

2023

Guide pour enseigner la construction du nombre à l'école maternelle

Version 0

Plusieurs approches :

- Le nombre dans le **développement cognitif** du jeune enfant
- L'enseignement du nombre selon les recherches en **didactique des mathématiques**
- La **mise en œuvre pédagogique** : les pratiques et les gestes professionnels

Accent mis sur :

- L'usage de **situations de référence**
- Les éléments de progressivité : **variables didactiques**, **procédures** possibles, catégories de problèmes proposés
- Le rôle de la **manipulation**
- La **verbalisation**
- Les **automatismes** et la **mémorisation**

Et aussi :

- Des **exemples de séquence détaillés**
- Des résumés, focus et encadrés
- Des **tableaux repères** en fonction de l'âge

Partie 1 : Développement cognitif et apprentissage premier de la numération

Nombre et calcul déjà présents dans la petite enfance

2 systèmes cognitifs différents selon les quantités en jeu :

- Grandes quantités → système de traitement des collections dans leur ensemble (estimation) : abstraction des propriétés qualitatives des objets assez naturelle
- Petites quantités (1 à 3, voire 4) → subitizing : système de traitement en parallèle d'un nombre limité d'objets (perception exacte). Hypothèse actuelle : capacité à prendre en compte la quantité avec acquisition du langage et de l'utilisation du pluriel

→ Progression proposée sur la fonction cardinale du nombre en partie 3

Encourager le comptage sur les doigts

Premier pas vers abstraction car la quantité est représentée par un autre moyen : les doigts.

Représentation analogique (terme à terme entre doigts et objets) et aussi symbolique (liée à la culture, par reconnaissance immédiate sans recompter)

Doigts → Outil de transition entre code analogique et code symbolique.

→ Outil pour se détacher du matériel pour réaliser des opérations mentales.

Partie 1 : Développement cognitif et apprentissage premier de la numération

Construire des automatismes

Importance de la répétition afin d'automatiser réflexions et comportements.

→ Libérer des ressources cognitives pour activités de + haut niveau.

Ex : dénombrement entravé si chaîne numérique verbale non automatisée.

- Automatismes liés à la récupération d'information en mémoire (mémoire déclarative)
- Automatismes liés aux procédures : la répétition de l'activité permet de faire exécuter des actions sans coût pour les ressources cognitives, récupération en mémoire de procédures d'exécution (mémoire procédurale)

Ex : addition simple : terme 1 sur une main, terme 2 sur l'autre main, compter tous les doigts un par un des 2 mains

Les entraînements quotidiens aident les élèves dans la reconnaissance des problèmes qui peuvent être résolus par la procédure automatisée.

Triple code des représentations du nombre

L'enfant s'affranchit des objets manipulables ou des doigts → utilisation des mots-nombres ou des chiffres écrits pour traduire mentalement des quantités.

Progression (selon la recherche) : 1/associer mots-nombres à collections d'objets

2/associer écriture chiffrée aux mêmes collections d'objets

3/apprendre correspondance mots-nombres/nombres écrits en chiffres

Les codes symboliques se greffent sur les représentations non symboliques puis les 2 codes symboliques s'associent l'un à l'autre.

→ Proposer des activités dans lesquelles les nombres sont représentés dans les 3 formats

Partie 1 : Développement cognitif et apprentissage premier de la numération

Favoriser l'apprentissage des nombres grâce aux jeux

Jouer est motivant mais pas suffisant en soi → Un jeu doit s'inscrire dans une séquence avec un objectif d'apprentissage, d'entraînement déterminé ou de réinvestissement.

→ Choisir des jeux faisant appel à différentes représentations des nombres pour renforcer les capacités à passer d'un code à un autre.

Recherche de Siegler : mise en évidence d'un lien entre qualité de la représentation de la ligne numérique mentale et réussite en maths.

→ Jeux de type **jeu de l'oie** facilitent la compréhension de la bande numérique.

➤ Conception du jeu : rectiligne de gauche à droite, cases de même taille numérotées dans l'ordre et dans chaque case. Nombre de case limité, quantités adaptées à l'âge pour faire des analogies avec la bande numérique.

