m et deux morceaux de 5,8 m.
Quelle longueur mesure maintenant la bobine ?

6. Pour la rentrée scolaire, madame Wong achète neuf petits cahiers à 1,47 € et six grands cahiers à 2,73 €. Elle donne deux billets de 20 € au vendeur.
Combien va lui rendre le vendeur ?

7. Dylan a 10 euros.
Combien de sucettes à 0,17 € peut-il acheter ?

PLAN NATIONAL DE
FORMATION
« MATHÉMATIQUES CYCLE 3 »

**Enseigner les décimaux et
les fractions au CM1-CM2**

Thierry PRIMATI - CPC
Vanessa BAUWENS - CPC
Circonscription Marseille 6 Mazargues

Merci de votre attention