➤ Variables didactiques : nombre de dés et représentations du nombre sur les faces des dés, taille de la piste

+multimodalité : grandeur numérique en lien avec indices kinesthésiques/auditifs/visuospatiaux/temporels

+aspects à la fois cardinal (dés) et ordinal (position sur le plateau de jeu)

Partie 2 : Apports de la recherche en didactique sur les premiers apprentissages numériques

Théorie des situations didactiques

Pour mettre les élèves en apprentissage : 5 situations pour l'enseignement des maths à l'école maternelle, selon Brousseau :

Phase d'appropriation

Phase d'action

Phase de formulation

Phase de validation

Phase d'institutionnalisation

Rôle du professeur

- Être attentif à la **pertinence des conditions de la situation au regard de l'objectif visé**
- Encourager, rassurer, valoriser les essais, désacraliser l'erreur, responsabiliser les élèves dans leurs apprentissages
- Déterminer la difficulté : ni trop simple (sinon ennui), ni trop complexe (sinon sentiment d'échec)
- S'appuyer sur les productions des élèves

Partie 2 : Apports de la recherche en didactique sur les premiers apprentissages numériques

Les 3 fonctions du nombre à l'école maternelle

- Nombre pour exprimer les quantités
- Nombre pour désigner un rang, une position
- Nombre pour résoudre un problème arithmétique

Enseigner les représentations du nombre

Triple code de Dehaene : représentations analogiques (constellation, doigts de la main)/verbale (mot-nombre)/symbolique (écriture chiffrée)

→ Introduire des **contraintes pour rendre inefficaces les représentations analogiques** : commande (situation de communication)

Enseigner le passage de la quantité au nombre

Indépendance entre quantité et organisation spatiale : conservation de la quantité

Limite de la comptine numérique pour dénombrer

- Expliciter l'itération de l'unité dans le comptage – Eviter le comptage-numérotage
- Vigilance par rapport à l'énumération

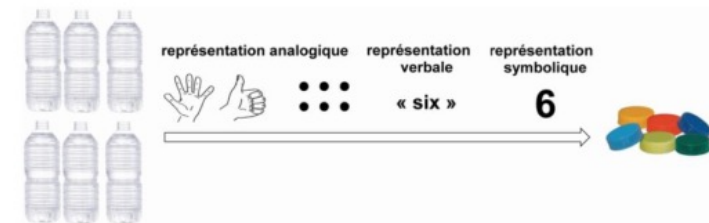


Figure 1 : Les différentes représentations du nombre

Partie 2 : Apports de la recherche en didactique sur les premiers apprentissages numériques

Analyse de situations

- **Les voyageurs**, vers la fonction cardinale du nombre : « Pas de voyageurs sans siège, pas de siège sans voyageurs »
- **L'escargot**, vers la fonction ordinale du nombre : Un escargot caché sous une carte parmi une série de 14 cartes identiques retournées. Besoin d'un repère pour indiquer l'origine.
- **Les 3 bandes**, vers la comparaison : Partage équitable entre 3 : si OK : introduction du terme « autant », sinon : introduction des termes « + que », « - que » par comparaison des collections créées.
- **Le bon panier**, du nombre au calcul : trouver le panier qui permet de répondre au message

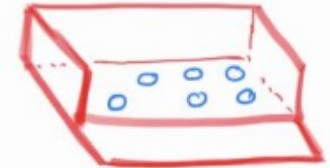


Figure 2 : Boîte représentant le wagon et les sièges



Figure 3 : Ligne de cartes orientée par les points de couleur



Figure 4 : Comparer des quantités sans dénombrer



Figure 8 : Disposition des œufs correspondant au message



Figure 9 : Disposition des œufs sans correspondance avec le message

Partie 3 : Quelles mises en œuvre pédagogiques en classe ? Quelles pratiques, quels gestes professionnels et quelles modalités d'évaluation pour prendre en compte les besoins de chaque élève ?

Construire une programmation de cycle

Ne pas seulement fixer les nombres étudiés → Faire l'inventaire des problèmes portant sur le nombre : programmation des types de situations et des procédures travaillées.

Faire évoluer le rôle de la manipulation

Le rôle de la manipulation évolue pour permettre d'accéder à l'abstraction.

Matériel tangible → objets manipulables non figuratifs (jetons/cubes) → manipulation mentale (manipulation empêchée pour comprendre les concepts mathématiques)

La manipulation n'est pas une finalité mais une étape intermédiaire pour engager un travail cognitif.

Changement de statut du matériel : d'abord pour observer, puis pour valider ce qui a été anticipé et pour raisonner sur les procédures.

Besoin de contraindre la manipulation, car la manipulation seule est illusoire, elle enferme les élèves dans l'action, alors que l'objectif est de les amener à penser cette action.

Partie 3 : Quelles mises en œuvre pédagogiques en classe ? Quelles pratiques, quels gestes professionnels et quelles modalités d'évaluation pour prendre en compte les besoins de chaque élève ?

Place de la verbalisation

Articulation entre manipulation et verbalisation : décrire, expliquer sa procédure, valider ou non la solution proposée.

La verbalisation est une aide importante à la prise de conscience des procédures utilisées et de leurs effets.

L'enseignant organise les échanges oraux pour aider à structurer les apprentissages, attire l'attention sur certaines procédures et connaissances, questionne, introduit le vocabulaire spécifique pour que les élèves l'apprennent, se l'approprient et l'utilisent.

Variables didactiques

- Taille des collections
- Pouvoir d'agir sur les objets ou non
- Réponse ou pas
- Formuler ou non oralement ou par écrit la quantité

Ces variables amènent progressivement l'élève à faire évoluer ses procédures et donc à construire les savoirs attendus.

Partie 3 : Quelles mises en œuvre pédagogiques en classe ? Quelles pratiques, quels gestes professionnels et quelles modalités d'évaluation pour prendre en compte les besoins de chaque élève ?

Enseignement progressif de la fonction cardinale du nombre

Etape 1 : **correspondance terme à terme** pour quantités $>$, $=$ ou $<$ à 3

Etape 2 : **reconnaissance visuelle** et désignation orale, quantité $<$ ou $=$ à 3

Etape 3 : Procédures visuelles pour comparer des quantités

Etape 4 : Reconnaissance et désignation des quantités de 1 à 4 à partir de la reconnaissance visuelle des petites quantités et des **décompositions/recompositions**

Etape 5 : Reconnaissance et désignation des quantités de 1 à 6 par reconnaissance visuelle des petites quantités et décomposition/recomposition ou à partir des dispositions en constellation

Etape 6 : Désignation des quantités jusqu'à 6 en **comptant de un en un** et par décomposition/recomposition

Etape 7 : Désignation des quantités jusqu'à 10 en comptant de un en un avec quelques décompositions/recompositions

Etape 8 : Les quantités au-delà de 10

Partie 3 : Quelles mises en œuvre pédagogiques en classe ? Quelles pratiques, quels gestes professionnels et quelles modalités d'évaluation pour prendre en compte les besoins de chaque élève ?

Enseignement progressif de la fonction ordinale du nombre

Cette fonction permet d'exprimer la position d'un objet dans un rang, de comparer des positions.

Collection organisée en une suite d'éléments avec une origine et un sens.

→ Connaitre la suite numérique orale des nombres ordinaux.

Comprendre que la quatrième position (ordinalité) se trouve après un groupe de 3 (cardinalité).

→ La fonction ordinale doit donc être travaillée après la fonction cardinale.

Pour comparer des positions, d'abord besoin de savoir positionner, donc à faire après avoir acquis la désignation de la position.

Partie 3 : Quelles mises en œuvre pédagogiques en classe ? Quelles pratiques, quels gestes professionnels et quelles modalités d'évaluation pour prendre en compte les besoins de chaque élève ?

Enseignement progressif de la résolution de problèmes

Au programme : des problèmes numériques portant sur nombres en tant que quantités et en tant que positions
Travailler en amont l'utilisation des nombres en jeu en tant que quantité ou position

Programmation qui prend en compte 3 critères : le type de problème, les quantités mises en jeu (jusqu'à 10 en fin de GS), le matériel à disposition

➤ Types de problèmes (du plus simple au plus complexe)

- 1/Recherche de la quantité totale dans un problème de réunion de quantités
Recherche de la quantité finale dans un problème d'ajout
- 2/Recherche d'une des quantités dans un problèmes de réunion de quantités
Recherche de la quantité finale dans un problème de retrait
- 3/Problèmes de groupement (nombre de parts)
Problèmes de partage (valeur d'une part)

➤ Matériel à disposition

Etape 1 : L'enseignant utilise du matériel visible. Etape pour comprendre, se familiariser avec la situation de composition ou de transformation.

Etape 2 : Les élèves disposent d'objets correspondant au contexte du problème.

Etape 3 : Les élèves disposent d'objets symboliques (différents du contexte : cubes, jetons).

Etape 4 : Les élèves ne disposent plus d'objets manipulables.

Partie 3 : Quelles mises en œuvre pédagogiques en classe ? Quelles pratiques, quels gestes professionnels et quelles modalités d'évaluation pour prendre en compte les besoins de chaque élève ?

Enseigner les mathématiques en articulant les 4 modalités d'apprentissage de l'école maternelle

➤ Apprendre en jouant

Situations en lien avec les jeux symboliques (ours/voitures) + Jeux de référence (jeu de l'oie, jeu du gobelet, jeu de la boîte, Halli-Galli, Greli-Grelo, bataille, memory, loto) + progression sur l'utilisation de dés

Faire évoluer un jeu connu plutôt que multiplier l'utilisation de jeux différents en jouant sur les variables didactiques pour découvrir ou renforcer une procédure précise.

➤ Apprendre en réfléchissant et en résolvant des problèmes

Nombre : outil performant pour résoudre des problèmes

Proposer des situations pour faire apparaître le nombre comme utile selon ses différentes fonctions

➤ Apprendre en s'exerçant

Pour acquérir des automatismes et fixer les savoirs en mémoire

Reprendre les situations de classe pas encore maîtrisées en proposant un entraînement systématique dans un contexte rassurant.

➤ Apprendre en se remémorant et en mémorisant

Apprendre c'est remobiliser en permanence les acquis antérieurs pour aller plus loin.

FOCUS : Décomposer et composer les nombres jusqu'à 10 : un exemple de mise en œuvre des modalités spécifiques d'apprentissage de l'école maternelle

Choix d'un problème de référence

Oursons et lits dans 2 maisons

Éléments de progressivité : variables didactiques, procédures possibles et catégories de problèmes proposés

- Tableau des variables didactiques selon âge
- Tableau des procédures possibles selon âge
- Tableau des exemples de jeux et de problèmes selon âge

Exemple de séquence

1/Observer et évaluer pour suivre les acquis → grille d'observation, évaluation positive

2/Situation de recherche : problème de référence

3/Institutionnalisation

4/Situations d'entraînement et d'auto-entraînement

5/Situations de mémorisation

6/Situations de réinvestissement



Aller chercher deux cartes pour avoir juste ce qu'il faut de lits pour les oursons.



La validation est effectuée en plaçant un ourson sur chaque lit.



Les erreurs donnent l'occasion de découvrir des décompositions : « 6 c'est 5 et encore 1 » et « 5 c'est 1 de moins que 6 » ;

Mémorisation de la suite orale des mots-nombres : apprendre des comptines numériques

Comptine outil pour dénombrer mais pour cela il faut que la comptine soit :

-stable

-ordonnée

-segmentée : pour savoir commencer et s'arrêter n'importe où, la réciter à l'envers, etc

-suffisamment longue

La comptine numérique est un objet d'étude, il faut la travailler pour elle-même

- Comptine segmentation de 1 en 1
- Comptines pour aider à comprendre l'itération de l'unité
- Comptines portant sur des décompositions/recompositions des petites quantités
- Comptines pour apprendre la suite orale des mots-nombres ordinaux

FOCUS : Résoudre des problèmes d'ajout ou de retrait : un exemple de mise en œuvre en classe

Catégories de problèmes : trouver la situation finale ou trouver la transformation (à partir de 5 ans)

Choix d'un problème de référence

Problèmes des chevaux

Éléments de progressivité : variables didactiques, procédures possibles et catégories de problèmes proposés

- Tableau des variables didactiques selon âge
- Tableau des procédures possibles selon âge
- Tableau des exemples de jeux et de problèmes selon âge

Exemple de séquence

Etape 1 : Appropriation de la situation par le jeu (jeux symboliques)

Etape 2 : Résolution du problème avec le matériel

Etape 3 : Résolution du problème en manipulant un matériel non figuratif (bouchons, cubes)

Etape 4 : Blocage de la manipulation

Résolution : par comptage, surcomptage/décomptage sur les doigts ou par utilisation de faits numériques connus
→ Procédures à institutionnaliser et à entraîner



Réalisation de l'action décrite par l'énoncé avec le matériel

Le nombre dans le cadre de la continuité GS/CP

En maternelle : travail sur itération de l'unité, fonction cardinale, fonction ordinale, utilisation du nombre pour résoudre des problèmes.

Objectifs principaux du CP : construction de la dizaine (jeu des allumettes) et passage du dénombrement au calcul (faits numériques)

-En CP : aller vers davantage d'abstraction avec l'utilisation des signes +, - : modélisation de l'énoncé (ces signes ne sont pas utilisés en maternelle)

-Du dessin (GS) vers le schéma (CP)

-De quantités jusqu'à 10 (GS) à des quantités jusqu'à 100 (CP)

L'abstraction est à développer mais la manipulation et le dessin sont toujours présents.

Situations problèmes qui peuvent être continuées en CP :

- Situation roues/voitures
- Situation une assiette pour chaque poupée
- Situation du jeu de la boîte